Leyes de exponentes

Resuelto

Las hermanas Alba, Fabiana, Alexandra coleccionan chapitas de gaseosa, y hasta el momento cada una de ellas ha coleccionado, respectivamente, x^{n+2}, $(2x)^n$, $(8x)^{n-1}$ chapitas. Si las tres han obtenido la misma cantidad de chapitas y x es diferente de cero, ¿cuántas chapitas han coleccionado las tres juntas?

UNSA I Fase - 2021

Resolución

$x^{n+2}=(2x)^n=(8x)^{n-1}$

$x^n \cdot x^2=2^n \cdot x^n$

$x^2=2^n$

$$x^n \cdot x^2=\frac{(8x)^n}{8x}$$

$$x^2 \cdot 2^n=\frac{(8x)^n}{8x}$$

$$(2x)n=\frac{(8x)^n}{8x} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2^n=4 \rightarrow n=2 \end{cases}$$

Luego; $2^{2+2}=16$

$\therefore$ $16\times3=48$

Respuesta: 48

Resuelto

1. Halle el valor de G.

$$G=3^{7^{0^{100}}}$$

A) 972 B) 297 C) 729
D) 81 E) 243

2. Reduzca la siguiente expresión.

$$\frac{5^{x+1}-5^x}{5^{x-1}-5^x}$$

A) 1
B) 5
C) 25
D) -25
E) -5

3. Calcule el valor de K^4.

$$K=\sqrt{\frac{2^{x+2}+2^{x+3}}{2^{x+1}+2^x}}$$

A) 2 B) 4 C) 16
D) 64 E) 1

4. Si $x^{x^3}=36$, halle $x^{x^{x^3}}$.

A) 6^6 B) 6^9 C) 6^{12}
D) 6^{15} E) 6^2

5. Jenny lee la obra *Cien años de Soledad* de forma muy particular. Cada día lee el doble de lo que ha leído el día anterior y el primer día comienzo leyendo una página. Si en tres días consecutivos lee 224 páginas, halle la cantidad de páginas leídas el día intermedio de aquellos.

A) 64 B) 24 C) 34
D) 74 E) 54

6. La cantidad de bacterias después de t horas en un cultivo de laboratorio son $2^{4^{t+1}}$ y $4^{2^{t+3}}$. ¿Qué tiempo debe pasar para que dichos cultivos tengan el mismo número de bacterias?

A) 2 horas B) 4 horas C) 3 horas
D) 7 horas E) 5 horas

7. Reduzca la expresión

$$\frac{\sqrt{8}^{\sqrt{32}}}{\sqrt{32}^{\sqrt{8}}}$$

A) $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ B) $\sqrt{2}^{\sqrt{32}}$ C) $\sqrt{2}^{\sqrt{8}}$
D) $\sqrt{32}^{\sqrt{8}}$ E) 2

8. Simplifique L.

$$L=\left(\sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^5}}}\right)^{\frac{16}{7}}$$

A) x^0 B) x^1 C) x^2
D) x^3 E) x^4

9. Si $(x^2)^{x^3}=9$
calcule x^6+x^3+1.

A) 3 B) 10 C) 13
D) 15 E) 19

10. En el centro de la ciudad de Arequipa, el metro cuadrado de un local comercial cuesta \$20 000. Si usted desea adquirir un local cuyas dimensiones son $\sqrt{8\sqrt[3]{2}}$ y $\sqrt{4\sqrt[3]{4}}$, ¿cuánto deberá pagar por dicha adquisición?

A) \$16 000 B) \$1 500 000 C) \$160 000
D) \$1600 E) \$16

11. Una pelotita de yas cae desde una altura de $\sqrt[3]{375}$ m, ganando una altura de $\sqrt[3]{192}$ m y $\sqrt[3]{81}$ m en los siguientes rebotes. Calcule la suma de las alturas obtenidas en el recorrido de la pelota.

A) $2\sqrt[3]{3}$ B) $\sqrt[3]{3}$ C) $12\sqrt[3]{3}$
D) $12\sqrt[3]{2}$ E) $12\sqrt[3]{5}$

12. Si $x^x=3$
calcule el valor de $\left(x^{x^x}\right)^x+x^{3^{\frac{1}{x}}}$.

A) 43 B) 30 C) 27
D) 15 E) 12

13. Al simplificar
$\dfrac{\left(x^{-4}y^{-5}\right)^{-3}\left(x^{-5}y^{-4}\right)^{-2}}{x^{(-3)^2}\cdot y^{(-2)^3}}$ se obtiene x^my^n.
Halle el valor de $n-m$.

A) 9 B) 27 C) 14
D) 21 E) 18

14. Si $6^x-6^{x-1}=30$, halle $\left(\dfrac{x}{4}\right)^{-x}$.

A) 4 B) 2 C) 1/2
D) 1/4 E) 1

15. Si $5^x=2$, entonces 125^{x+1} es igual a

A) 10 B) 100 C) 1000
D) 10 000 E) 1

16. Reduzca la expresión
$\dfrac{\sqrt{8}^{\sqrt{32}}}{\sqrt{32}^{\sqrt{8}}}$

A) $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ B) $\sqrt{2}^{\sqrt{32}}$ C) $\sqrt{2}^{\sqrt{8}}$
D) $\sqrt{32}^{\sqrt{8}}$ E) 2

17. Si $x^{x^4}=4$, calcule $M=x^{x^{x^4}}+x^{x^2}$.

A) 2 B) 2^3 C) 2^6
D) 2^9 E) 2^{10}

18. Si $x^{x^2}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$, calcule $x^{-2}+x^{-4}$.

A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

Productos notables

Resuelto

Si se sabe que $a+b=ab=10$, determine el valor de $2(a^3+b^3)-(a^2+b^2)$

UNSA I Fase - 2021

Resolución

$a+b=ab=10$
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$100=20+a^2+b^2 \rightarrow a^2+b^2=80$

$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$
$1000=a^3+b^3+30(10)$
$700=a^3+b^3$

Luego
$2(a^3+b^3)-(a^2+b^2)$
$\therefore\ 2(700)-(80)=1320$

Respuesta: 1320

Resuelto

Lumbreras Editores

19. Si $x+y=\sqrt{6}$; $xy=3$
halle el valor de $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$.

A) 0 B) 2 C) 3
D) $\sqrt{6}$ E) 12

20. Sea $a+b=5$ y $ab=3$, calcule el menor valor de $a-b$.

A) $\sqrt{13}$ B) $\sqrt{6}$ C) $-\sqrt{13}$
D) $-\sqrt{6}$ E) $\sqrt{12}$

21. Si $a+b=4$; $a^2+b^2=10$, calcule a^3+b^3.

A) 20 B) 28 C) 32
D) 16 E) 65

22. Si $\sqrt{a^2+1}+\sqrt{a^2-1}=4$
halle $\sqrt{a^2+1}-\sqrt{a^2-1}$.

A) 2 B) 1 C) 4
D) 1/2 E) 1/4

23. Dylann regresa emocionado a sus clases presenciales, y el primer día de clases recibe su lista de útiles escolares. Se sabe que en la lista de útiles le piden $(3x+4)$ lapiceros, y al preguntar en la librería se da cuenta de que el número coincide con el precio en soles. ¿Cuánto será el gasto total?, si al final recibe un descuento de $(24x+16)$ soles.

A) $9x^2$ soles B) x^2 soles C) x soles
D) 9 soles E) $2x^2$ soles

24. Camilo tiene 2 hijos cuya diferencia de edades es 5, y el producto de sus edades es 150. Calcule la suma de dichas edades.

A) 25 B) 45 C) 35
D) 75 E) 55

25. Si $x+\frac{1}{x}=3$, halle el valor de $M=x^3+\frac{1}{x^3}$.

A) 3 B) 9 C) 12
D) 15 E) 18

26. Si $a^2-b^2=4$ y $a^4-b^4=24$
determine ab si $ab>0$.

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2
D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

27. Dados
$x^3=8$; $x\neq 2$
$y^3=27$; $y\neq 3$
encuentre el valor de $\frac{x^2+2x+1}{y^2+3y+2}$.

A) $\frac{2}{7}$ B) $-\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$
D) $-\frac{3}{7}$ E) 1

28. Si la suma de las dimensiones de un tanque de agua rectangular suman 7 m y tiene un volumen de 5 m^3, determine la mayor diferencia de las dimensiones desconocidas del tanque si además se sabe que tiene 1 m de ancho.

A) 8 B) 7 C) 4
D) 2 E) 5

29. En la región Ica una empresa que traslada mandarinas cuenta con $(3+2)$ camiones para trasladar (3^2+2^2) cajas, cada una con (3^4+16) mandarinas. ¿Cuántas mandarinas llegaron a su destino, si en uno de los camiones ya había 256 mandarinas?

A) 2^8 B) 3^2 C) 3^8
D) 3^5 E) 3^6

30. Si $x=\sqrt[3]{2}-1$, determine $L=\frac{1-x^3}{3(x^2+x)}$.

A) -1 B) 2 C) -2
D) 3 E) 1

31. Si $a+b=3$ y $ab=3$, halle a^4+b^4.

A) 9
B) 6
C) -6
D) -9
E) 0

32. Se tiene que
$\sqrt{28-6\sqrt{3}}=a\sqrt{b}-\sqrt{c}$
halle $a-b+c$.

A) 7 B) 4 C) 2
D) 1 E) -7

33. Si $x-y=y-z=\sqrt[6]{6}$

calcule $A=\dfrac{(x-z)^6+(y-z)^6+(x-y)^6}{66}$.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

34. Si $x^2+2x+4=0$, halle el valor de A.
$A=x^9-x^6+3$

A) 461
B) 259
C) 451
D) 541
E) 129

35. Si $x+\dfrac{1}{x}=\sqrt{3}$, determine x^6.

A) -1 B) 2 C) 1
D) $\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

36. Sean $x, y, z \in \mathbb{R}$, tal que
$x^2+y^2+z^2=2xz+6y-9$
$z^2+16=8z$
Calcule $(x+z+2)^y$.

A) 0 B) 729 C) 2000
D) 1000 E) 81

Polinomios

Resuelto

Dado el polinomio $R(x)=4x^3+(3x-1)x^2+(1-2a)x-9$, halle el valor de a sabiendo que $R(1)=2$.

UNSA I Fase - 2021

Resolución
Datos: $R(1)=2$
Reemplazando el valor en el polinomio:
$R(x)=4x^3+(3a-1)x^2+(1-2a)x-9$
$R(1)=4(1)^3+(3a-1)(1)^2+(1-2a)(1)-9=2$
$4+(3a-1)+(1-2a)-9=2$
$a-5=2$
$\therefore\ a=7$

Respuesta: 7

Resuelto

37. Sea $P_{(x)}=(3x-2)^5+x+1$.
Determine $M=\dfrac{\text{término ind. de } P_{(x)}}{\text{suma de coef. de } P_{(x)}}$.

A) $\dfrac{31}{3}$ B) $\dfrac{12}{31}$ C) $-\dfrac{31}{3}$
D) $\dfrac{3}{10}$ E) 1

38. Si $P_{(x)}=(m-3)x^2+(n+2)x+m-p$ es idénticamente nulo, halle el valor de m^p-n.

A) 25 B) 31 C) 27
D) 29 E) 30

39. Sea $(x+2)^4\equiv ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$.
Calcule $a-b+c-d+e$.

A) 81 B) 1 C) 16
D) 25 E) 12

40. Sea $P_{(x-2)}=x+1$. Calcule $P_{(x+1)}-P_{(x)}$.

A) 5 B) $x+2$ C) 1
D) 2 E) $x-1$

41. En las noches de invierno, Adael suele encender la calefacción de su casa. El polinomio lineal $T(x)$ representa la temperatura (en grados Celsius) en su casa después de x minutos. Si la temperatura ambiente es de 5° y pasado los 10 minutos llega a 25°, calcule $T(4)-T(2)$.

A) 4° B) 5° C) 6°
D) 3° E) 2°

Lumbreras Editores

42. Se lanza una piedra al aire, tal que su altura queda determinada por la expresión $A(t)=-5t^2+at$, donde t es el tiempo en seguncos y $A(t)$ es la altura en metros. Si $A(3)=30$, halle la altura cuando $t=5$.

A) 0 B) 5 C) 3
D) 7 E) 1

43. Si $P_{(x)}=x^2+1$, halle $\dfrac{P_{(x+2)}-P_{(x-2)}}{x}$.

A) 4 B) 8 C) 2
D) 1 E) 0

44. En la identidad
$a(x-2)^2+b(x-1)^2+c(x+1)^2\equiv 3x^2-4x+6$
calcule el valor de $a+b+c$.

A) -1 B) 2 C) -3
D) 3 E) 1

45. Sea 2 raíz del polinomio $P_{(x)}=ax^3-x^2-2x-8$. Calcule el valor de a.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

46. Evelyn necesita retirar dinero para cancelar su cuota del último mes en dos bancos. Deposita $3x^{1-a}+7x^{b-1}-8x^{2c}$ en uno de ellos; y en el otro, $x-x^5-14x^2$. Si ella retira una cantidad de dinero que es una expresión completa, halle el máximo valor de $3a+b-c$.

A) 4,5 B) 5,5 C) 6,5
D) 6 E) 7

47. Rosario y Angélica proyectan que el nivel de ingreso que tendrán en el mes de marzo, depende del número de ventas (x) que generen. Rosario encontró la expresión $(2x+a)^2-b$ y Angélica obtiene $4(x-3)^2+7$. Encuentre el valor de $(a-b)^9$ si ambas obtienen el mismo ingreso el último mes.

A) 3 B) 2 C) 1
D) 4 E) 5

48. Sea $P_{(x+2)}=2x-1$.
determine $N=P_{(x)}+P_{(x-1)}$.

A) $2x-12$
B) $4x-12$
C) $4x$
D) $4x-9$
E) $4x-10$

49. Si $P_{(x-2)}=3x-2$, determine $N=\dfrac{P_{(2)}+P_{(4)}}{P_{(3)}}$.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 12 E) 13

50. Sea $P_{(x)}=3x-1$, además $P_{(Q_{(x)})}=x+1$.
Halle $Q_{\left(P_{\left(\frac{8}{3}\right)}\right)}$.

A) 1 B) 3 C) -3
D) -1 E) 1/3

51. Si $P_{(2x-1)}=x^2+1$
determine $N=P_{(5)}+P_{(3)}+P_{(-3)}$.

A) 21 B) 19 C) 17
D) 15 E) 18

52. Si $\phi(f_{(x)}+1)=2x+5$,
$\phi_{(x-1)}=x-3$
calcule $f_{\left(\frac{1}{2}\right)}+f_{(-1)}$.

A) 7 B) 10 C) 11
D) 15 E) 17

53. Si $P_{(x-1)}=\dfrac{2x}{x-3}$, calcule $P_{(-x)}$.

A) $\dfrac{2x-2}{-x+2}$ B) $\dfrac{2x-1}{2x-2}$ C) $\dfrac{2x+1}{x-2}$
D) $\dfrac{2x-2}{x+2}$ E) $\dfrac{x-1}{2x+1}$

54. Si la suma de coeficientes del polinomio $P_{(x-1)}=x^3+(m-2)x^2+(3-m)x+3$ es 29, calcule $\frac{m^3-1}{m-1}$.

A) 66 B) 71 C) 99
D) 110 E) 111

División de polinomios y Cocientes notables

Resuelto

Alex le pide dinero prestado a Mario, y este le indica que le prestará tantos soles como el residuo que se obtiene al dividir $2x^3-2x^2+4x+5$ entre $x-2$. ¿Cuánto dinero le prestará Mario?

UNSA II Fase - 2020

Resolución

$$\frac{2x^3-2x^2+4x+5}{x-2}$$

Residuo: $x-2=0$
$x=2$

$2(2)^3-2(2)^2+4(2)+5=21$

Por lo tanto, Mario le prestará 21 soles.

Respuesta: S/21

Resuelto

55. En la división exacta $\frac{x^4+3x^2+mx+n}{x^2-x-1}$ halle $m-n$.

A) 1 B) -1 C) 0
D) 2 E) -2

56. Si $x^4+ax^3+bx^2+2$ es divisible por $(x+1)$, halle el valor de $(a-b)$.

A) 3 B) 2 C) 1
D) 0 E) -2

57. Calcule el resto $\frac{(2x-3)^{2017}+4x-5}{x-2}$

A) 4 B) -4 C) 0
D) 3 E) 2

58. Halle el residuo en $\frac{x^4+3x^2-4x+2}{x^2-x+2}$

A) $4x+1$ B) $-4x-1$ C) $4x+2$
D) $-4x-2$ E) $5x-3$

59. Indique el equivalente de $H=\frac{x^5-y^5}{x-y}+\frac{x^5+y^5}{x+y}$

A) $2(x^4+x^2y^2+y^4)$
B) $(x^4+x^2y^2+y^4)$
C) $(x^4-x^2y^2+y^4)$
D) $(x^4+x^2y^2)$
E) $2(x^4+x^2y^2-y^4)$

60. ¿Qué lugar ocupa el término que tiene como grado absoluto 34 del cociente notable $\frac{a^{10}-b^5}{a^2-b}$?

A) 5 B) 0 C) 3
D) 7 E) 1

61. Si el resto de la división es 13 $\frac{x^8+x^4+x^2+5a}{x^2-1}$ halle el valor de a.

A) -1 B) 3 C) -2
D) 1 E) 2

62. En la división, la suma de coeficientes del cociente es 12. Halle m.

$$\frac{x^8+x^2+mx+2}{x-1}$$

A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

Lumbreras Editores

63. Halle el residuo en
$$\frac{(a+b)x^3+(b^2-a^2)x^2+(a+b)x+b^2}{x-a+b}$$

A) b^2 B) $-a^2$ C) 0
D) a^2 E) a^2-b^2

64. Halle el término lineal del cociente $\frac{(x+4)^3-64}{x}$.

A) $4{,}5x$ B) $5{,}5x$ C) $12x$
D) $6x$ E) $7x$

65. Si el número de términos del CN $\frac{x^a-y^b}{a^3-y^5}$ es 8, determine el quinto término.

A) x^2y^{20} B) x^8y^{20} C) x^9y^{20}
D) x^9y^{10} E) x^9y^2

66. Al dividir el polinomio
$P_{(x)}=2x^5-3x^4-x^3+1$
entre x^3+x^2+bx+b
se obtiene resto $R_{(x)}$.
Halle el resto de dividir $R_{(x)}$ entre $(x+1)$.

A) 1 B) 4 C) -8
D) -3 E) -1

67. Factorice e indique la suma de factores primos lineales.
$P_{(x)}=x^4-1$

A) $x+2$ B) $2x+2$ C) $2x$
D) 0 E) x^2

68. Indique la cantidad de factores primos.
$R_{(x)}=(x^2-2x)^2-2x^2+4x-3$

A) 1 B) 4 C) 2
D) 3 E) 0

69. Factorice e indique un factor.
$P_{(x)}=x^3+6x^2+11x+6$

A) $(x+2)$ B) $(x-1)$ C) $(x-3)$
D) $(x+4)$ E) $(x-2)$

70. Calcule la suma de factores primos de
$f_{(x)}=2x^3+x^2-2x-1$

A) $x+4$ B) $4x$ C) $3x+1$
D) $4x+1$ E) $5x$

71. Indique un factor primo de
$P_{(x)}=x^4+4$

A) x^2+2x-2
B) x^2-2x-2
C) x^2+2x+2
D) x^2+x+1
E) x^2-x+1

72. Halle el verdadero valor de
$$A=\frac{x^3+6x^2+11x+6}{x+2}$$
para $x=-2$

A) 1 B) -1 C) 0
D) 3 E) 2

Ecuaciones polinomiales

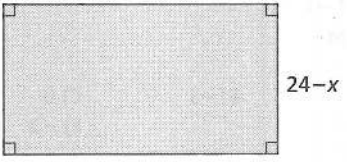
Resuelto

Determine el área máxima de una región rectangular, donde uno de sus lados mide $(x+2)$ metros y el perímetro es 52 metros.

UNSA I Fase - 2022

Resolución

Se tiene la región rectangular de perímetro 52 m.



Área: $\mathbb{A}_{(x)}=(x+2)(24-x)$
$\rightarrow \mathbb{A}_{(x)}=-x^2+22x+48$

Recordemos lo siguiente:
Sea $f(x)=ax^2+bx+c;\ a\neq 0$
cuando $a<0 \rightarrow \text{máx } f = f\left(\frac{-b}{2a}\right)$

Así $a=-1;\ b=22;\ c=48$

$\rightarrow \text{máx}\,\mathbb{A} = \mathbb{A}\left(-\frac{22}{2(-1)}\right) = \mathbb{A}_{(11)}$

$\rightarrow \text{máx}\,\mathbb{A} = -11^2+22(11)+48$

$\therefore\ \text{máx}\,\mathbb{A} = 169\ m^2$

Respuesta: 169 m^2

Resuelto

73. Si 4 es solución de la ecuación
$ax^2+2x+8=ax$
halle el valor de $(3a)$.

A) -2 B) -1 C) -4
D) 2 E) 4

74. Halle x en
$\frac{x-231}{369}+\frac{x-343}{257}=2$

A) 200 B) 248 C) 354
D) 500 E) 600

75. Resuelva
$x^2-2\sqrt{2}x-6=0$

A) $\{\sqrt{2};3\sqrt{2}\}$ B) $\{3;2\}$ C) $\{\sqrt{3};2\sqrt{3}\}$
D) $\{3\sqrt{2};\sqrt{3}\}$ E) $\{3\sqrt{2};-\sqrt{2}\}$

76. Sean m y n raíces de la ecuación cuadrática $x^2-6x+3=0$. Calcule $(m+1)(n+1)$.

A) 5 B) 7 C) 9
D) 10 E) 8

77. Se realizó la vacunación por la covid-19 en un centro poblado de 200 habitantes; de los cuales, 70 personas se vacunaron con Pfizer y 80 personas con Sinopharm. Si 25 de ellas se vacunaron con ambas farmacéuticas, ¿cuántas personas no se vacunaron?

A) 45 B) 25 C) 35
D) 75 E) 65

78. Glendon tiene dos hijos y deja como herencia un terreno de forma cuadrada a cada uno. Si al mayor le toca 4 m más de lado que al menor, ¿cuánto mide el área del terreno que le tocó al mayor, sabiendo que dichos terrenos suman 586 m^2?

A) 361 m^2 B) 362 m^2 C) 363 m^2
D) 364 m^2 E) 261 m^2

79. Sea el $CS=\left\{\frac{m}{n};\frac{n}{m}\right\}$ de la ecuación
$x^2-(3a+2)x+(a-5)=0$
Determine $\frac{m^2+n^2}{mn}$.

A) 6 B) 1 C) 12
D) 15 E) 20

80. Sea la ecuación
$2x^3-4x^2+3x+1=0$
de raíces a; b y c.
Determine
$M=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

A) 1/2 B) 1 C) -2
D) -3 E) 3

81. Sea la ecuación cúbica
$x^3-6x^2+mx+n=0;\ \{m;n\}\subset\mathbb{Q}$
donde una raíz de la ecuación es $2+\sqrt{3}$.
Determine n.

A) 2 B) -2 C) 3
D) -3 E) 1

82. La utilidad por la venta de dos marcas de celulares depende de la cantidad demandada x. Si las expresiones $-2x^2+x$ y $k-x^2$ representan las utilidades de las dos marcas, determine el valor del parámetro k cuando las cantidades demandadas son las mismas, en el momento en que las utilidades son iguales.

A) 1/6 B) 1/7 C) 1/4
D) 1/3 E) 1/8

Lumbreras Editores

83. El halcón peregrino y el avestruz son las aves más rápidas del mundo. En un estudio, se determinó que el recorrido horizontal de estas aves es $Rh(t)=2t^4-t^2+6300$, $Ra(t)=t^4+163t^2-100$, respectivamente.
Determine el tiempo en el cual los recorridos son los mismos si el tiempo está en segundos y los recorridos en metros.

A) 6 s y 10 s B) 8 s y 12 s C) 8 s y 10 s
D) 8 s y 14 s E) 5 s y 10 s

84. Resuelva la ecuación bicuadrada
$2x^4-9x^2+4=0$

A) $\{2;-2;1;-1\}$
B) $\left\{\sqrt{2};-\sqrt{2};2;-2\right\}$
C) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2};1;-1\right\}$
D) $\left\{2;-2;\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
E) $\{-4;4;2;-2\}$

85. Si $\{x_1;x_2;x_3;x_4\}$ es el conjunto solución de la ecuación $x^4-7x^2+1=0$, calcule
$x_1^{2017}+x_2^{2017}+x_3^{2017}+x_4^{2017}$

A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 12

86. La ecuación cúbica $2x^3-12x^2+mx+n=0$; $m, n\in\mathbb{Q}$ presenta como raíz a $2+\sqrt{3}$. Determine $n+8$.

A) 1 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

87. Dada la ecuación bicuadrada
$x^4+(m-2)x^3-3x^2+(n-3)x+5=0$
de raíces $\alpha;-\alpha;\beta;-\beta$, determine
$E=\frac{\alpha^4+\beta^4}{m-n}$

A) 2 B) 1 C) 0
D) -1 E) -2

88. Si x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación
$x^2-5x+1=0$
calcule $\frac{x_1}{x_1^2+1}+\frac{x_2}{x_2^2+1}$.

A) $\frac{1}{5}$ B) 5 C) $\frac{2}{5}$
D) -10 E) $-\frac{1}{5}$

89. Si las ecuaciones
$x^3-7x^2+16x-12=0$
$x^2+ax+b=0$
son equivalentes, halle $b-a$.

A) 1 B) 6 C) -1
D) 11 E) 12

Desigualdades e inecuaciones polinomiales

Resuelto

Una persona desea saber la edad de un niño y para esto su papá le indica lo siguiente: mi hijo tiene $n(M\cap N)$ años. Sabiendo que:

$M=\left\{\frac{x}{3}\in\mathbb{N}/1<x<9;\ x \text{ primo}\right\}$

$N=\left\{x\in\mathbb{Q}/x^4-2x^3+x^2=0\right\}$

¿Cuántos años tiene el niño?

UNSA II Fase - 2019

Resolución

$M=\left\{\frac{x}{3}\in\mathbb{N}/1<x<9\right\}$ primo(x)

$M=\{1;2;3;5;7\}\rightarrow M=(1)$

$N=\left\{x\in\mathbb{Q}/x^4-2x^3+x^2=0\right\}$

$x^4-2x^3+x^2=0$

$x^2(x^2-2x+1)=0$

$x^2(x-1)^2$

$x=0\ ;\ x=1$

$N=\{0;1\}$

$(M\cap N)=\{1\}$

$\therefore\ n(M\cap N)=1$

Respuesta: 1

Resuelto

90. Sean los intervalos
$A=\langle -1; 5\rangle$
$B=[2; 8]$
$C=\langle 3; 8]$
Determine el intervalo $(A \cap B) \cup C$.

A) $\langle -1; 3\rangle$
B) $\langle -1; 5\rangle$
C) $[2; 8]$
D) $\langle -1; 8]$
E) $[3; 8]$

91. Determine la variación de la expresión
$E=\dfrac{2x+5}{x+2}$ si $x \in \langle 1; 3\rangle$

A) $\langle 1; 3\rangle$ B) $\left\langle \frac{11}{5}; \frac{7}{3}\right\rangle$ C) $\left\langle \frac{11}{5}; 3\right\rangle$
D) $\left\langle 1; \frac{7}{3}\right\rangle$ E) $\langle 0; 2\rangle$

92. Resuelva la inecuación lineal
$\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{2x-1}{3}<5$

A) $\langle -\infty; 1\rangle$
B) $\langle -\infty; 2\rangle$
C) $\langle -\infty; 3\rangle$
D) $\langle 5; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; 5\rangle$

93. Determine el número de soluciones enteras que verifican la inecuación
$6x^2-18x \leq 6-2x$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

94. Una especie marina se encuentra a una profundidad que varía desde los 20 m hasta los 35 m. Otra especie se encuentra a una profundidad entre los 18 m y los 28 m. ¿A qué profundidad coexisten ambas especies?

A) $[20; 28\rangle$
B) $[2; 28\rangle$
C) $[10; 28\rangle$
D) $[15; 28\rangle$
E) $[20; 25\rangle$

95. Un fabricante de muebles paga a los carpinteros un salario de S/950, más S/300 por cada mueble terminado. Si el gasto mensual de uno de los carpinteros es S/2100, ¿cuántos muebles, como mínimo, debe terminar al mes para cubrir sus gastos?

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

96. Luego de resolver la inecuación cuadrática
$x^2-7x+2<0$
se obtuvo como CS$=\langle m; n\rangle$.
Determine $N=m^2+n^2$.

A) 41 B) 42 C) 43
D) 45 E) 44

97. Determine los valores de n de tal forma que
$2x^2-x+n>0;\ \forall x \in \mathbb{R}$

A) $\left\langle \frac{1}{8}; +\infty\right\rangle$ B) $\left[\frac{1}{8}; +\infty\right\rangle$ C) $\left\langle \frac{1}{2}; +\infty\right\rangle$
D) $\langle 1; +\infty\rangle$ E) $\langle 0; +\infty\rangle$

98. Determine el doble del número entero que simultáneamente cumplen las inecuaciones
$6x+5 \geq 4x+9$
$3x^2-x \leq 2x^2+6$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

99. El costo de producción de x casacas en temporada de invierno está dado por $C=200+80x+x^2$. Si estas se pueden vender a S/160, ¿cuántas casacas se deben producir y vender para obtener utilidades semanales de al menos S/1000?

A) de 30 a 60 casacas
B) de 40 a 60 casacas
C) de 20 a 60 casacas
D) de 20 a 80 casacas
E) de 20 a 90 casacas

Lumbreras Editores

100. Si se sabe que el ingreso $I(x)$ y costo $C(x)$ de una empresa productora de artesanías están dadas por $I(x)=3ax^2$ y $C(x)=90x-1000$, donde x es el número de artesanías. Determine el valor del parámetro a para que la empresa tenga una utilidad no mayor a S/325 semanales. Se sabe que la empresa debe producir una cantidad única y fija de artesanías.

A) 6 B) 2 C) 1
D) 8 E) 5

101. Dados los conjuntos

$A=\left\{(x+1)\in\mathbb{R}/x^2-2x+1>0\right\}$

$B=\left\{\frac{1}{x}\in\mathbb{R}\middle/4x^2-4x+1\leq 0\right\}$

determine $A\cup B$.

A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R}^+$ C) $\mathbb{R}^-$
D) $[0;+\infty\rangle$ E) $[0;1\rangle$

102. Sean los intervalos

$A=\langle -1;8\rangle$

$B=[3;10\rangle$

determine $\ell(A-B)+\ell(B-A)$.

A) 4 B) 8 C) 6
D) 5 E) 7

103. Sea $x\in\langle -2;4\rangle$; determine el intervalo de variación de la expresión

$E=x^2-6x+10$

A) $\langle 1;25\rangle$ B) $[1;26\rangle$ C) $[0;25\rangle$
D) $\langle 1;26\rangle$ E) $[1;25\rangle$

104. Si $\langle -\infty;a]\cup[b;+\infty\rangle$ es el conjunto solución de $x^2-2x-7\geq 0$, calcule a^2+b^2.

A) -10 B) 14 C) 18
D) 4 E) -7

105. Indique el valor de k si $\{\alpha\}$ es el conjunto solución de la inecuación.

$x^2+kx+k-1\leq 0$

A) -2 B) -1 C) 1
D) 2 E) 3

106. Si $x>5$, determine el menor valor de H.

$$H=x+\frac{1}{x-5}$$

A) 2 B) 1/2 C) 3
D) 5 E) 7

Expresiones fraccionarias e irracionales

Resuelto

Sea f una función inyectiva tal que: $f^{-1}\left(\frac{x+m}{x-m}\right)=a$, donde f^{-1} es la inversa de f, hallar el conjunto solución de $f(a)<\frac{x+n}{x-n}$ sabiendo que $m<n<0$

UNSA II Fase - 2019

Resolución

$$f(a)=\frac{x+m}{x-m}<\frac{x+n}{x-n}$$

$$\frac{(x+m)(x-n)-(x-m)(x+n)}{(x-m)(x-n)}<0$$

$$\frac{\cancel{x^2}+mx-nx-\cancel{mn}-\cancel{x^2}+mx-nx+\cancel{mn}}{(x-m)(x-n)}<0$$

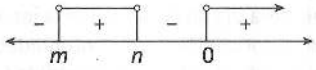
$$2mx-2nx<0$$

$$\frac{2x\cancel{(m-n)}}{(x-m)(x-n)}<0$$

Se sabe que: $m<n<0$

$m-n<0$

$$\frac{x}{(x-m)(x-n)}>0$$



$\therefore$ $CS=\langle m;n\rangle\cup\langle 0;\infty\rangle$

Respuesta: $\langle m;n\rangle\cup\langle 0;\infty\rangle$

Resuelto

107. Calcule el verdadero valor de
$M=\dfrac{x^3-8}{x-2}$ para $x=2$

A) 4
B) 8
C) 10
D) 12
E) 16

108. Sea la ecuación fraccionaria
$\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x+3}{3x}$
donde CS=$\{\alpha\}$. Determine α^4.

A) $\dfrac{1}{16}$ B) 625 C) 16
D) 256 E) 81

109. Determine el C.V.A.
$f_{(x)}=\sqrt{4-x^2}+\dfrac{1}{x-1}$

A) $[-2;2]-\{1\}$
B) $[-2;2]$
C) $[1;2]$
D) $[-2;1]$
E) $[-1;1]$

110. Al resolver la ecuación irracional
$\sqrt{x-1}+\sqrt{x+4}=5$
se obtiene como CS=$\{\alpha\}$
Determine la suma de cifras α^3.

A) 12 B) 11 C) 10
D) 8 E) 9

111. Un comerciante ha comprado cierto número de juguetes por campaña navideña por \$256. Si se sabe que el número de juguetes es $\sqrt[3]{x-1}$ y además coincide con el precio de cada juguete, determine el valor total para 10 juguetes.

A) \$160
B) \$50
C) \$10
D) \$60
E) \$15

112. Determine la cantidad de soluciones enteras no negativas que tiene la inecuación
$\dfrac{x+3}{x+6}\leq 0$

A) 0
B) 5
C) 1
D) 7
E) 8

113. Luego de resolver la inecuación
$\dfrac{2x^2-x-1}{x^2+x+1}\leq 1$
se obtiene como CS=$[\alpha;\beta]$
determine $N=\alpha+\beta+\alpha\beta$.

A) 4
B) 2
C) -2
D) 0
E) 1

114. Luego de resolver la ecuación irracional
$\sqrt{x^2-x-4}=4$
se obtiene como CS=$\{\alpha;\beta\}$
Determine $M=\alpha^2+\beta^2$.

A) 18
B) 20
C) 41
D) 24
E) 26

115. Resuelva la inecuación irracional
$\sqrt{x^2-x-2}\leq 2$

A) $\mathbb{R}$
B) $[-2;-1]\cup[1;3]$
C) $[-2;3]$
D) $[-2;-1]\cup[2;3]$
E) $[-2;0]\cup[0;3]$

Lumbreras Editores

116. Si x_1 y x_2 ($x_1 \in \mathbb{Z}^+$) son soluciones de la ecuación $\sqrt[3]{x^3+2x^2-11x+12}=x$. Calcule el valor de $x_1^{x_2}$.

A) 3
B) 5
C) 8
D) 9
E) 7

117. Las edades de Rubén y su hijo Álex son 30 y n, respectivamente. Si la edad de Álex es el valor numérico de la menor solución de la ecuación

$$\sqrt{x^2-10x+9}=10\sqrt{x-9}$$

Indique cuántos años tendrá Rubén cuando su hijo cumpla la mayoría de edad.

A) 60
B) 25
C) 39
D) 35
E) 31

118. Resuelva la ecuación fraccionaria

$$\frac{x}{x-2}+\frac{1}{x-3}=\frac{22}{x^2-5x+6}$$

A) ϕ
B) $\{6\}$
C) $\{-6; 4\}$
D) $\{-4\}$
E) $\{6; -4\}$

119. Sea

$$A=\left\{x\in\mathbb{R}\Big/\frac{2x+5}{x-2}>2\right\}$$

Determine el conjunto A.

A) $\langle 0; 2\rangle$
B) $\langle -\infty; 2\rangle$
C) $\langle 2; +\infty\rangle$
D) $\langle 0; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; 0\rangle \cup \langle 2; +\infty\rangle$

120. Dada la ecuación irracional

$$\sqrt{5x-1}+\sqrt{2x+1}=\sqrt{7x}$$

indique el cardinal de su conjunto solución.

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) más de tres

121. Sea α la menor solución de la inecuación irracional

$$\sqrt{x-1}\le\sqrt[4]{x^2-1}$$

Determine el valor de $5\alpha+3$.

A) 7
B) 8
C) 9
D) 10
E) 11

122. Determine el conjunto solución de la inecuación.

$$x\ge\sqrt{8x-15}$$

A) $\left[\frac{15}{8}; 3\right] \cup [5; +\infty\rangle$
B) $\left[\frac{15}{8}; +\infty\right]$
C) $[0; +\infty\rangle$
D) $\langle 3; 5\rangle$
E) $\langle -\infty; 3] \cup [5; +\infty\rangle$

123. Sea x un número real tal que

$$\sqrt{(x-2)(x+1)(x-1)x+1}=4$$

calcule el menor valor de $x(1-x)$.

A) -5
B) 5
C) 15
D) -3
E) 3

Ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto

Resuelto

Sea $f(x)=|x-a|+2$ con $a>0$. Si el dominio de f es $[-a; 2a]$, ¿cuál es su rango?

UNSA II Fase - 2022

Resolución

Como Dom$f=[-a; 2a]$, entonces

$$-a\le x\le 2a$$
$$-2a\le x-a\le a \quad \rangle -a$$
$$0\le (x-a)^2\le 4a^2 \quad \rangle \text{Al cuadrado}$$
$$0\le |x-a|\le 2a \quad \rangle \sqrt{\ }$$
$$2\le \underbrace{|x-a|+2}_{f(x)}\le 2a+2 \quad \rangle +2 \qquad (a>0)$$

$\therefore$ Ran$f=[2; 2a+2]$

Respuesta: $[2; 2a+2]$

Resuelto

124. Luego de resolver la ecuación
$|2x-1|=3$
se obtuvo como CS$=\{\alpha; \beta\}$
Determine $N=\alpha^2+\beta^2$.

A) 6 B) 5 C) 3
D) 2 E) 8

125. Determine el número de soluciones de la siguiente expresión:
$|x^2-x|=|x+3|$

A) 1 B) 3 C) 2
D) 5 E) 4

126. Luego de resolver la ecuación
$|x-1|+|3x-3|=8$
se obtuvo como CS$=\{a; b\}$; $a>b$
Determine $N=a-b$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

127. Luego de resolver la ecuación
$|2x-1|=x+2$
se obtiene como CS$=\{\alpha; \beta\}$; $\alpha>\beta$
determine $B=\alpha+3\beta$.

A) 4 B) 3 C) 2
D) -2 E) -3

128. La necesidad diaria de agua calculada para cierta ciudad está dada por la expresión

$$M=\left|\frac{N-372\,500}{1000}\right|-50$$

donde N es el número de galones de agua utilizados por día. Si la necesidad es de 60, determine el mayor número de galones de agua que se requieren.

A) 482 500 B) 482 600 C) 262 500
D) 82 500 E) 48 250

129. En un negocio de ventas de zapatos se observa que el ingreso (I) y los gastos (G), en miles de soles, son soluciones de la ecuación
$|2x^2-15x+27|=|5x-15|$
Si n (número de socios) también es solución de dicha ecuación, ¿cuánto recibe cada socio si tienen invertido el mismo capital? Considere $I>G>n$.

A) S/2000 B) S/5000 C) S/1000
D) S/3000 E) S/2200

130. Luego de resolver el sistema

$$\begin{cases}|x-2|\le 4\\ |x+1|\ge 2\end{cases}$$

se obtiene como CS$=[a; b]$.
Determine $N=b-6a$.

A) -1 B) 3 C) 2
D) 1 E) 0

131. Resuelva $|x+2|\ge|2x-1|$.

A) $\left[-1;\frac{1}{3}\right]$ B) $\left[-\frac{1}{3};1\right]$ C) $\left[\frac{1}{3};3\right]$
D) $\left[-\frac{1}{3};3\right]$ E) $[-1;3]$

132. Luego de resolver la inecuación
$|x-1| \leq 2x$,
se obtiene como CS$=[\alpha; +\infty\rangle$.
Determine 6α.

A) 1 B) 6 C) 2
D) -2 E) -1

133. Las necesidades de agua calculada para cierta población están dadas por $|S-5250| \leq 100$, donde S es el número de galones de agua utilizado por día. Si cada galón cuesta S/2, calcule el menor y mayor costo por el consumo de agua diario.

A) 1000 y 10 700
B) 10 300 y 1070
C) 10 300 y 10 700
D) 20 300 y 10 700
E) 10 300 y 17 000

134. Camilo le pregunta a Flabia: *¿Qué número entero cumple que la diferencia positiva de* 13 *y el doble del número buscado es no mayor que* 3*?* Además, el triple de ese número aumentado en 2 es mayor que 17. Dé como respuesta la suma de los números que verifican las condiciones indicadas.

A) 20
B) 25
C) 21
D) 35
E) 31

135. Resuelva $x^2-2|x|-3<0$.

A) $\langle -2; 2\rangle$ B) $\langle -3; 3\rangle$ C) $\langle -1; 1\rangle$
D) $\left\langle -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\rangle$ E) $\left\langle -\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\rangle$

136. Resuelva la siguiente ecuación.
$x^2-2x+1+|x-1|=6$

A) $\{-3; 1\}$
B) $\{3; -1\}$
C) $\{-3; -1\}$
D) $\{3; 1\}$
E) $\{-1; -2\}$

137. Resuelva el siguiente sistema.

$$\begin{cases} |2x-1|>5 \\ |x+2|\leq 1 \end{cases}$$

A) $[-3; 1\rangle$ B) $\{-3\}$ C) ϕ
D) $[-3; -2\rangle$ E) $\langle -\infty; -3\rangle$

138. Luego de resolver la ecuación
$|x^2-1|=x-2$
indique lo correcto.

A) CS$=\left\{\frac{-1+\sqrt{13}}{2}; \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right\}$

B) CS$=\varnothing$

C) CS$=\left\{\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right\}$

D) CS$=\left\{\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right\}$

E) $[2; +\infty\rangle \subset$ CS

139. Halle el producto de soluciones de la ecuación.
$2|x-3|=6+6x-x^2$

A) 6 B) -6 C) 3
D) 0 E) -3

Funciones

Resuelto

Si el dominio de la función $f(x)=6/(4x+2)$ es $[a; b]$ y su rango $[1; 8]$, determine el valor de a.

UNSA I Fase - 2021

Resolución

$f(x)=\frac{6}{(4x+2)}$ Dominio: $[a; b]$
Rango: $[1; 8]$

- $1=\frac{6}{4x+2}$
- $4x+2=6 \rightarrow x=2$

- $8=\dfrac{6}{4x+2} \rightarrow 8(4x+7)=6$

$32x+16=6$

$32x=-10$

$\therefore\ x=\dfrac{-5}{16}$

Respuesta: $-5/16$

Resuelto

140. Sea f una función, tal que $f=\{(2; 3a-1), (5; 2b+1), (a; b), (2; 11), (5; 15)\}$. Determine el rango de f.

A) {2; 15; 4} B) {11; 15; 5} C) {2; 5; 4}
D) {11; 15; 7} E) {5; 4; 7}

141. Sea f una función, tal que $f: A \rightarrow B$; $B=\{2; 5; 7; 9\}$ y $f_{(x)}=2x-1$. Determine A.

A) {1; 2; 3; 4} B) $\left\{\frac{1}{3}; 3; 4; 6\right\}$ C) {3; 9; 13; 17}
D) {1; 3; 2; 5} E) $\left\{\frac{3}{2}; 3; 4; 5\right\}$

142. Sea f una función, tal que

$$f_{(m)}=\begin{cases}2m-1; m\geq 3\\ m^2-1; m<3\end{cases}$$

Determine $\dfrac{f_{(f(2))}+f_{(-2)}}{f_{(4)}+1}$.

A) 1 B) 2 C) 1/2
D) -1 E) 3

143. Determine el dominio de la función

$$f_{(x)}=\sqrt{\frac{1}{x}-1}$$

A) $\left\langle 0; \frac{1}{4}\right]$ B) $\left\langle 0; \frac{1}{2}\right]$ C) $\langle -\infty; 1]$
D) $\langle 0; +\infty\rangle$ E) $\langle 0; 1]$

144. Dos primas, Soe y Alice, están jugando con un dado. Cada una realiza tres tiros y obtienen los siguientes valores {3; 4; 5} y {1; 2; 4}; además, a los conjuntos los llamaron A y B, respectivamente. Luego, Soe le pide a Alice que obtenga otro conjunto g que relaciona A con B, definida por $(x; y)\in g$ si y solo si $x-y\geq 2$ y sea par. ¿De qué conjunto g se habla?, indique si es o no función.

A) $g=\{(3; 1), (4; 2), (5; 1)\}$; es función.
B) $g=\{(3; 6), (4; 2), (5; 1)\}$; no es función.
C) $g=\{(3; 1), (4; 2), (5; 3)\}$; es función.
D) $g=\{(3; 0), (4; 2), (5; 1)\}$; no es función.
E) $g=\{(3; 1), (1; 2), (5; 1)\}$; es función.

145. La dosis d (en mg) de un cierto medicamento que hay que suministrar a niños de hasta 14 años de edad viene dada en función de su edad t (en años) por la función

$$d=f(t)=\frac{t+1}{24}$$

determine el dominio y el rango de dosis que se debe suministrar.

A) $\langle 0; 14]$ años; $\left\langle \frac{1}{24}; \frac{15}{24}\right]$ mg
B) $\langle 0; 14]$ años; $\left\langle \frac{1}{24}; 15\right]$ mg
C) $\langle 0; 4]$ años; $\left\langle \frac{1}{24}; \frac{15}{24}\right]$ mg
D) $\langle 0; 12]$ años; $\left\langle \frac{1}{24}; \frac{15}{24}\right]$ mg
E) $\langle 0; 10]$ años; $\left\langle \frac{1}{24}; \frac{15}{24}\right]$ mg

146. Determine el rango de la función $h_{(x)}=x^2-2x-5$ si $x\in\langle -2; 5]$.

A) $[-7; 9\rangle$ B) $[-5; 8\rangle$ C) $[-6; 10\rangle$
D) $[-6; 10]$ E) $[-5; 10\rangle$

147. Si $[a; +\infty\rangle$ es el rango de la función $f_{(x)}=x^2-4x+5$; $x\in\mathbb{R}$ calcule $\sqrt{3-a}$.

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 3
D) 4 E) 0

Lumbreras Editores

148. Si Ran $g=\langle m; +\infty\rangle$ es el rango de la función

$$g_{(x)}=\frac{x^2+5x+6}{x^2+x-2};\ x\in\langle 1; 7\rangle$$

calcule $3m-5$.

A) 4 B) 2 C) 1
D) 0 E) -2

149. La propina que le dan a Rudy es de S/5 diarios, más S/0,50 céntimos cada día que tiende su cama. Halle la función que exprese el dinero que recibe Rudy al final del mes, si hizo la cama x días.

A) $f(x)=150+x$ B) $f(x)=15+\frac{1}{2}x$ C) $f(x)=50+\frac{1}{2}x$

D) $f(x)=150+\frac{3}{2}x$ E) $f(x)=150+\frac{1}{2}x$

150. Sea el conjunto $B=\{x\in\mathbb{Z}/|x|\leq 2\}$. Sean f y g función de B en $\mathbb{R}$ definidas por $f(x)=x^2-3$ y $g(x)=\sqrt{2-x}+1$. Halle la intersección del rango de f con el dominio de g.

A) $\{1; 2\}$ B) $\{0; -2\}$ C) $\{1; -2\}$
D) $\{1; -4\}$ E) $\{1; -3\}$

151. Indique la regla de correspondencia de la siguiente función.

$$f=\{2t-1; 4t^2-3/t\in\mathbb{R}\}$$

A) $f_{(x)}=x^2+4x-2$
B) $f_{(x)}=x^2+2x-1$
C) $f_{(x)}=x^2-2x+2$
D) $f_{(x)}=x^2+2x+4$
E) $f_{(x)}=x^2+2x-2$

152. Si el conjunto siguiente

$$f=\{(1; x^2-x), (1; 2), (x; 4), (-1; 5)\}$$

representa una función, determine el cardinal del Ran$f$.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

153. Halle el dominio de la función

$$f_{(x)}=\frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{3-x}}{\sqrt[3]{x-2}}$$

A) $[1; 2]$ B) $[1; 3]$ C) $[1; 3]-\{2\}$
D) $[1; 3\rangle-\{2\}$ E) $[1; 2\rangle$

154. Dada la función

$f=\{(-3; y+2), (-1; 4), (-1; x^2), (-3; 5), (-2; x)\}$

indique el valor de $(x+y)_{mín}$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

155. Calcule el dominio de la función f, definida por

$$f_{(x)}=\sqrt{\frac{x-2}{x+5}}$$

A) $\langle -\infty; -5]\cup[2; +\infty\rangle$
B) $\langle -\infty; -2\rangle\cup\langle 5; +\infty\rangle$
C) $\langle -5; 2\rangle$
D) $\langle -\infty; -5\rangle\cup[2; +\infty\rangle$
E) $\langle -5; 2]$

Gráfica de funciones

Resuelto

El costo de producción de una empresa viene dado por $C(x)=40\ 000+20x+x^2$ (x: unidades producidas; C: costo en soles). El precio de venta de cada unidad es 520 soles, pues se sabe que, a ese precio, el mercado absorbe toda la producción. ¿Cuántas unidades se tiene que producir para que el beneficio sea máximo?

UNSA II Fase - 2022

Resolución

Como el precio de venta es de S/520

→ Ingreso de la venta de x unidades es S/520x.

Ganancia = Ingreso − Costo

$G(x)=520x-(40\ 000+20x+x^2)$
$G(x)=-x^2+520x-40\ 000$

El máximo de $G(x)$ ocurre para

$$x=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{b}{2a}$$

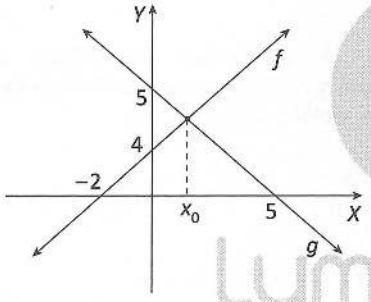
$$x=-\frac{(520)}{2(-1)}=250$$

Por lo tanto, se tiene que producir 250 unidades para obtener el beneficio máximo.

Respuesta: 250

Resuelto

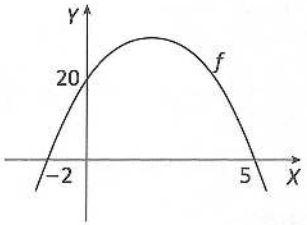
156. Sean las gráficas de las funciones lineales f y g como se muestran



determine x_0.

A) 1/3 B) 1/4 C) 2
D) 1/2 E) 1

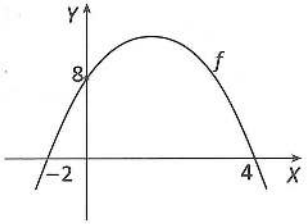
157. Sea f una función cuadrática cuya gráfica se muestra



determine $f_{(2)}$.

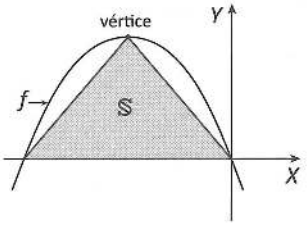
A) 32 B) 26 C) 28
D) 24 E) 30

158. Sea f una función cuadrática determine el rango de la función si su gráfica se muestra a continuación.



A) $\langle-\infty; 2]$ B) $\langle-\infty; 9]$ C) $\langle-\infty; 12]$
D) $\langle-\infty; 8]$ E) $\langle-\infty; 10]$

159. Determine $\mathbb{S}$ si $f_{(x)}=2-2(x+1)^2$.



A) 4 u^2 B) 1 u^2 C) 5/2 u^2
D) 2 u^2 E) 3 u^2

160. La factura de agua que la empresa proveedora del servicio envía a nuestro domicilio, por la provisión del agua potable cada mes, es la siguiente:

Cargo fijo	S/24
Consumo mensual (30 m^3)	S/18
Total a pagar:	S/42

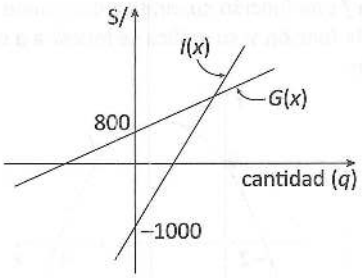
Nota: el cargo por m^3 consumido en este mes es de S/0,6 por m^3.

Calcule a cuánto ascenderá la factura de un domicilio que consume 55 m^3 de agua en un mes.

A) 57 B) 47 C) 27
D) 67 E) 37

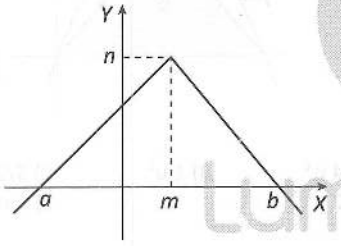
161. Una empresa dedicada a la confección y venta de camisas tiene ingresos semanales $I(x)=32q+A$. Si sus gastos son $G(x)=20q+B$, determine la cantidad de camisas q que debe vender semanalmente para que no tenga pérdidas.

Lumbreras Editores



A) 150 camisas
B) 50 camisas
C) 100 camisas
D) 70 camisas
E) 800 camisas

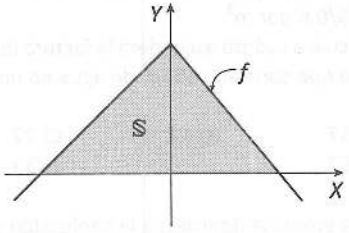
162. Al graficar la función $f_{(x)}=12-3|x-2|$ se obtiene



determine $N=6-a+n-m$.

A) 18 B) 20 C) 16
D) 15 E) 19

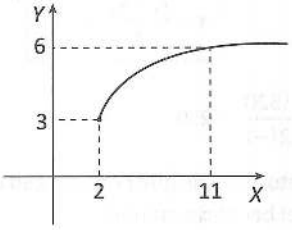
163. Determine el área $\mathbb{S}$



si $f_{(x)}=8-2|x|$.

A) 31 B) 32 C) 64
D) 48 E) 24

164. Sea $f_{(x)}=n\sqrt{x-a}+p$ cuyo gráfico se muestra a continuación



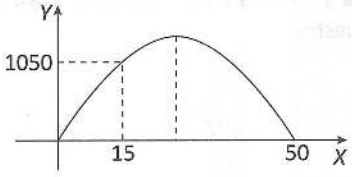
determine $B=n+a+p$.

A) 9
B) 5
C) 7
D) 8
E) 6

165. Si la gráfica de la función cuadrática $f(x)=mx^2-6x+m$ es tangente al eje de abscisas, halle el menor valor de m.

A) 3
B) −5
C) −3
D) 9
E) 7

166. La ganancia G de un laboratorio farmacéutico que se obtiene al vender x unidades de una ampolla se calcula como $G(x)=ax^2+bx+c$ en soles, cuya gráfica se muestra a continuación:

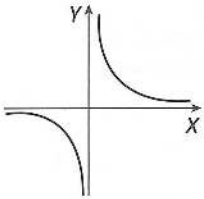


Determine la ganancia máxima.

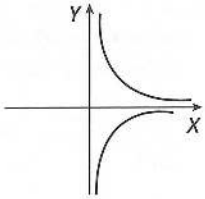
A) S/1260
B) S/1225
C) S/1250
D) S/1235
E) S/1231

167. Grafique $f_{(x)}=\dfrac{1}{|x|}$.

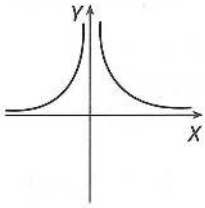
A)



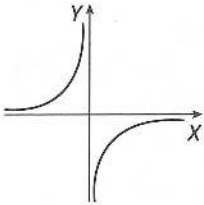
B)



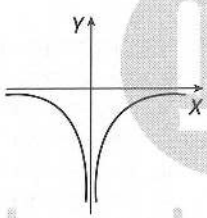
C)



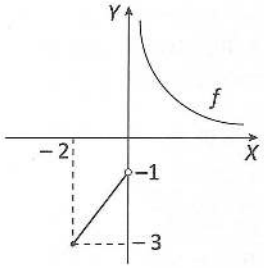
D)



E)



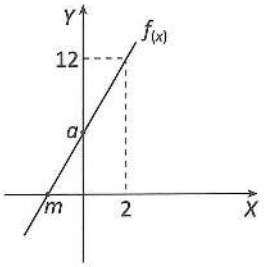
168. Sea la función f real de la variable real cuya gráfica se muestra a continuación.



Según lo anterior, determine Dom$f$ ∩ Ran$f$.

A) $[-2;0\rangle$
B) $[-3;-1\rangle$
C) $[-3;-1\rangle \cup \langle 0;+\infty\rangle$
D) $[-2;-1\rangle \cup \langle 0;+\infty\rangle$
E) $[-3;0\rangle \cup \langle 0;+\infty\rangle$

169. Si se tiene que $f_{(x)}=ax+b+4$, cuya gráfica es



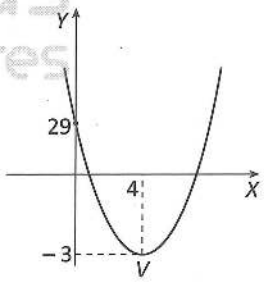
indique el valor de m.

A) -1 B) -2 C) -3
D) -4 E) -5

170. Determine el área de la región que encierra la gráfica de
$f_{(x)}=|x|-4$
y el eje de las abscisas.

A) 32 u^2 B) 16 u^2 C) 8 u^2
D) 4 u^2 E) 2 u^2

171. Sea la función f real de variable real cuya gráfica se muestra a continuación.



Según lo anterior, determine su regla de correspondencia.

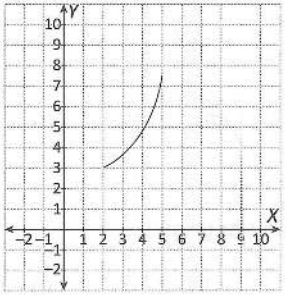
A) $f_{(x)}=2x^2-8x+13$
B) $f_{(x)}=x^2-8x+29$
C) $f_{(x)}=x^2-16x+29$
D) $f_{(x)}=2x^2-16x+29$
E) $f_{(x)}=2x^2+16x+29$

Lumbreras Editores

Funciones especiales

Resuelto

Dada la gráfica de la función: $y=f(x)$

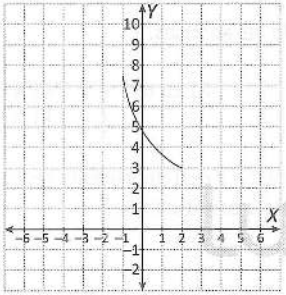


La gráfica de la función inversa de f es:

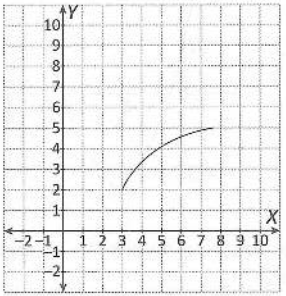
UNSA II Fase - 2020

Resolución

Nos piden la inversa de la función



Respuesta:



Resuelto

172. ¿Cuáles de las funciones siguientes son inyectivas?

I. $f(x)=2x-5$

II. $g_{(x)}=\sqrt{x-1}$

III. $h(x)=1-x^2$

A) I y II B) II y III C) solo I
D) I, II y III E) I y III

173. Si $f: [-2; 3\rangle \rightarrow \langle a; b]$ es una función sobreyectiva, tal que $f(x)=3-x$, determine $f(ab+b-3)$.

A) 2 B) 1 C) -1
D) 3 E) 0

174. Indique cuáles de las siguientes funciones son biyectivas.

I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ tal que $f(x)=x^2$.

II. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ tal que $f(x)=x^2$.

III. $f: [2; 3\rangle \rightarrow \langle -2; -1]$ tal que $f(x)=1-x$

A) II y III B) I, II y III C) solo I
D) solo II E) I y II

175. Sea $f=\{(2; 7)(4; 1)(5; 2)\}$.
Indique la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. f es inyectiva.

II. f es sobreyectiva.

III. $f^{-1}=\{(7; 2)(1; 4), (2; 5)\}$

A) VFF B) VFV C) VVF
D) VVV E) FFV

176. Dada la función suryectiva
$f: A \rightarrow [3; 38] / f(x)=(x-2)^2+2$
Determine el conjunto A.

A) $[-4; 1]\cup[3; 8]$
B) $[1; 4]\cup[6; 11]$
C) $[-1; 4]\cup[6; 12]$
D) $[-1; 4]\cup[5; 11]$
E) $[-1; 4]\cup[7; 11]$

177. Dada la función
$g(x)=\sqrt[3]{3x-5}$, $\text{Dom}g=[-1; 5]$
Determine el dominio de la función inversa de g.

A) $\left[-2; \sqrt[3]{10}\right]$ B) $\left[2; \sqrt[3]{10}\right]$ C) $\left[-1; \sqrt[3]{10}\right]$
D) $[-2; 1]$ E) $[-2; 10]$

178. Determine las funciones inversas de
$f=\{(2;3),(5;1),(-7;0)\}$
$g(x)=3x-5 \wedge \text{Dom}g=\langle -1;+\infty\rangle$

A) $f^*=\{(3;2),(1;5),(0;-7)\}$
$g^*_{(x)}=\dfrac{x+5}{3} \wedge \text{Rang}^*=\langle -8;+\infty\rangle$

B) $f^*=\{(3;2),(1;5),(0;7)\}$
$g^*_{(x)}=\dfrac{x+5}{3} \wedge \text{Rang}^*=\langle -8;+\infty\rangle$

C) $f^*=\{(3;2),(0;5),(1;-7)\}$
$g^*_{(x)}=\dfrac{x+3}{5} \wedge \text{Rang}^*=\langle -7;+\infty\rangle$

D) $f^*=\{(3;2),(5;1),(0;-7)\}$
$g^*_{(x)}=\dfrac{x+3}{5} \wedge \text{Rang}^*=\langle -6;+\infty\rangle$

E) $f^*=\{(3;2),(5;1),(-7;0)\}$
$g^*_{(x)}=\dfrac{3}{x+5} \wedge \text{Rang}^*=\langle -7;+\infty\rangle$

179. Se tiene la siguiente función inyectiva
$f(x)=x^3+x+2$
entonces, determine el valor de $f^*_{(2)}+f^*_{(12)}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 1 E) 2

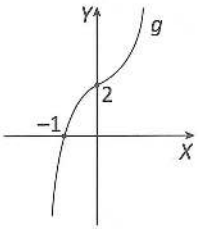
180. Calcule la función inversa de h si
$h(x)=x^2-4x+1 \wedge \text{Dom}\,h=\langle -\infty;1]$

A) $h^*_{(x)}=2+\sqrt{x+3};\text{Dom}\,h^*=[-2;+\infty\rangle$
B) $h^*_{(x)}=2-\sqrt{x+3};\text{Dom}\,h^*=[-2;+\infty\rangle$
C) $h^*_{(x)}=2-\sqrt{x+3};\text{Dom}\,h^*=\langle -\infty;1]$
D) $h^*_{(x)}=2+\sqrt{x+3};\text{Dom}\,h^*=[-1;+\infty\rangle$
E) $h^*_{(x)}=3-\sqrt{x+2};\text{Dom}\,h^*=[-1;+\infty\rangle$

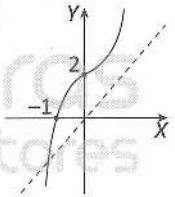
181. Halle la función inversa de
$f(x)=\dfrac{3x+2}{6}, x\in\langle -2;3\rangle$

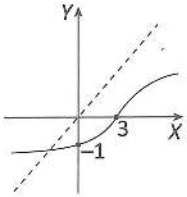
A) $f^*(x)=\dfrac{6x+2}{3}, x\in\left\langle -\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{6}\right\rangle$
B) $f^*(x)=\dfrac{6x-2}{3}, x\in\left\langle -\dfrac{1}{3};\dfrac{11}{6}\right\rangle$
C) $f^*(x)=\dfrac{6x-2}{3}, x\in\left\langle -\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{6}\right\rangle$
D) $f^*(x)=\dfrac{6x-2}{6}, x\in\left\langle -\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{6}\right\rangle$
E) $f^*(x)=\dfrac{x-2}{3}, x\in\left\langle -\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{6}\right\rangle$

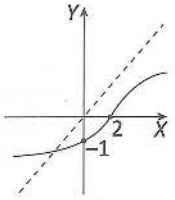
182. Si la gráfica de la función g es

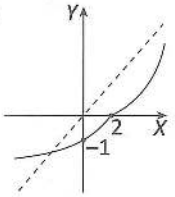


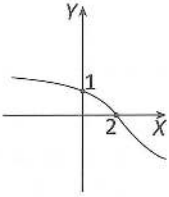
esboce la gráfica de g^*.

A)


B)


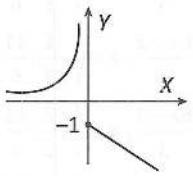
C)


D)


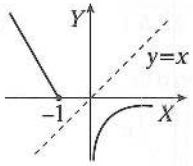
E)


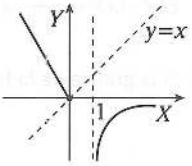
Lumbreras Editores

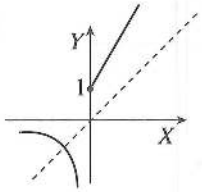
183. Si la gráfica de g es la siguiente

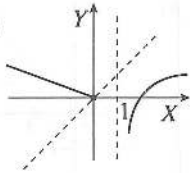


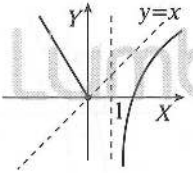
entonces determine la gráfica de $g^*_{(x-1)}$.

A)


B)


C)


D)


E)


184. Si $f:\langle -3;2]\to B$
$x\to 2x^2-1$

es una función sobreyectiva, entonces determine el número de elementos enteros presentes en B.

A) 19 B) 20 C) 21
D) 17 E) 18

185. Si se tiene la función

$f^*:\mathbb{R}^-\to\mathbb{R}^+$, tal que $f^*_{(x)}=\dfrac{x^2}{3}$,

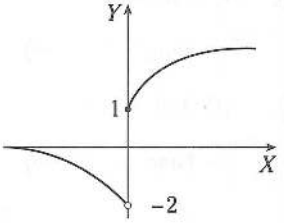
calcule la función f.
(f^* es la función inversa de f)

A) $f_{(x)}=\sqrt{3x};\ x\geq 0$
B) $f_{(x)}=\sqrt{3x};\ x>0$
C) $f_{(x)}=\sqrt{3}x;\ x>0$
D) $f_{(x)}=-\sqrt{3x};\ x>0$
E) $f_{(x)}=-\sqrt{3x};\ x>0$

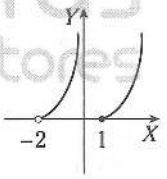
186. Determine el mayor dominio (dominio maximal) donde la función $f:A\subset\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$, tal que $f_{(x)}=x^2-8x+20$ sea inyectiva.

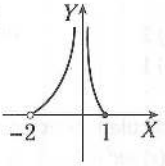
A) $\mathbb{R}^+$ B) $[2;+\infty\rangle$ C) $[4;+\infty\rangle$
D) $\langle 4;+\infty\rangle$ E) $\langle 8;+\infty\rangle$

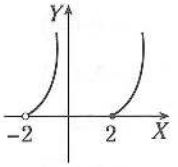
187. Si la gráfica de h es

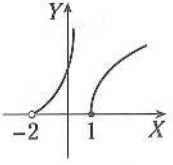


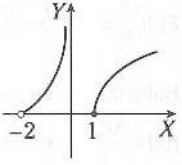
esboce la gráfica de $\left|h^*_{(x)}\right|$.

A)


B)


C)


D)


E)


Logaritmos en $\mathbb{R}$

Resuelto

Sea el operador:

$\boxed{x}=\log(100x^2)-\log(100)$

Calcule $\boxed{10}$

UNSA I Fase - 2021

Resolución

$\boxed{x}=\log(100x^2)-\log(100)$

$\boxed{x}=\log\left(\frac{100x^2}{100}\right)$

$\boxed{x}=\log x^2$

$\boxed{10}=\log(10)^2 \rightarrow \boxed{10}=2$

Respuesta: 2

Resuelto

188. Determine N.

$N=\log_{\left(\frac{1}{4}\right)}16+\log_2\sqrt[3]{4}-\log_5\left(\frac{1}{25}\right)$

A) 3 B) 2 C) $\frac{1}{3}$

D) 1 E) $\frac{2}{3}$

189. Sean

$N=\log_5 100+\log_5\left(\frac{25}{4}\right)$ y

$M=\log_{16}32+5^{\log_5 2}-\log 100-\log 1$.

Determine $4M-N$.

A) 2 B) 1 C) 3

D) 0 E) -1

190. Si $\log_2 3=a$,

determine $\log_{\left(\frac{3}{2}\right)}18$ en términos de a.

A) $\frac{1}{a+1}$ B) $\frac{2a-1}{a+1}$ C) $\frac{a-1}{a+1}$

D) $\frac{2a+1}{a-1}$ E) $\frac{1}{a-1}$

191. Si

$N=\log 3+\log 9+\log 27+\ldots+\log 3^{10}$,

determine $\frac{N}{\log 3}$.

A) 52 B) 53 C) 54

D) 55 E) 60

192. La edad de Guillermo es el cuadrado del mayor número entero menor que el $\log_2 32$ y la edad de Rudy es el cubo del menor número entero mayor que $\log_4 8$. Halle la diferencia de las edades de Guillermo y Rudy.

A) 8 B) 7 C) 2

D) 6 E) 3

193. En un laboratorio, el número P de horas transcurridas y el número n de bacterias al cabo de P horas están relacionados por $\log(n)=\log(4)+P\log(5)$. Si han transcurrido 6 horas, ¿cuántas bacterias habrá en el cultivo?

A) 62500 B) 50500 C) 10500

D) 70500 E) 80500

194. Resuelva la siguiente ecuación:

$\log_2(3x-1)+\log_2 x=\log_2 4$

A) $\left\{\frac{4}{3};-1\right\}$ B) $\left\{\frac{4}{3};1\right\}$ C) -1

D) $\left\{\frac{4}{3}\right\}$ E) $\varnothing$

195. Luego de resolver la ecuación

$x^{\log x}=10^4$,

determine el producto de soluciones.

A) 2 B) 10 C) 10^2

D) 1 E) 10^3

196. Luego de resolver la ecuación

$\log_3^2 x-\log_3 x^4=5$

se obtiene como CS=$\{3^\alpha; 3^\beta\}$; $\alpha>\beta$.

Determine $\alpha-\beta$.

A) 8 B) 7 C) 6

D) 5 E) 4

Lumbreras Editores

197. El modelo $kt=\ln M-\ln M_0$ permite obtener la antigüedad de un fósil, donde t está en años; además, M y M_0 son la masa inicial y final, respectivamente, del fósil en kg. Determine la edad del fósil que posee una masa inicial de 300 000 kg y una masa final de 1000 kg para un $k=0{,}0001$ y $\ln 300=5{,}7$.

A) 37 000 años B) 54 000 años C) 57 000 años
D) 94 000 años E) 74 000 años

198. La venta de productos agrícolas agroquímicos se modela con la siguiente expresión de oferta igual a

$$P=\frac{50}{\log\left(10+\frac{x}{15}\right)}$$

Donde P es el precio en (u) unidades monetarias y x es la cantidad de productos.
Indique aproximadamente la cantidad de producto que debe vender para que el precio sea de 25u.

A) 1260 B) 1225 C) 1350
D) 1235 E) 1231

199. Luego de resolver la ecuación $\log_4 x+\log_4(2x-1)=\log_4 3$, se obtiene como CS$=\{\alpha\}$.
Determine la suma de cifras de (16α).

A) 4 B) 6 C) 5
D) 3 E) 2

200. Simplifique la expresión.

$$E=\frac{1-\log_9 4\cdot(2+\log_2 3)}{\log_{27}8}$$

A) -1 B) -2 C) $-1/2$
D) $1/2$ E) 2

201. Si las raíces de $x^2-5x+2=0$ son a y b, determine el valor de

$$J=\frac{1}{\log_{(a+1)}ab}+\frac{1}{\log_{(b+1)}ab}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

202. Halle el valor de la expresión

$$M=\frac{1+\log_a b}{1-\log_a b}+\frac{1+\log_b a}{1-\log_b a}$$

A) 1 B) a C) b
D) $(ab)^{-1}$ E) 0

203. Determine la menor solución de la ecuación logarítmica.

$$\log_3\left(\log_5\left(\log_2 x^2+3\right)+8\right)=2$$

A) -3 B) -2 C) -1
D) 0 E) 1

Función exponencial y logarítmica

Resuelto

La compañía Lumen fabrica focos LED. La función $Q(t)=40\,000(16^{-0{,}125t})$ modela la cantidad Q de focos vendidos, t semanas después de lanzar una campaña publicitaria. Si la siguiente campaña debe realizarse cuando la cantidad vendida sea la cuarta parte de la venta inicial ($t=0$), ¿después de cuánto tiempo se lanzará la siguiente campaña?

UNSA I Fase - 2023

Resolución

Se tiene

$$Q(t)=40\,000(16^{-0{,}125t})$$

Al inicio, $t=0$:

$$Q(0)=40\,000\times 16^0$$
$$Q(0)=40\,000$$

Para la semana t se vende la cuarta parte de la venta inicial.

$$Q(t)=\frac{1}{4}Q(0)$$
$$40\,000\times 16^{-0{,}125t}=\frac{1}{4}\times 40\,000$$
$$\left(4^2\right)^{-0{,}125t}=4^{-1}$$
$$4^{-0{,}25t}=4^{-1}$$
$$\rightarrow -0{,}25t=-1$$
$$t=4$$

Por lo tanto, se lanza después de 4 semanas.

Respuesta: 4 semanas

Resuelto

204. Determine el dominio de la función

$$f(x)=\sqrt{16-2^{|x|-1}}$$

A) $[-6;6]$ B) $[-3;3]$ C) $[-5;5]$
D) $[-2;2]$ E) $[-4;4]$

205. Determine el rango de la función

$$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x+5}{x+1}} \text{ si } x\geq 3$$

A) $\left[\frac{1}{8};1\right\rangle$ B) $\left[\frac{1}{8};\frac{1}{4}\right\rangle$ C) $\left[\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right\rangle$
D) $\left[\frac{1}{8};\frac{1}{2}\right\rangle$ E) $[1;2\rangle$

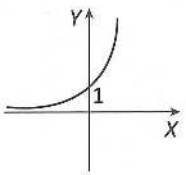
206. Resuelva la inecuación

$$2^{4-x^2}\geq\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$$

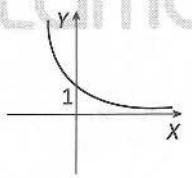
A) $[-3;3]$ B) $[-1;1]$ C) $[-2;2]$
D) $[-4;4]$ E) $[-5;5]$

207. Grafique la función $f_{(x)}=2^{|x|}$.

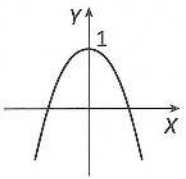
A)



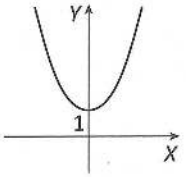
B)



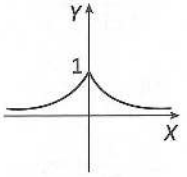
C)



D)



E)



208. Una bacteria en el oído medio se incrementa a razón del $r=2\%$ cada hora. Suponga que al inicio de la infección bacteriana estaban presentes 120 bacterias. Si $N(t)=N_0e^{rt}$ representa la cantidad de bacterias después de t horas, ¿cuántas bacterias están presentes en el organismo después de 2 horas? $(e^{0,04}=1,04)$.

A) 124 B) 724 C) 224
D) 624 E) 324

209. Una empresa compra una máquina por un valor de \$24 000 pero, cada año, a partir de la fecha de la compra, esta máquina se devalúa en un 6% en forma continua. ¿Cuál es el valor $V(t)$ de la máquina, en miles de dólares, después de t años de su compra?

A) $24(0,94)^t$ B) $24(0,4)^t$ C) $24(0,9)^t$
D) $4(0,94)^t$ E) $2(0,94)^t$

210. Determine el dominio de la siguiente función logarítmica.

$$f_{(x)}=\log_x(4-x^2)+x^3-x+1$$

A) $\langle -2;2\rangle-\{1\}$
B) $\langle 0;2\rangle$
C) $\langle 0;2\rangle-\{1\}$
D) $\langle 0,3\rangle-\{1\}$
E) $\langle 0;+\infty\rangle-\{1\}$

211. Halle el rango de la función

$$h_{(x)}=\log_{\frac{3}{5}}(2x-1) \text{ si } x\in\left\langle\frac{17}{25};1\right\rangle$$

A) $\langle -\infty;2\rangle$ B) $\langle 0;2\rangle$ C) $\langle 1;3\rangle$
D) $\left\langle\frac{1}{2};2\right\rangle$ E) $\left\langle\frac{1}{3};2\right\rangle$

212. Halle el conjunto solución de la inecuación $\log_2|x-1|>2$

A) $\langle -\infty;-3\rangle\cup\langle 5;+\infty\rangle$
B) $\langle -\infty;-2\rangle\cup\langle 3;+\infty\rangle$
C) $\langle -\infty;-3\rangle\cup\langle 6;+\infty\rangle$
D) $\langle -\infty;-2\rangle\cup\langle 5;+\infty\rangle$
E) $\langle -\infty;-1\rangle\cup\langle 5;+\infty\rangle$

Lumbreras Editores

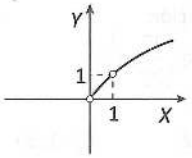
213. Los logaritmos se utilizan para medir la magnitud de los terremotos. En la escala de Richter, desarrollada por el sismólogo Charles F. Richter, la magnitud R de un terremoto está dada por la fórmula $R=\log I$, donde I representa el número de veces que el terremoto es más intenso respecto de la actividad sísmica más pequeña que se puede medir con un sismógrafo. Si un terremoto mide 4 grados en la escala de Richter, ¿cuántas veces es más intenso respecto de la actividad sísmica más pequeña que se puede medir?

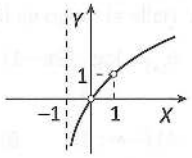
A) 37 000 B) 54 000 C) 10 000
D) 94 000 E) 74 000

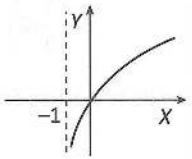
214. Según una revista científica, un grupo de científicos encontró una fórmula para obtener la edad humana para un perro, y está dada por
$EHp=16\ln(EP)+31$
donde EHp es la edad de un perro en años humanos y EP es la edad del perro. Determine la edad, en años humanos, de un perro en su primer año y halle el EP para un perro que tiene 42 años humanos. $(e^{11/16}\approx 2)$.

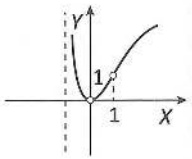
A) 31 y 1 año B) 31 y 3 años C) 31 y 2 años
D) 20 y 2 años E) 30 y 2 años

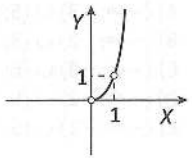
215. Esboce la gráfica de la siguiente función.
$f(x)=\log_x 3\cdot\log_2 x\log_3(x+1)$

A)


B)


C)


D)


E)


216. Halle el conjunto solución de la inecuación

$$\sqrt{2}^{x^2+18}\geq\sqrt[4]{4}^{9x}$$

A) $[3;+\infty\rangle$
B) $\langle-\infty;-6]\cup[3;+\infty\rangle$
C) $\langle-6;3]\cup[6;+\infty\rangle$
D) $\langle-\infty;3]\cup[6;+\infty\rangle$
E) $[-6;3]\cup[6;+\infty\rangle$

217. Resuelva la inecuación

$$2^{4-x^2}\geq\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$$

A) $[-3;3]$
B) $[-1;1]$
C) $[-2;2]$
D) $[-4;4]$
E) $[-5;5]$

218. Determine el número de soluciones reales que presenta la ecuación

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x=|\ln x|$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

219. Determine el rango de la función

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$x\to 27^{3x^2-|4x|}$

A) $\langle 0;+\infty\rangle$
B) $\left[\frac{1}{9};+\infty\right\rangle$
C) $\left[\frac{2}{81};+\infty\right\rangle$
D) $\left[\frac{1}{27};+\infty\right\rangle$
E) $\left[\frac{1}{81};+\infty\right\rangle$

Matrices y Determinantes

Resuelto

Sea A una matriz cuadrada de orden 3×3 con $\det(A)=-4$. Calcular el valor de $\det(2A^T(A^2)^{-1})$.

UNSA I Fase - 2022

Resolución

Datos: $\begin{cases} A \text{ es una matriz de orden } 3\times3 \\ \det(A)=-4 \end{cases}$

Nos piden $\det(2A^T(A^2)^{-1})$.

Recordemos lo siguiente:

- $\det(A\times B)=\det(A)\times\det(B)$
- $\det(\lambda A)=\lambda^n\cdot\det(A)$; λ: orden de A
- $\det(A^{-1})=\dfrac{1}{\det(A)}$
- $\det(A^T)=\det(A)$

Sea $x=\det(2A^T(A^2)^{-1})$

$\rightarrow x=\det(2A^T)\times\det(A^2)^{-1}$

$\rightarrow x=2^3\det(A^T)\times\dfrac{1}{\det(A^2)}$

$\rightarrow x=8\det(A)\times\dfrac{1}{(\det(A))^2}$

$\rightarrow x=\dfrac{8}{\det(A)}=\dfrac{8}{-4}$

$\therefore\ x=-2$

Respuesta: -2

Resuelto

220. Si las siguientes matrices son iguales

$$A=(a_{ij})_{3\times2} \text{ tal que } a_{ij}=\begin{cases} 2i-j; \text{ si } i\neq j \\ i; \text{ si } i=j \end{cases}$$

$$B=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 3 & 2x \\ 5x & y^2 \end{pmatrix}$$

determine el mínimo valor de $x+y$.

A) 1 B) -2 C) 0
D) -1 E) 3

221. Si A, B, I son matrices cuadradas por igual orden, tal que I es la matriz identidad
$(A+B)^2-A^2-B^2-2AB=I$
entonces determine el equivalente de $(BA)^2-I$.

A) A^2B^2+2AB
B) $AB(AB+2I)$
C) $ABAB+2AB$
D) $ABAB+2I$
E) $(AB)^2+AB+BA$

222. Si se tiene que

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

entonces determine $P(A)$.
Considere que $P(x)=x^2+x+1$.

A) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -4 & 8 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -4 & 8 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -4 & 8 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 4 & -8 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -4 & 8 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Lumbreras Editores

223. Sea $x=[x_{ij}]_{2\times 2}$, tal que satisface la ecuación matricial

$$x-2x^T=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\end{bmatrix}$$

Halle la traza de x.

A) -4
B) -3
C) -2
D) 3
E) 5

224. Sean las matrices x, $y\in\mathbb{R}^{2\times 2}$ tales que

$$\begin{cases}x+2y=\begin{bmatrix}5 & 4\\ 5 & 4\end{bmatrix}\\ 3x-y=\begin{bmatrix}8 & -9\\ 1 & 12\end{bmatrix}\end{cases}$$

Halle $x+y$.

A) $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 6 & 1\end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix}4 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix}4 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$

225. Si las siguientes matrices

$$\begin{bmatrix}x & 1\\ -1 & y\end{bmatrix} \text{ y } \begin{bmatrix}1 & x\\ y & -1\end{bmatrix}$$

son conmutables, halle el valor de xy.

A) -1
B) 1
C) 0
D) 1/2
E) -2

226. Calcule la siguiente sumatoria.

$$\begin{vmatrix}10 & 11\\ 9 & 10\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}12 & 13\\ 11 & 12\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}14 & 15\\ 13 & 14\end{vmatrix}+\ldots-\begin{vmatrix}24 & 25\\ 23 & 24\end{vmatrix}$$

A) 20
B) 12
C) 10
D) 8
E) 6

227. Si $\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=2$

Halle el valor de

$$\begin{vmatrix}2+a & b\\ 2+c & d\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}1 & d\\ 1 & b\end{vmatrix}$$

A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

228. Resuelve la siguiente ecuación.

$$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 1 & x\\ -1 & -1 & x\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & \ln b\\ \log_b e & 1\end{vmatrix}$$

A) $\{e\}$ B) $\{1/e\}$ C) $\{-1\}$
D) $\{0\}$ E) $\{1\}$

229. Calcule la suma de elementos de la matriz A si

$$4A=|A|\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 8\end{bmatrix}$$

A) 9 B) 28 C) 18
D) 36 E) 16

230. Resolver

$$\begin{vmatrix}2x-5 & x & -3\\ x & x & -3\\ 10 & 10 & x-2\end{vmatrix}<0$$

A) $\langle-\infty;5\rangle$ B) $\left\langle-\infty;\frac{5}{2}\right\rangle$ C) $\left\langle\frac{5}{2};+\infty\right\rangle$

D) $\langle 5;+\infty\rangle$ E) $\varnothing$

231. Resuelva la siguiente ecuación

$$\begin{vmatrix}1 & x & x^2\\ 1 & 2 & 4\\ 1 & 3 & 9\end{vmatrix}=0$$

Determine la suma de soluciones.

A) 7 B) 4 C) 3
D) 5 E) e

232. Si tenemos la siguiente matriz

$$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$$

determine A^n

A) $\begin{pmatrix}2^{n-2}&0&2^{n-2}\\0&1&0\\2^{n-2}&0&2^{n-2}\end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix}2^{n}&0&2^{n}\\0&2^{n}&0\\2^{n}&0&2^{n}\end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix}2^{n}&0&2^{n}\\0&1&0\\2^{n}&0&2^{n}\end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix}2^{n-1}&0&2^{n-1}\\0&1&0\\2^{n-1}&0&2^{n-1}\end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix}2^{n-1}&0&2^{n-1}\\0&2^{n-1}&0\\2^{n-1}&0&2^{n-1}\end{pmatrix}$

233. Si A, B y C son matrices cuadradas de orden 2, tal que cumple la siguiente igualdad

$$AB+C^T-2C=BA+\begin{pmatrix}3&4\\5&-1\end{pmatrix}^T,$$

determine la Traz(C).

A) 2 B) 0 C) -1
D) -2 E) 3

234. Si A es una matriz antisimétrica

$$A=\begin{pmatrix}a-3&a&b\\-a&b+2&-1\\-b&1&c\end{pmatrix}$$

calcule $\begin{vmatrix}a&b\\c&a\end{vmatrix}+\text{Traz}(A)$.

A) 7 B) 10 C) 9
D) 8 E) 6

235. $\displaystyle\sum_{n=1}^{20}\begin{vmatrix}\frac{1}{n}&n\\0&\frac{1}{n+1}\end{vmatrix}$

A) 20/19 B) 21/20 C) 20/17
D) 20/21 E) 20/23

Sistema de ecuaciones e inecuaciones

Resuelto

La edad promedio de un padre e hijo es 32 años. Si hay 14 años de diferencia entre sus edades, ¿cuál es la edad del hijo?

UNSA II Fase - 2020

Resolución

$$\frac{a+b}{2}=32 \rightarrow a+b=64$$

$$a-b=14$$

$$\begin{cases}a+b=64\\a-b=14\end{cases}$$

$$2a=78$$

$$\rightarrow \quad a=39$$

$$\rightarrow \quad b=25$$

Respuesta: 25 años

Resuelto

236. Sea el sistema de ecuación lineal

$$\begin{cases}3x-y=8\\2x+3y=9\end{cases}$$

donde $CS=\{(\alpha;\beta)\}$. Determine $\alpha-3\beta$.

A) -1 B) 3 C) 2
D) 0 E) 1

Lumbreras Editores

237. Luego de resolver el sistema

$$\begin{cases} x+2y+z=3 \\ x+y-z=5 \\ -2x+y=4 \end{cases}$$

se obtiene como CS=$\{\alpha; \beta; \theta\}$.
Determine $E=2\alpha+2\beta+2\theta$.

A) -3
B) -2
C) -1
D) -5
E) 0

238. Determine $m+n$ si el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} (m-1)x+(n+2)y=4 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$$

tiene infinitas soluciones.

A) 21
B) 20
C) 18
D) 19
E) 15

239. Determine el menor valor de n si el sistema

$$\begin{cases} (n+3)x+4y=2 \\ 4x+(n-3)y=1 \end{cases}$$

no tiene solución.

A) 3
B) -4
C) 5
D) 4
E) -5

240. Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Halle la suma de cifras del producto de los dos números.

A) 12
B) 7
C) 22
D) 16
E) 3

241. Un fabricante de focos gana S/0,3 por cada foco que sale de la fábrica; pero pierde S/0,4 por cada uno que sale defectuoso. Un día en el que fabricó 2100 focos, obtuvo un beneficio de S/484,4. ¿Cuántos focos buenos y cuántos defectuosos fabricó ese día?

A) 1892 focos buenos y 208 focos defectuosos
B) 1892 focos buenos y 205 focos defectuosos
C) 189 focos buenos y 208 focos defectuosos
D) 182 focos buenos y 228 focos defectuosos
E) 1891 focos buenos y 108 focos defectuosos

242. Si el par ordenado $(\alpha; \beta)$ es solución del sistema

$$\begin{cases} x^2-y^2=5 \\ x+y=1 \end{cases}$$

calcule el valor de $-2\alpha\beta$.

A) 6
B) -6
C) 12
D) -12
E) 18

243. La suma de los números enteros que simultáneamente cumplen las inecuaciones.

$$6x+5 \geq 4x+9$$
$$3x^2-x \leq 2x^2+6$$

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8

244. Resuelva el siguiente sistema.

$$\begin{cases} |2x-1|>5 \\ |x+2| \leq 1 \end{cases}$$

A) $[-3; 1\rangle$
B) $\{-3\}$
C) ϕ
D) $[-3; -2\rangle$
E) $\langle -\infty; -3\rangle$

245. En una empresa, trabajan 160 personas y todas ellas deben hacerse un examen médico en el plazo de 3 días. El primer día se lo hace la tercera parte de los que se lo hacen durante los otros dos días. El segundo y tercer día se lo hacen el mismo número de personas. ¿Cuántos trabajadores se realizaron el examen médico el primer día?

A) 41 trabajadores
B) 30 trabajadores
C) 40 trabajadores
D) 50 trabajadores
E) 45 trabajadores

246. Dados a y b, dos números positivos que satisfacen la condición

$$\begin{cases}\sqrt{ab}=22\\ \sqrt{a}-\sqrt{b}=10\end{cases}$$

Calcule el valor de $\sqrt{4a+4b}$.

A) 60 B) 25 C) 24
D) 35 E) 31

247. Se tiene que el par ordenado $(m; n)$ es solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases}\frac{2x}{3}+\frac{y}{2}=6\\ \frac{x}{5}-\frac{y}{3}=1\end{cases}$$

Indique el valor de $29m$.

A) 29
B) 175
C) 20
D) 185
E) 225

248. Si el par $(\alpha; \beta)$ con $\alpha=\beta$ es la única solución del sistema lineal

$$\begin{cases}ax+by=-10\\ cx-dy=2\end{cases};\ d\neq c$$

calcule $\frac{a+b}{d-c}$.

A) -5 B) -2 C) 2
D) 5 E) 10

249. Si el sistema en variables x e y

$$\begin{cases}(n+3)x+ny=2m-1\\ nx+(n-6)y=3m\end{cases}$$

tiene infinitas soluciones, halle n^m.

A) -36 B) $\frac{1}{64}$ C) $-\frac{1}{64}$
D) 64 E) 36

250. Si la terna (α, β, θ) es solución del sistema

$$\begin{cases}x+y+z=2\\ 2x+3y-z=5\\ x-2y+2z=7\end{cases}$$

calcule $(2\alpha+\beta+\theta)^2$.

A) 16 B) 25 C) 49
D) 81 E) 121

251. Si las ecuaciones cuadráticas

$6x^2-(m+2)x+n=0$
$10x^2-(n-1)x+n+2=0$

son equivalentes, determine el valor de $5m$.

A) -4 B) 4 C) -3
D) 3 E) 2

Lumbreras Editores

1 C	37 C	73 C	109 A	145 A	181 C	217 D
2 E	38 D	74 E	110 D	146 D	182 C	218 A
3 C	39 B	75 E	111 A	147 B	183 B	219 E
4 C	40 C	76 D	112 A	148 D	184 A	220 D
5 A	41 A	77 D	113 D	149 E	185 D	221 C
6 A	42 A	78 A	114 C	150 C	186 C	222 A
7 C	43 B	79 E	115 D	151 E	187 A	223 A
8 C	44 D	80 D	116 C	152 C	188 E	224 B
9 C	45 B	81 B	117 C	153 C	189 B	225 A
10 C	46 C	82 C	118 E	154 A	190 D	226 D
11 C	47 C	83 C	119 C	155 D	191 D	227 E
12 B	48 B	84 D	120 B	156 A	192 A	228 C
13 E	49 A	85 B	121 B	157 D	193 A	229 B
14 A	50 B	86 B	122 A	158 B	194 D	230 A
15 C	51 C	87 B	123 A	159 D	195 D	231 D
16 C	52 C	88 C	124 B	160 A	196 C	232 D
17 B	53 D	89 A	125 C	161 A	197 C	233 D
18 B	54 E	90 C	126 D	162 A	198 C	234 C
19 A	55 B	91 B	127 C	163 B	199 B	235 D
20 C	56 A	92 E	128 A	164 E	200 E	236 D
21 B	57 A	93 C	129 A	165 C	201 C	237 E
22 D	58 D	94 A	130 E	166 C	202 E	238 D
23 A	59 A	95 A	131 D	167 C	203 B	239 E
24 A	60 A	96 D	132 C	168 D	204 C	240 A
25 E	61 E	97 A	133 C	169 A	205 C	241 A
26 D	62 C	98 A	134 C	170 B	206 D	242 C
27 C	63 D	99 C	135 B	171 D	207 D	243 B
28 C	64 C	100 C	136 B	172 A	208 A	244 D
29 C	65 C	101 A	137 C	173 B	209 A	245 C
30 E	66 D	102 C	138 C	174 A	210 C	246 C
31 D	67 C	103 B	139 D	175 D	211 B	247 E
32 D	68 D	104 C	140 D	176 A	212 A	248 D
33 D	69 A	105 D	141 E	177 A	213 C	249 E
34 C	70 D	106 E	142 C	178 A	214 C	250 D
35 A	71 C	107 D	143 E	179 D	215 A	251 E
36 B	72 B	108 D	144 A	180 B	216 D	

Lumbreras Editores