

BANCO DE CONTENIDO DIGITAL FÍSICA

CEPRUNSA II FASE 2025

$$E=mc^2$$



TEMA 1: SISTEMAS DE MEDIDA Y OPERACIONES CON VECTORES

La física es una de las ciencias en la cual es indispensable realizar mediciones, para comprender de una manera más adecuada el fenómeno físico que se presenta.



1.1 SISTEMAS DE MEDIDA

La necesidad de tener una unidad homogénea para determinada magnitud, obliga al hombre a definir unidades convencionales.

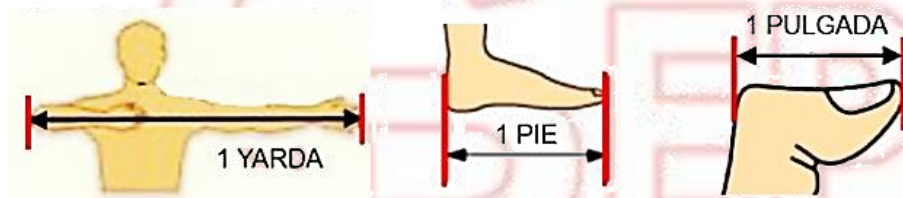
¿Por qué y cómo medimos?

Medir es importante para todos nosotros. Es una de las formas concretas en que enfrentamos al mundo. La física se ocupa de describir y entender la naturaleza y la medición es una de sus herramientas fundamentales.

Las mediciones se expresan en valores unitarios o unidades. Algunas de las primeras unidades de medición, como el pie, se referían originalmente a partes del cuerpo humano (incluso en la actualidad el palmo se utiliza para medir la alzada de los caballos, donde un palmo equivale a 4 pulgadas. Si una unidad logra aceptación oficial, decimos que es una unidad estándar. Tradicionalmente, un organismo gubernamental o internacional establece las unidades estándar. Un grupo de unidades estándar y sus combinaciones se denomina sistema de unidades. Actualmente se utilizan dos sistemas principales de unidades: el sistema métrico y el sistema inglés.

Podemos usar diferentes unidades del mismo sistema o unidades de sistemas distintos para describir la misma cosa. Por ejemplo, expresamos nuestra estatura en pulgadas, pies, centímetros, metros o incluso millas. Siempre es posible convertir dentro de una unidad a otra y hay ocasiones en que son necesarias tales conversiones.

Fig. 1.1: Origen de sistema de unidades



Tomado de Alumni, Universidad de Salamanca
(<https://alumni.usal.es/yarda-lo-vienen-3-pies/>)

1.1.1 ANÁLISIS DE UNIDADES

A. MAGNITUDES FUNDAMENTALES

Las magnitudes fundamentales, conocidas como básicas, son aquellas independientes de otras magnitudes. Por lo tanto, no precisan del cálculo de otras magnitudes para ser cuantificadas. Éstas son:

MAGNITUD	UNIDAD	SÍMBOLO
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de Corriente Eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Intensidad Luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol

B. MAGNITUDES SUPLEMENTARIAS

Estas magnitudes no son ni fundamentales ni derivadas. Éstas son:

MAGNITUD	UNIDAD	SÍMBOLO
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	estereorradián	sr

C. MAGNITUDES DERIVADAS

Las magnitudes derivadas son aquellas que parten de dos o más magnitudes fundamentales para cuantificar una propiedad o fenómeno. Algunas de ellas son:

MAGNITUD	UNIDAD	SÍMBOLO
Fuerza	newton	N
Superficie (área)	metro cuadrado	m ²
Velocidad	metro por segundo	m/s
Volumen	metro cúbico	m ³
Trabajo	joule	J
Presión	pascal	Pa
Potencia	watt	W
Frecuencia	hertz	Hz

OBSERVACIONES:

El símbolo de una unidad no admite punto al final. Cada unidad tiene nombre y símbolo; éstos se escriben con letra minúscula, a no ser que provenga del nombre de una persona, en cuyo caso se escribirán con letra mayúscula.

1.1.2 CONVERSIÓN DE UNIDADES

Como las unidades de diferentes sistemas, o incluso diferentes unidades dentro del mismo sistema, pueden expresar la misma

cantidad, a veces es necesario convertir las unidades de una cantidad a otra unidad.

Usamos ecuaciones para expresar las relaciones entre cantidades físicas representadas por símbolos algebraicos. Cada símbolo algebraico denota siempre tanto un número como una unidad. Por ejemplo "d" podría representar una distancia de 10 m, "t" un tiempo de 5 s y "v" una rapidez de 2 m/s.

Toda ecuación debe ser dimensionalmente consistente. No podemos sumar manzanas y automóviles; solo podemos sumar o igualar dos términos si tienen las mismas unidades. En los cálculos, las unidades se tratan igual que los símbolos algebraicos con respecto a la multiplicación y la división.

1.1.3 NOTACIÓN EXPONENCIAL

En física, es muy frecuente usar números muy grandes, pero también números pequeños; para su simplificación se hace uso de los múltiplos y submúltiplos.

MÚLTIPLOS

PREFIJO	SÍMBOLO	FACTOR DE MULTIPLICACIÓN
deca	da	$10^1 = 10$
hecto	h	$10^2 = 100$
kilo	k	$10^3 = 1000$
mega	M	$10^6 = 1000\ 000$
giga	G	$10^9 = 1000\ 000\ 000$
tera	T	$10^{12} = 1000\ 000\ 000\ 000$
peta	P	$10^{15} = 1000\ 000\ 000\ 000\ 000$
exa	E	$10^{18} = 1000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
zetta	Z	$10^{21} = 1000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$
yotta	Y	$10^{24} = 1000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$

SUBMÚLTIPLOS

PREFIJO	SÍMBOLO	FACTOR DE MULTIPLICACIÓN
deci	d	$10^{-1} = 0,1$
centi	c	$10^{-2} = 0,01$
mili	m	$10^{-3} = 0,001$
micro	μ	$10^{-6} = 0,000\ 001$
nano	n	$10^{-9} = 0,000\ 000\ 001$
pico	p	$10^{-12} = 0,000\ 000\ 000\ 001$
femto	f	$10^{-15} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 001$
atto	a	$10^{-18} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$
zepto	z	$10^{-21} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$
yocto	y	$10^{-24} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001$

1.1.4 DIMENSIONES DE LAS MAGNITUDES FÍSICAS (ECUACIONES DIMENSIONALES)

Son expresiones matemáticas que colocan a las magnitudes derivadas en función de las fundamentales; utilizando para ello las reglas básicas del álgebra, menos las de suma y resta.

Notación:

A: Se lee letra "A"

[A]: Se lee ecuación dimensional de A

Ejemplos:

Hallar la ecuación dimensional de:

➤ Velocidad (v):

$$v = \frac{e}{t}$$

$$[v] = \frac{[e]}{[t]}$$

$$[v] = \frac{L}{T}$$

$$[v] = LT^{-1}$$

➤ Volumen (V):

$$V = l \times l \times l$$

$$[V] = L^3$$

➤ Densidad (ρ):

➤ :

$$\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

$$[\rho] = \frac{[\text{masa}]}{[\text{volumen}]}$$

$$[\rho] = \frac{M}{L^3}$$

$$[\rho] = ML^{-3}$$

1.1.5 PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD DIMENSIONAL

En toda igualdad matemática o fórmula física que expresa la relación entre las diferentes magnitudes físicas, las dimensiones en el primer y segundo miembros, deben ser iguales.

Sea la fórmula física:

$$A = B^2 + C$$

Se tendrá:

$$[A] = [B^2] = [C]$$

“Si una fórmula física es correcta, todos los términos de la fórmula son dimensionalmente iguales”.

Si: $d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, entonces se cumple que:

$$[d] = [v_0 t] = \left[\frac{1}{2} a t^2 \right]$$

1.1.6 REGLAS DIMENSIONALES

a) Si el valor numérico de la magnitud X es igual al producto (cociente) de los valores numéricos de las magnitudes A y B , entonces, la dimensión de X será igual al producto (cociente) de las dimensiones de A y B .

Si: $X = AB$, entonces: $[X] = [A][B]$

Si $X = \frac{A}{B}$, entonces: $[X] = [A][B]^{-1}$

b) Si el valor numérico de la magnitud X es igual a la potencia n/m del valor numérico de la magnitud A , entonces la dimensión de X es igual a la potencia n/m de la dimensión de A .

Si: $X = A^{n/m}$, entonces: $[X] = [A]^{n/m}$

Si: $X = A^n$, entonces: $[X] = [A]^n$

Si: $X = A^{1/m}$, entonces: $[X] = [A]^{1/m}$

c) Si el valor numérico de la magnitud X es un coeficiente constante (número, ángulo en radianes, función trigonométrica, función logarítmica, etc.) que es independiente de la dimensión de las magnitudes fundamentales, entonces la dimensión de X es nula y X es denominada “**adimensional**”.

Si: $X = \text{número}$, entonces: $[X] = 1$

Si: $X = \sen \alpha$, entonces: $[X] = 1$

Si $X = \log_b N$, entonces: $[X] = 1$

Si $X = \text{constante numérica}$ (adimensional)

Ejemplos:

$$[\sen 30^\circ] = 1$$

$$[\log 100] = 1$$

$$[2\pi] = 1$$

d) En toda fórmula física los exponentes son cantidades adimensionales:

Si: $X = a^b$, entonces $[b] = 1$

1.1.7 FÓRMULAS DIMENSIONALES BÁSICAS

Para determinar las ecuaciones dimensionales de las magnitudes derivadas, tomamos como base a las magnitudes fundamentales.

MAGNITUD FÍSICA	ECUACIÓN DIMENSIONAL
Longitud	L
Tiempo	T
Masa	M
Temperatura	θ
Intensidad de corriente eléctrica	I
Cantidad de sustancia	N
Intensidad luminosa	J

Las ecuaciones dimensionales de algunas magnitudes derivadas:

MAGNITUD FÍSICA	ECUACIÓN DIMENSIONAL
-----------------	----------------------

Área	L^2
Volumen	L^3
Velocidad	LT^{-1}
Aceleración	LT^{-2}
Fuerza	MLT^{-2}
Trabajo	ML^2T^{-2}
Potencia	ML^2T^{-3}
Energía	ML^2T^{-2}
Presión	$ML^{-1}T^{-2}$
Impulso	MLT^{-1}
Frecuencia	T^{-1}
Carga eléctrica	IT
Calor	ML^2T^{-2}
Velocidad angular	T^{-1}
Caudal	L^3T^{-1}

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Halle la dimensión de "K" en la siguiente fórmula física:

$$K = \frac{mv^2}{F}$$

Donde:

m : masa

F : fuerza

v : velocidad

A. L

B. M

C. MT^{-2}

D. LM^{-1} E. T^{-1} **SOLUCIÓN**

Expresamos dimensionalmente:

$$[K] = \frac{[m][v]^2}{[F]}$$

Reemplazamos las magnitudes:

$$[K] = \frac{(M)(LT^{-1})^2}{(MLT^{-2})}$$

$$[K] = \frac{ML^2T^{-2}}{MLT^{-2}}$$

$$[K] = L$$

RESPUESTA: "A"

2. Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea:

$$P = q^z R^{-y} s^x$$

Donde:

P: presión

q: fuerza

R: volumen

s: longitud

Hallar $x - 3y$

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

E. 3

SOLUCIÓN

Expresamos dimensionalmente:

$$[P] = [q]^z [R]^{-y} [s]^x$$

Reemplazamos las magnitudes:

$$ML^{-1}T^{-2} = (MLT^{-2})^z (L^3)^{-y} L^x$$

$$ML^{-1}T^{-2} = M^z L^z T^{-2z} L^{-3y} L^x$$

$$ML^{-1}T^{-2} = M^z L^{z-3y+x} T^{-2z}$$

Comparando se tiene:

$$M = M^z, \text{ donde}$$

$$z = 1$$

$$L^{-1} = L^{z-3y+x}, \text{ donde:}$$

$$-1 = z - 3y + x$$

$$-1 = 1 - 3y + x$$

$$-2 = -3y + x$$

RESPUESTA: "D"

3. Dada la siguiente ecuación:

$$s = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{3}{2}kT}$$

Determine las dimensiones de k si S es adimensional; m : masa; v : rapidez; T : tiempo.

- A. $MLT^2\theta$
- B. $ML^2T^{-2}\theta^{-1}$
- C. $ML^2T^2\theta$
- D. $ML^2T^2\theta^{-2}$
- E. $ML^{-1}T^2\theta$

SOLUCIÓN

Expresamos dimensionalmente:

$$[s] = \frac{\left[\frac{1}{2}\right][m][v]^2}{\left[\frac{3}{2}\right][k][T]}$$

$$1 = \frac{1M(LT^{-1})^2}{1[k]\theta}$$

$$1 = \frac{ML^2T^{-2}}{[k]\theta}$$

$$k = ML^2T^{-2}\theta^{-1}$$

RESPUESTA: "B"

4. En la siguiente ecuación dimensionalmente correcta. Determinar la ecuación dimensional de " x ".

$$E = \sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \dots \dots \infty}}}$$

Donde: M : masa; v : velocidad

- A. MLT^2
- B. $M^{-1}L^{-1}T^{-2}$
- C. ML^2T^2
- D. $M^{-1}L^2T^2$
- E. $M^{-1}L^{-1}T$

SOLUCIÓN

Se tiene:

$$E = \sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \dots \dots \infty}}}$$

$$E = \sqrt{Mvx + E}$$

$$E^2 = Mvx + E$$

Expresamos dimensionalmente:

$$[E]^2 = [M][v][x] = [E]$$

De donde: $[E]^2 = [E]$, entonces: $[E] = 1$

También:

$$[M][v][x] = [E]$$

$$[M][v][x] = 1$$

$$MLT^{-1}[x] = 1$$

$$[x] = M^{-1}L^{-1}T$$

RESPUESTA: "E"

5. Expresar el resultado en notación científica:

$$E = \frac{\sqrt[3]{27\,000\,000}}{\sqrt[4]{0,0081}}$$

- A. 10
- B. 10^2
- C. 10^3
- D. 10^4
- E. 10^5

SOLUCIÓN

$$E = \frac{\sqrt[3]{27\,000\,000}}{\sqrt[4]{0,0081}}$$

$$E = \frac{\sqrt[3]{27 \times 10^6}}{\sqrt[4]{81 \times 10^{-4}}}$$

$$E = \frac{3 \times 10^2}{3 \times 10^{-1}}$$

$$E = 10^2 \times 10$$

$$E = 10^3$$

RESPUESTA: "C"

6. Hallar la altura del nevado Huascarán en hectómetros si expresado en metros mide 6780 m.

- A. 6,780 Hm
- B. 67,80 Hm
- C. 0,0678 Hm
- D. 678,0 Hm
- E. 6780 Hm

SOLUCIÓN

$$6780 \text{ m} = 6780 \text{ m} \left(\frac{1 \text{ Hm}}{10^2 \text{ m}} \right)$$

Entonces:

$$6780 \text{ m} = 67,80 \text{ Hm}$$

RESPUESTA: "B"

1.2 MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

“Una magnitud física es ESCALAR cuando queda determinada por un número real que expresa su medida.”

Su álgebra operacional es la de los números. Son ejemplo de estas magnitudes: el tiempo, la masa, la temperatura, la presión, la energía, la potencia, la distancia, la rapidez, el trabajo mecánico, ...

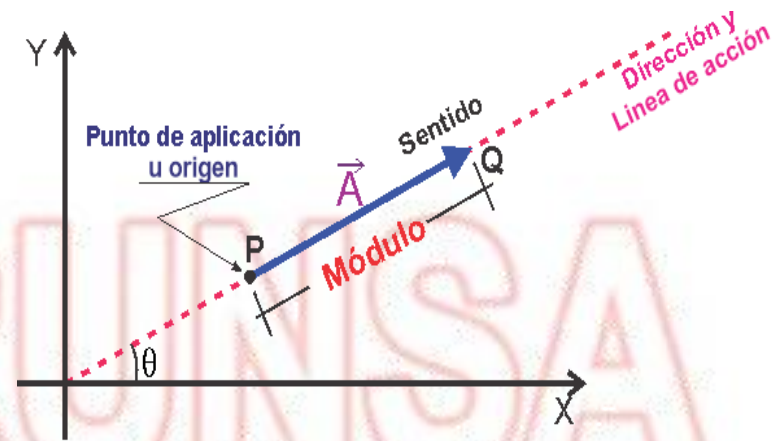
Una magnitud es VECTORIAL, cuando en su determinación necesitamos, además de su medida (módulo), una dirección y un sentido. (Beléndez, Bernabeu y Pastor, 1988). Esta clase de magnitud recibe el nombre de vector. Por ejemplo: fuerza, velocidad, momento, intensidad del campo eléctrico, etc.

1.2.1 VECTOR

Es un ente matemático que se usa para representar una cantidad física que requiere tanto de magnitud como de dirección para su descripción completa. Un vector se representa gráficamente mediante una flecha. La longitud de la flecha representa la magnitud del vector y el ángulo entre el vector y un eje fijo define la dirección de su línea de acción. La cabeza o punta de la flecha indica el sentido de dirección del vector. Los vectores se pueden representar gráficamente mediante un

segmento de recta orientado, tal como se observa en la fig. 1.2.

Fig. 2.2: Elementos de un vector.



A. Notación de un vector

Un vector se puede representar con cualquier letra del alfabeto, con una pequeña flecha en la parte superior.

$\vec{A}$: se lee “vector A”.

$|\vec{A}|$: se lee “módulo del vector A”.

También se denota indicando el origen y el extremo.

$\overrightarrow{PQ}$ se lee “vector PQ”.

La dirección del $\vec{A}$: θ

Ambas notaciones son válidas y pueden usarse indistintamente, es decir $\vec{A} = \overrightarrow{PQ}$.

1.2.2 ELEMENTOS DE UN VECTOR

Según (Beléndez, Bernabeu y Pastor, 1988). Un vector está determinado por cuatro elementos:

A. Módulo

Módulo $|\vec{V}|$: Es la medida o el tamaño del vector y generalmente está asociado a la magnitud a la cual representa (siempre es un número positivo).

Ejemplo: $\vec{A} = 2\hat{i}$ $|\vec{A}| = 2$

B. Dirección

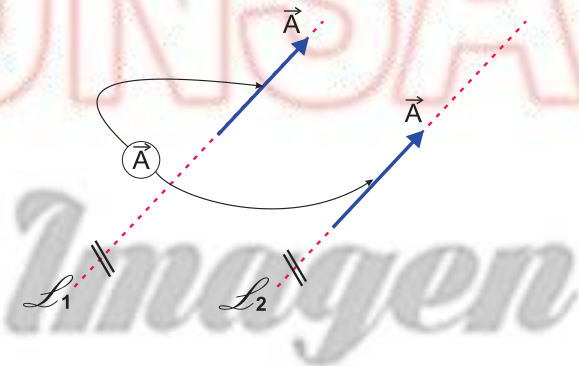
La misma que tiene la recta sobre la cual está el vector. La dirección de esta recta está definida por la medida del ángulo " θ " obtenido a partir del semieje X positivo y la línea de acción del vector, medido en sentido antihorario. De la fig. 1.2, podemos decir que:

C. Sentido

Uno de los dos posibles que define su dirección, representado por la cabeza de la flecha.

En la fig. 1.3, se observan dos vectores a los que se denomina vectores libres, en este caso tienen misma dirección y sentido.

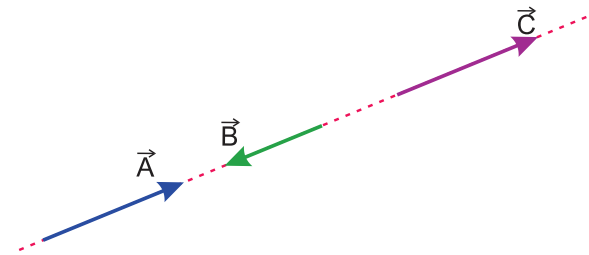
Fig. 3.3: Vectores libres



D. Origen

Es el punto de aplicación del vector. De acuerdo al punto de aplicación del vector, se tiene dos propiedades aplicativas:

- **Propiedad de transmisibilidad del punto de aplicación:** el punto de aplicación de un vector puede moverse a cualquier parte a lo largo de su línea de acción.

Fig. 4.4. Vectores colineales $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ 

- **Propiedad de los vectores libres:** Los vectores no se modifican, si se trasladan paralelamente a sí mismos. Esta propiedad se utiliza al sumar vectores por los métodos gráficos: paralelogramo, triángulo y polígono.

1.2.3 TIPOS DE VECTORES

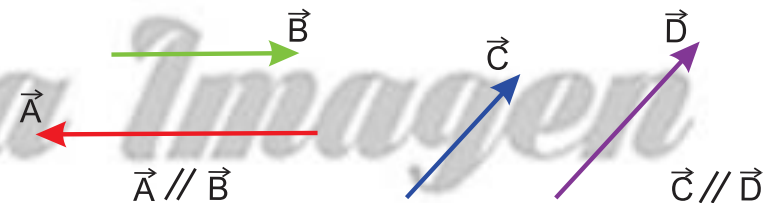
A. Vectores colineales

Son aquellos que se encuentran contenidos en una misma línea de acción.

En la fig. 1.4, se tiene los vectores colineales $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ porque están en una misma línea de acción.

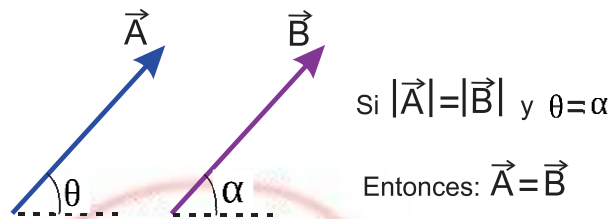
B. Vectores paralelos

Son aquellos que tienen sus líneas de acción respectivamente paralelas, tal como se observa en la fig. 1.5.

Fig. 5.5: Vectores paralelos $\vec{A} // \vec{B}$ y $\vec{C} // \vec{D}$ 

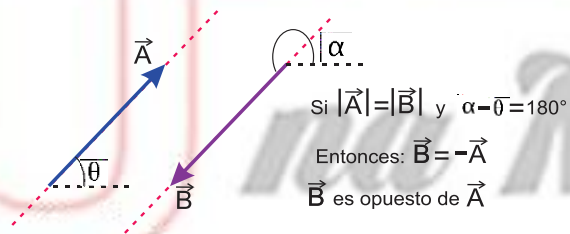
C. Vectores iguales

Dos vectores son iguales si tienen igual módulo y dirección, sin importar su punto de aplicación, tal como se observa en la fig. 1.6.

Fig. 6.6: Vectores iguales $\vec{A}$ y $\vec{B}$ 

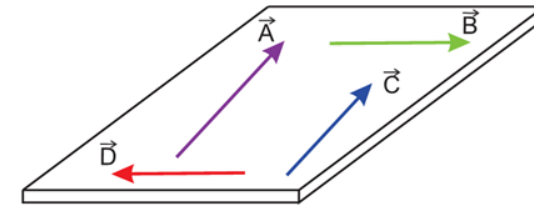
D. Vectores opuestos

Son aquellos vectores que presentan igual módulo y direcciones opuestas, tal como se observa en la fig. 1.7.

Fig. 7.7: Vectores opuestos $\vec{A}$ y $\vec{B}$ 

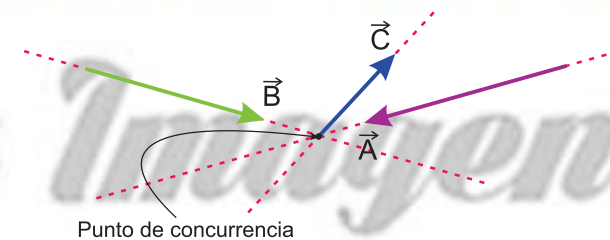
E. Vectores coplanarios

Son aquellos vectores que se encuentran contenidos en un mismo plano, tal como se observa en la fig. 1.8.

Fig. 8.8: Vectores coplanarios $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ y $\vec{D}$ 

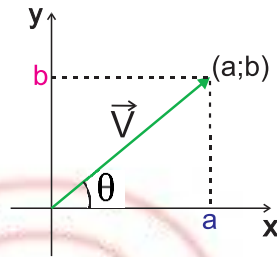
F. Vectores concurrentes

Son aquellos vectores cuyas líneas de acción se cortan en un mismo punto, tal como se observa en la fig. 1.9.

Fig. 9.9: Vectores concurrentes $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ 

1.2.4 COMPONENTES CARTESIANAS DE UN VECTOR EN EL PLANO

Un vector puede ser expresado en función de las coordenadas cartesianas, tal como se observa en la fig. 1.10.

Fig. 10.10: Componentes cartesianas del vector $\vec{V}$ 

Vector: Es el par ordenado: $\vec{V} = (a, b)$

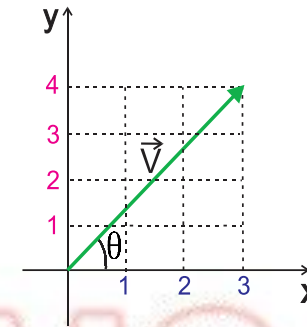
Módulo: Es la longitud del vector y puede ser calculado como:

$$|\vec{V}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Dirección: Está representada por el ángulo antihorario " θ " formado por el semieje positivo $+x$ y la línea de acción del vector, también puede ser calculada así:

$$\tan \theta = \frac{b}{a}$$

Ejemplo. Se muestra en la fig. 1.11 un vector en el plano " xy " y la representación de su dirección en la fig. 1.12.

Fig. 11.11: Vector en el plano " xy "

Nota: Elaboración propia

- El vector $\vec{V}$, cartesianamente, es: $\vec{V} = (x; y) = (3; 4)$

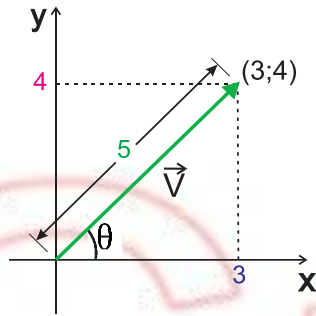
- El módulo del vector $\vec{V}$, es:

$$|\vec{V}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

- La dirección " θ ", es:

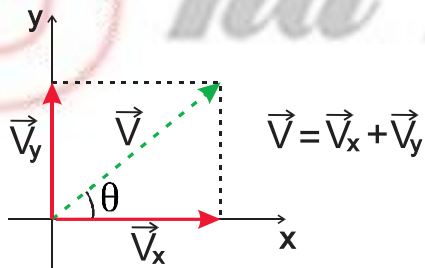
$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \theta = 53^\circ$$

Fig. 12.12: Representación de la dirección del vector $\vec{V}$.

1.2.5 DESCOMPOSICIÓN RECTANGULAR

Un vector ubicado en el plano cartesiano puede ser descompuesto en dos vectores componentes mutuamente perpendiculares, tal como se observa en la fig. 1.13.

Fig. 13.13: Componentes perpendiculares del vector $\vec{V}$ 

Las componentes perpendiculares del vector $\vec{V}$, son los vectores $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$, tal como se observa en la fig. 1.14.

Los módulos de las componentes estarán determinados por:

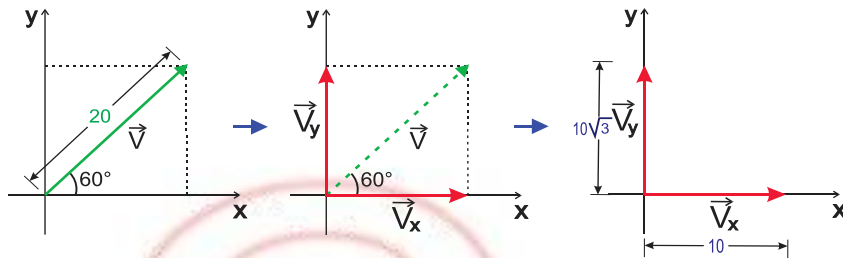
$$|\vec{V}_x| = |\vec{V}| \cos \theta$$

$$|\vec{V}_y| = |\vec{V}| \sin \theta$$

Ejemplo. Se tiene el vector $\vec{V}$, cuyo módulo es de 20 unidades ($|\vec{V}| = 20$) y tiene una dirección de 60° ($\theta = 60^\circ$), los vectores componentes perpendiculares serán $\vec{V}_x$ y $\vec{V}_y$ cuyos módulos se pueden calcular de la siguiente manera:

$$|\vec{V}_x| = |\vec{V}| \cos \theta = 20(\cos 60^\circ) = 20\left(\frac{1}{2}\right) = 10$$

$$|\vec{V}_y| = |\vec{V}| \sin \theta = 20(\sin 60^\circ) = 20\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 10\sqrt{3}$$

Fig. 14.14: Descomposición rectangular del vector $\vec{V}$ 

Nota: Las componentes reemplazan al vector, por eso no se grafica al final.

1.2.6 ÁLGEBRA VECTORIAL

Se tienen los vectores: $\vec{A} = (3; 4)$ y $\vec{B} = (-1; 2; -3)$

A Adición de vectores o vector resultante

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

Para sumar ambos vectores, debemos completar al vector $\vec{A} = (3; 4; 0)$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (3; 4; 0) + (-1; 2; -3)$$

$$\vec{R} = (3 + (-1); 4 + 2; 0 + (-3)) = (2; 6; -3)$$

B. Diferencia de vectores o vector diferencia

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$

$$\vec{D} = (3; 4; 0) - (-1; 2; -3)$$

$$\vec{D} = (3 - (-1); 4 - 2; 0 - (-3)) = (4; 2; 3)$$

1.2.7 OPERACIONES BÁSICAS CON LOS VECTORES

Están referidas usualmente a las adiciones de vectores (donde la diferencia es también una adición), donde la suma significa hallar la resultante, la cual puede ser determinada mediante métodos analíticos o gráficos

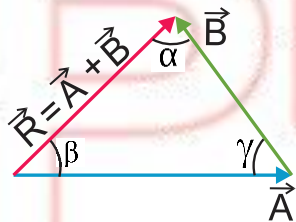
A. Adición de vectores

Operación que tiene por finalidad hallar un único vector llamado *vector resultante*. Es aquél vector que reemplaza a un sistema de vectores, provocando la misma acción, matemáticamente está representado por la suma vectorial de todos los vectores que componen el sistema, para poder graficarlo podemos hacer uso de los siguientes métodos:

Método del triángulo

Nos permite hallar la resultante de dos vectores, consiste en graficar los vectores uno a continuación del otro, tal que el extremo del primero coincida con el origen del segundo vector. Su resultante se obtiene uniendo el origen del primer vector con el extremo del segundo vector, tal como se muestra en la fig. 1.15.

Fig. 15.15: Método del triángulo para la suma de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$



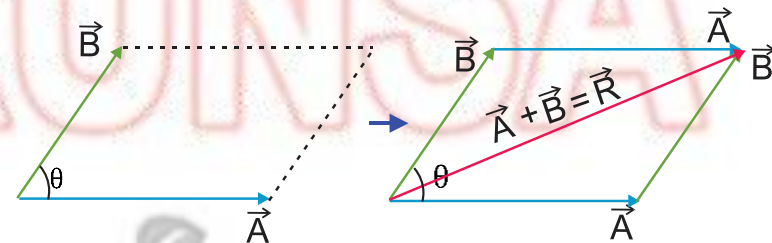
El módulo del vector resultante y de cada una de las componentes, así como los ángulos α , β y γ , se pueden calcular aplicando la ley de senos:

$$\frac{A}{\text{sen}\alpha} = \frac{B}{\text{sen}\beta} = \frac{R}{\text{sen}\gamma}$$

Método del paralelogramo

Se utiliza para calcular la resultante de dos vectores concurrentes y coplanares que tienen un mismo punto de origen. Con los cuales, se construye un paralelogramo trazando paralelas a los vectores. El vector resultante se traza uniendo el origen de los vectores con el vértice opuesto, tal como se muestra en la fig. 1.16.

Fig. 16.16: Método del paralelogramo para la suma de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$



Vectorialmente: $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

Para calcular su módulo:

$$|\vec{R}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

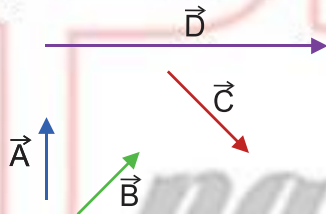
Donde: " θ " es el ángulo formado por los dos vectores.

Método del polígono

Se utiliza para determinar la resultante de un conjunto de " n " vectores ordenados que están ubicados uno a continuación del otro. Gráficamente, el vector resultante parte desde el origen del primer vector hasta el extremo del último vector ordenado.

Ejemplo: Sean los vectores libres $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ y $\vec{D}$, tal como se observa en la fig. 1.17.

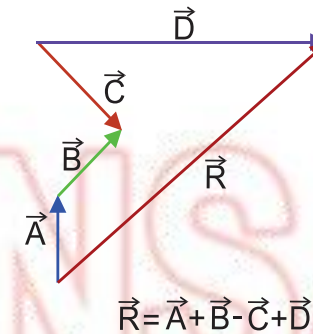
Fig. 17.17: Vectores libres



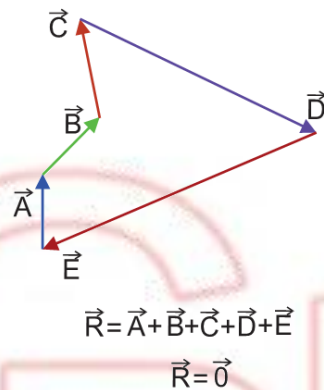
Ordenamos uno a continuación del otro a los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ y $\vec{D}$ (ordenados desde el extremo del primer vector con el origen del siguiente vector respectivamente, tal como se observa en la fig. 1.18), y finalmente el vector resultante parte desde el origen del primer vector hasta el extremo del último vector ordenado.

No interesa el orden al dibujar a los vectores, pues la resultante siempre será la misma.

Fig. 18.18: Método del polígono para la suma de los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ y $\vec{D}$.

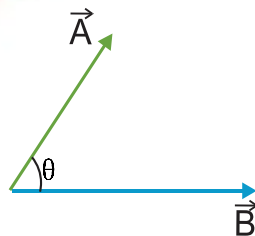
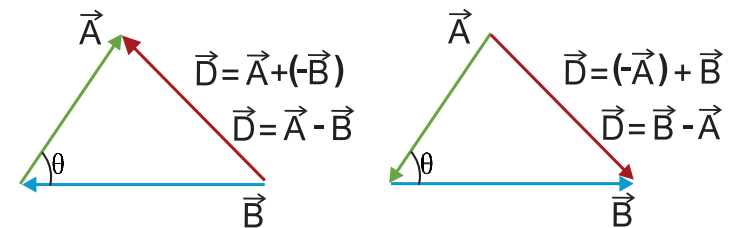


Un caso particular es el *polígono cerrado*, que se da cuando los vectores graficados cierran la figura, sea que se orienten en forma horaria o antihoraria; por lo tanto, su resultante es nula $|\vec{R}| = 0$, tal como se muestra en la fig. 1.19.

Fig. 19.19: Polígono cerrado formado por los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$ y $\vec{E}$.

B. Diferencia de vectores

Es la suma de dos vectores (fig. 1.20), donde uno de ellos será un vector negativo (fig. 1.21); los métodos son similares; sin embargo, gráficamente difieren en la dirección.

Fig. 20.20: Vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.Fig. 21.21: Resta de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

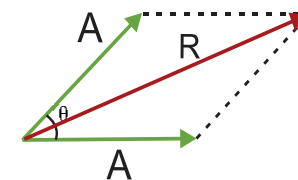
El módulo del vector diferencia se puede calcular aplicando:

$$|\vec{D}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$

Donde: " θ " es el ángulo formado por los dos vectores.

1.2.8 CASOS PARTICULARES:

A) Si dos vectores, de módulos iguales, forman un ángulo de 60° , tal como se muestra en la fig. 1.22.

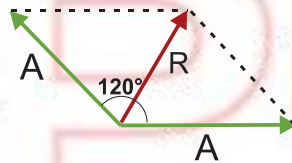
Fig. 22.22: Vectores de igual módulo formando 60° .

Nota: Elaboración propia

$$R = A\sqrt{3}$$

B) Si dos vectores, de módulos iguales, forman un ángulo de 120° , tal como se muestra en la fig. 1.23.

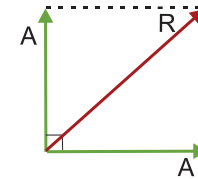
Fig. 23.23: Vectores de igual módulo formando 120° .



$$R = A$$

C) Si dos vectores, de módulos iguales, forman un ángulo de 90° , tal como se muestra en la fig. 1.24.

Fig. 24.24: Vectores de igual módulo formando 90° .

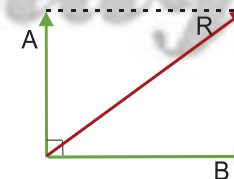


Nota: Elaboración propia

$$R = A\sqrt{2}$$

D) Si dos vectores, de módulos diferentes, forman un ángulo de 90° , tal como se muestra en la fig. 1.25.

Fig. 25.25: Vectores de diferente módulo formando 90° .



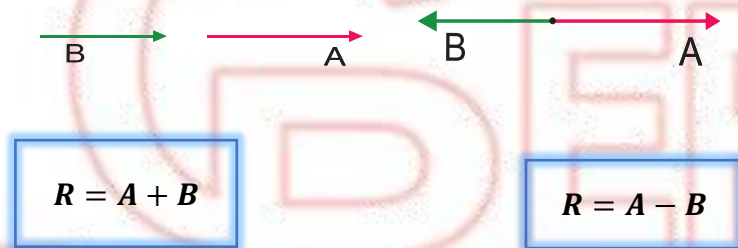
$$R = n\sqrt{a^2 + b^2}$$

Donde: " n " es el divisor común de A y B

$$R_{\min} \leq R \leq R_{\max}$$

E) Para vectores colineales, los vectores se suman si van en la misma dirección y se restan si están en direcciones contrarias, como se observa en la fig. 1.26.

Fig. 26.26: Suma y resta de vectores colineales.



F) Si: $\theta = 0^\circ$ ($A \uparrow \uparrow B$):

$$R_{\max} = A + B$$

G) Si: $\theta = 180^\circ$ ($A \uparrow \downarrow B$):

$$R_{\min} = A + B$$

H) La resultante de dos vectores siempre debe ser mayor o igual que la resultante mínima y menor o igual que la resultante máxima.

Nota: No confundir la expresión $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ con $|\vec{R}| = |\vec{A} + \vec{B}|$.

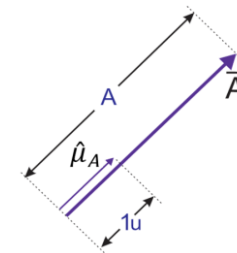
$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$: el vector $\vec{R}$ está reemplazando a los vectores componentes $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

$|\vec{R}| = |\vec{A} + \vec{B}|$: el módulo del vector $\vec{R}$ está reemplazando al módulo de la suma de los vectores componentes $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

1.2.9 VECTOR UNITARIO

Un vector unitario (fig. 1.27) es un vector con magnitud 1, sin unidades. Su única finalidad consiste en *direccional*, es decir, señalar una dirección en el espacio. (Young y Freedman, 2018, p.18)

Fig. 27.27: Vector $\vec{A}$ y su vector unitario.



A todo vector le corresponde un vector unitario que debe tener la misma dirección y cuyo módulo debe ser igual a la unidad. Si quisiéramos calcular el vector unitario de cualquier vector se debe dividir el vector entre su respectivo módulo.

$$\hat{\mu}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

$$|\hat{\mu}_A| = 1$$

Ejemplo. Si se tiene el vector $\vec{V} = (12; -5)$, entonces:

El módulo del vector $\vec{V}$, se calcula como:

$$|\vec{V}| = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13$$

El vector unitario del vector $\vec{V}$, se calcula así:

$$\hat{\mu} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|} = \frac{(12; -5)}{13}$$

$$\hat{\mu} = \left(\frac{12}{13}; -\frac{5}{13}\right)$$

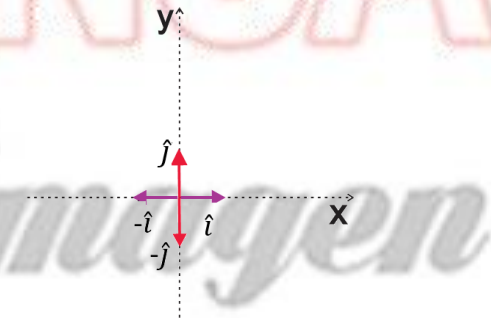
Verificamos que el módulo del vector unitario es uno:

$$|\hat{\mu}| = \sqrt{\left(\frac{12}{13}\right)^2 + \left(-\frac{5}{13}\right)^2} = 1$$

A. Vectores unitarios en el plano cartesiano

Sean los vectores unitarios de la fig. 1.28, que se encuentran en el plano "xy"

Fig. 28.28: Vectores unitarios en el plano "xy".



Se verifica:

$$\hat{i} = (1; 0), \quad -\hat{i} = (-1; 0),$$

$$\hat{j} = (0; 1), \quad -\hat{j} = (0; -1),$$

Tal que:

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = 1$$

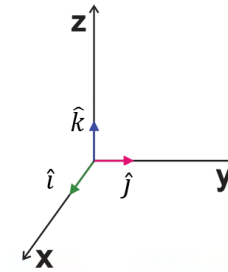
Donde:

- $\hat{i}$: Vector unitario en el eje $x(+)$
- $-\hat{i}$: Vector unitario en el eje $x(-)$
- $\hat{j}$: Vector unitario en el eje $y(+)$
- $-\hat{j}$: Vector unitario en el eje $y(-)$

B. Vectores unitarios en el espacio

Como se observa en la fig. 1.29, estos vectores están ubicados sobre los ejes y toman nombres especiales, su módulo es la unidad.

Fig. 29.29: Vectores unitarios en el plano "xyz".



Donde:

- $\hat{i}$: Vector unitario en el eje $x(+)$
- $-\hat{i}$: Vector unitario en el eje $x(-)$
- $\hat{j}$: Vector unitario en el eje $y(+)$
- $-\hat{j}$: Vector unitario en el eje $y(-)$
- $\hat{k}$: Vector unitario en el eje $z(+)$
- $-\hat{k}$: Vector unitario en el eje $z(-)$

1.2.10 REPRESENTACIÓN VECTORIAL BIDIMENSIONAL Y TRIDIMENSIONAL

$$\vec{V} = a\hat{i} + b\hat{j}$$

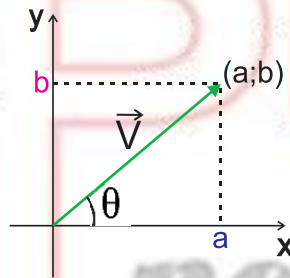
En general cualquier vector en el espacio bidimensional (fig. 1.30) o tridimensional (fig. 1.31) puede ser expresado en función de los vectores unitarios y componentes cartesianas.

El módulo:

$$|\vec{V}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Sea el plano "xy"

Fig. 30.30: Representación vectorial del vector $\vec{V}$ en el plano xy.



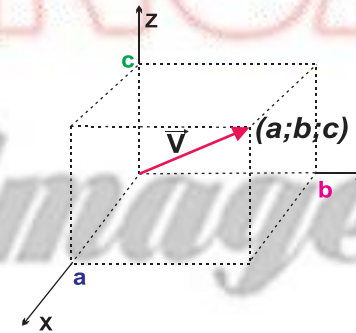
Donde:

$$\vec{V} = (a; b)$$

En forma cartesiana:

Sea el plano "xyz"

Fig. 31.31: Representación vectorial del vector $\vec{V}$ en el plano xyz.



Donde:

$$\vec{V} = (a; b; c)$$

En forma cartesiana:

$$\vec{v} = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$$

El módulo:

$$|\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Dos vectores colineales tienen una resultante máxima de 24 m y una resultante mínima de 12 m, hallar el módulo de la resultante de los vectores cuando forman 60°.

- A. $6\sqrt{10}$ m
- B. $6\sqrt{13}$ m
- C. $6\sqrt{5}$ m
- D. $6\sqrt{11}$ m
- E. $6\sqrt{7}$ m

SOLUCIÓN:

La resultante máxima de los dos vectores es:

$$R_{max} = |\vec{A}| + |\vec{B}|$$

$$24 = |\vec{A}| + |\vec{B}| \quad (i)$$

La resultante mínima de los dos vectores es:

$$R_{min} = |\vec{A}| - |\vec{B}|$$

$$12 = |\vec{A}| - |\vec{B}| \quad (ii)$$

Sumando la ecuación (i) y (ii)

$$24 = |\vec{A}| + |\vec{B}|$$

$$12 = |\vec{A}| - |\vec{B}|$$

$$36 = 2|\vec{A}|$$

$$18 u = |\vec{A}|$$

Reemplazando en la ecuación (i):

$$24 = 18 + |\vec{B}|$$

$$6 u = |\vec{B}|$$

Aplicamos la fórmula de la resultante, para cuando formen 60°:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha}$$

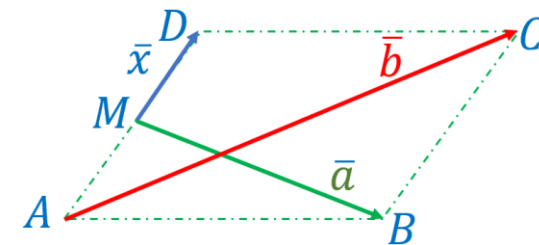
$$R = \sqrt{18^2 + 6^2 + 2(18)(6) \cos(60^\circ)}$$

$$R = 6 \sqrt{3^2 + 1^2 + 2(3)(1) \left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$R = 6\sqrt{13} \text{ m}$$

RESPUESTA: "B"

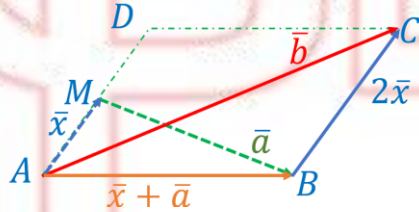
2.- Si "ABCD" es un paralelogramo y M es punto medio de $\overline{AD}$. Hallar el vector $\vec{x}$ en función de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.



- A. $\left(\frac{\bar{b}-\bar{a}}{3}\right)$
 B. $\left(\frac{\bar{a}+\bar{b}}{2}\right)$
 C. $\left(\frac{\bar{a}+\bar{b}}{3}\right)$
 D. $\left(\frac{\bar{a}-\bar{b}}{3}\right)$
 E. $\left(\frac{\bar{a}-\bar{b}}{2}\right)$

SOLUCIÓN:

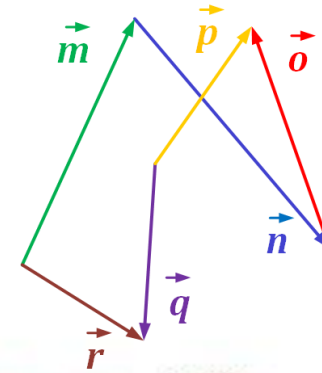
Analizando la imagen, podemos mover el vector $\bar{x}$, respetando su sentido y orientación, así como duplicarlo en el lado opuesto:



Entonces ahora podemos realizar la suma poligonal:

$$\begin{aligned}\bar{x} + \bar{a} + 2\bar{x} &= \bar{b} \\ 3\bar{x} &= \bar{b} - \bar{a} \\ \bar{x} &= \frac{\bar{b} - \bar{a}}{3}\end{aligned}$$

3.- Determine el vector resultante del conjunto de vectores que se muestra en la figura.



- A. $2(\vec{p} + \vec{r})$
 B. $-2(\vec{p} + \vec{r})$
 C. $-(\vec{p} + \vec{r})$
 D. $2\vec{r}$
 E. $2\vec{p}$

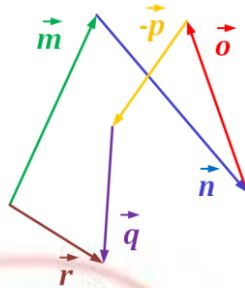
SOLUCIÓN:

Se desea calcular:

$$\vec{R} = \vec{m} + \vec{n} + \vec{o} + \vec{p} + \vec{q} + \vec{r}$$

Agregando y quitando $\vec{p}$ en la expresión, se tiene:

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{m} + \vec{n} + \vec{o} + \vec{p} + \vec{q} + \vec{r} + (\vec{p} - \vec{p}) \\ \vec{R} &= (\vec{m} + \vec{n} + \vec{o} - \vec{p} + \vec{q}) + \vec{r} + 2\vec{p}\end{aligned}$$



Donde $\vec{m} + \vec{n} + \vec{o} - \vec{p} + \vec{q} = \vec{r}$, por lo tanto:

$$\vec{R} = \vec{r} + \vec{r} + 2\vec{p}$$

$$\vec{R} = 2\vec{r} + 2\vec{p}$$

$$\vec{R} = 2(\vec{p} + \vec{r})$$

RESPUESTA: "A"

4.- En un mismo plano y actuando sobre un mismo punto se ha representado tres vectores, halle el módulo de la suma de dichos vectores.

A. $20\sqrt{3} \text{ u}$

B. $50\sqrt{3} \text{ u}$

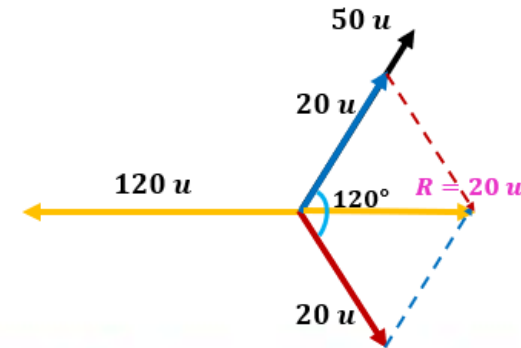
C. $40\sqrt{2} \text{ u}$

D. $50\sqrt{2} \text{ u}$

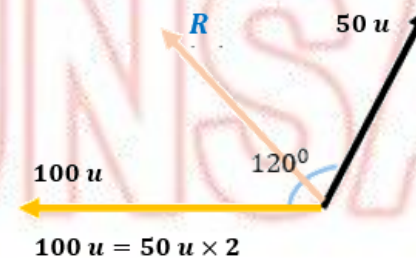
E. $30\sqrt{3} \text{ u}$

SOLUCIÓN:

El vector cuyo módulo es 70 u puede representarse por dos vectores colineales de 50 u y 20 u y luego se puede usar el caso particular de 120°



Reduciendo:



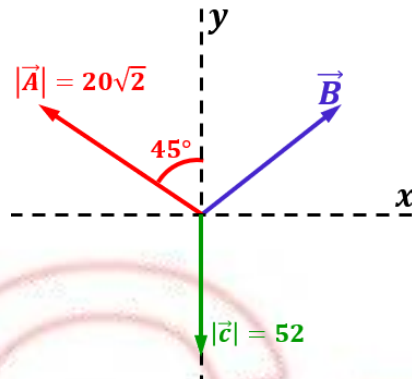
$$R = 50\sqrt{2^2 + 1^2 + 2(2)(1)\cos 120^\circ}$$

$$R = 50\sqrt{4 + 1 + 2(2)(1)\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$R = 50\sqrt{3} \text{ u}$$

RESPUESTA: "B"

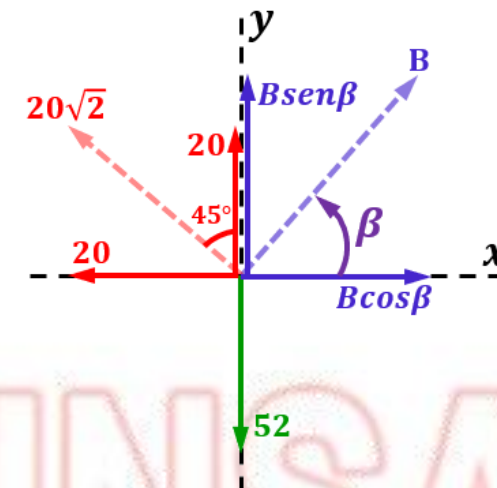
5.- La resultante de los vectores mostrados está en la dirección positiva del eje "x", y su modulo es 4. Halle el módulo y la dirección del vector $\vec{B}$.



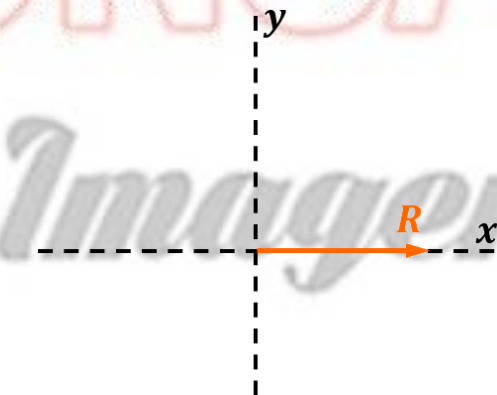
- A. 20; 57°
- B. 40; 37°
- C. 20; 37°
- D. 40; 30°
- E. 40; 53°

SOLUCIÓN:

Realizamos la descomposición de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ para obtener sus componentes en los ejes "x" e "y". Sea " β " la dirección del vector $\vec{B}$.



Del enunciado la resultante " R " se encuentra en la dirección positiva de " x ", así:



De la condición se tiene que la resultante en el eje " y " es cero:

$$R_y = 0$$

$$B \sen \beta + 20 = 52$$

$$B \sen \beta = 32 \dots (i)$$

La resultante en el eje " x " es 4

$$R_x = R = 4$$

$$B \cos \beta - 20 = 4$$

$$B \cos \beta = 24 \dots (ii)$$

Se dividen la ecuación (i) entre la ecuación (ii).

$$\frac{B \sin \beta}{B \cos \beta} = \frac{32}{24}$$

$$\tan \beta = \frac{4}{3}$$

Por lo tanto, la dirección del vector $\vec{B}$ es:

$$\beta = 53^\circ$$

Reemplazando este valor en la ecuación (i) encontramos el módulo del vector $\vec{B}$.

$$B \sin \beta = 32$$

$$B \sin 53^\circ = 32$$

$$B = \frac{32}{\sin 53^\circ}$$

$$B = \frac{32}{\frac{4}{5}}$$

$$B = 40$$

RESPUESTA: "E"

6.- De los siguientes vectores:

$$\vec{P} = (4\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ N}$$

$$\vec{Q} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) \text{ N}$$

Halle el unitario del vector del vector $\vec{R}$, si:

$$\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$$

- A. $\left(\frac{-\hat{i}+\hat{j}}{2\sqrt{2}}\right) \text{ N}$
- B. $\left(\frac{-6\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}\right) \text{ N}$
- C. $\left(\frac{-6\hat{i}+6\hat{j}}{\sqrt{2}}\right) \text{ N}$
- D. $\left(\frac{-\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}\right) \text{ N}$
- E. $\left(\frac{\hat{i}-\hat{j}}{\sqrt{2}}\right) \text{ N}$

SOLUCIÓN:

De: $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$, despejamos $\vec{R}$:

$$\vec{R} = -\vec{P} - \vec{Q}$$

Hallamos $\vec{R}$, siendo:

$$\vec{P} = (4\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ N}$$

$$\vec{Q} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) \text{ N}$$

El vector $\vec{R}$ es:

$$\vec{R} = -\vec{P} - \vec{Q}$$

$$\vec{R} = -(4\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k}) - (2\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k})$$

$$\vec{R} = -4\hat{i} + 8\hat{j} - 4\hat{k} - 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\vec{R} = -6\hat{i} + 6\hat{j} - 0\hat{k}$$

Vector $\vec{R} \Rightarrow \vec{R} = 6(-\hat{i} + \hat{j})$

Hallamos el módulo del vector $\vec{R}$:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{6^2 + 6^2}$$

$$\Rightarrow R = 6\sqrt{2} \text{ N}$$

Módulo del vector $\vec{R} \Rightarrow R = 6\sqrt{2} \text{ N}$

Por último, hallamos el unitario del vector $\vec{R}$:

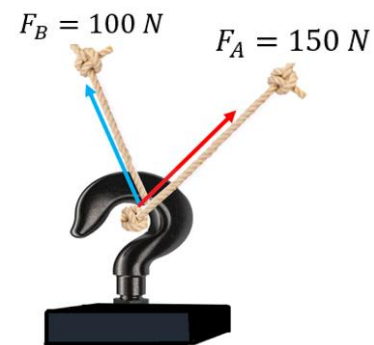
$$\hat{\mu}_{\vec{R}} = \frac{\vec{R}}{R}$$

$$\hat{\mu}_{\vec{R}} = \frac{6(-\hat{i} + \hat{j})}{6\sqrt{2}}$$

$$\hat{\mu}_{\vec{R}} = \left(\frac{-\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}} \right) \text{ N}$$

RESPUESTA: "D"

7.- El gancho de la figura se encuentra sujeto a dos fuerzas $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$, Determinar la magnitud de la fuerza resultante sabiendo que los vectores forman un ángulo de 60° entre sí.



A. $50\sqrt{20} \text{ N}$

B. $50\sqrt{19} \text{ N}$

C. $\sqrt{19} \text{ N}$

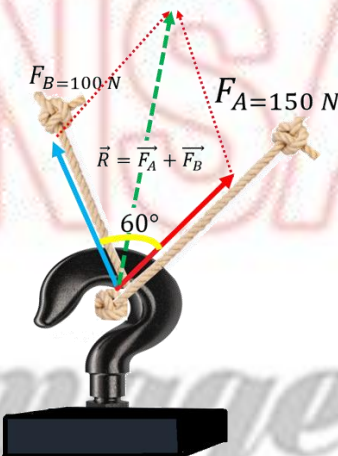
D. $\sqrt{20} \text{ N}$

E. 50 N

SOLUCIÓN:

Utilizamos el método del paralelogramo:

$$\vec{R} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$$



Ahora descomponemos los módulos de cada fuerza:

$$F_A = 150 \text{ N} = 50(3) \text{ N}$$

$$F_B = 100 \text{ N} = 50(2) \text{ N}$$

Entonces:

$$|\vec{R}| = \sqrt{F_A^2 + F_B^2 + 2F_A F_B \cos \theta}$$

$$|\vec{R}| = 50 \sqrt{3^2 + 2^2 + 2(3)(2) \cos 60^\circ}$$

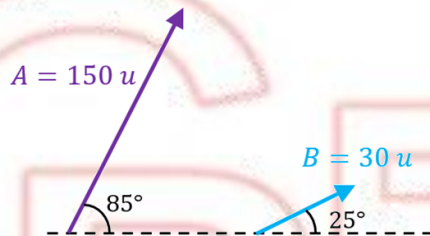
$$|\vec{R}| = 50 \sqrt{9 + 4 + 2(3)(2) \left(\frac{1}{2} \right)}$$

$$|\vec{R}| = 50\sqrt{9 + 4 + 6}$$

$$|\vec{R}| = 50\sqrt{19} \text{ N}$$

RESPUESTA: "B"

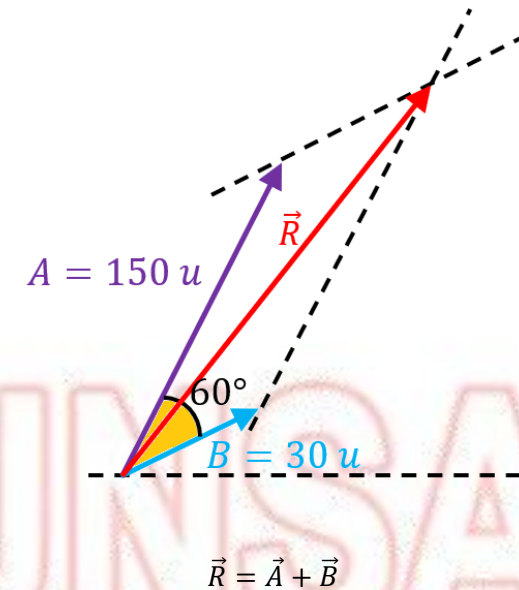
8.- Hallar el módulo de la resultante de $\vec{A} + \vec{B}$:



- A. $30\sqrt{31} \text{ u}$
- B. $70\sqrt{32} \text{ u}$
- C. $31\sqrt{31} \text{ u}$
- D. $41\sqrt{32} \text{ u}$
- E. $50\sqrt{31} \text{ u}$

SOLUCIÓN:

Trasladamos el vector B:



Ahora descomponemos los módulos de cada fuerza:

$$A = 150 \text{ u} = 30(5) \text{ u}$$

$$B = 30 \text{ u} = 30(1) \text{ u}$$

Piden el módulo del vector resultante:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha}$$

$$R = 30\sqrt{(5)^2 + (1)^2 + 2(5)(1)\cos 60^\circ}$$

$$R = 30\sqrt{25 + 1 + 2(5)(1)\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$R = 30\sqrt{31} \text{ u}$$

RESPUESTA: "A"

TEMA 2: MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

El movimiento es uno de los fenómenos físicos más antiguos estudiado en la Física, en este capítulo será analizado sin tener en cuenta su causa; básicamente nos ocuparemos de la trayectoria recta que describe, la rapidez y el tiempo en el que lo hace.



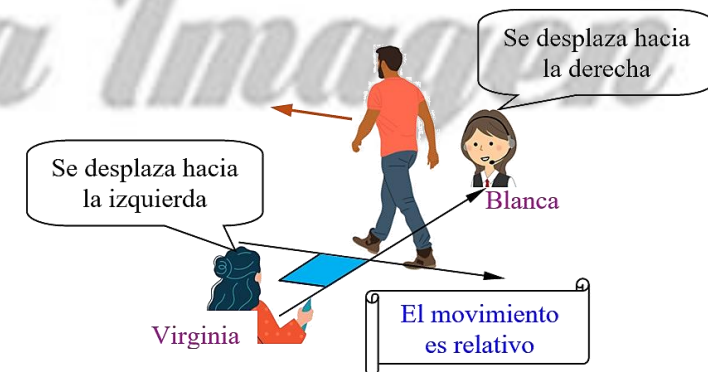
2.1 CINEMÁTICA

La cinemática se ocupa de describir el movimiento de los objetos, sin considerar qué lo causa (Wilson – Buffa – Lou, 2009, p. 30), es decir no se toma en cuenta las interacciones que lo producen (fuerzas).

2.1.1 MOVIMIENTO

Movimiento, es el cambio de lugar o posición que experimenta un cuerpo con respecto a un marco de referencia inercial. El movimiento es relativo, ya que observadores en marcos de referencia distintos obtienen diferentes posiciones, velocidades, etc. para un cuerpo en movimiento. Observe la figura 2.1:

Fig. 2.1



La figura evidencia que el movimiento es relativo, pues Blanca observa que el joven se desplaza a la derecha y Virginia observa que el joven se

desplaza a la izquierda. Podemos decir que Blanca y Virginia están en marcos de referencia distintos y observan diferentes desplazamientos para un mismo movimiento.

2.1.2 TRAYECTORIA

La trayectoria, es la curva que describe el móvil (cuerpo en movimiento).

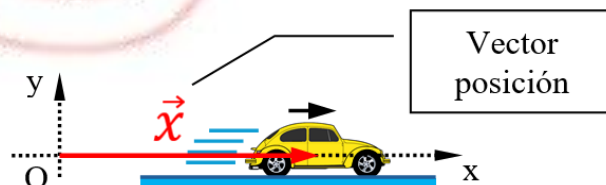
2.1.3 MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Si la trayectoria es una recta, entonces el movimiento se denominará rectilíneo.

2.1.4 VECTOR POSICIÓN

Es el vector que indica la posición del cuerpo con respecto al origen de un sistema de coordenadas. En la práctica diremos que, es el vector que une el origen y el lugar donde está el cuerpo en movimiento.

Fig. 2.2



2.1.5 VECTOR DESPLAZAMIENTO

Se define como el cambio de posición que experimenta un móvil entre dos instantes determinados. Matemáticamente es la diferencia entre la posición final e inicial.

$$\Delta \vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_o$$

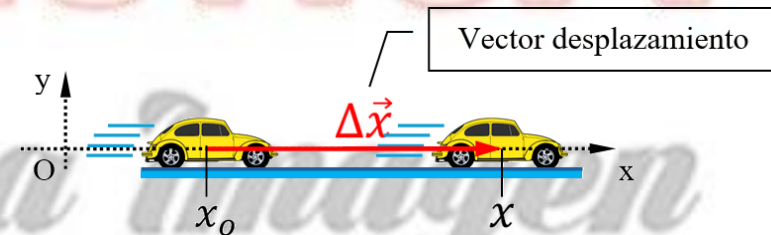
Donde:

$\Delta \vec{x}$: Desplazamiento (m)

$\vec{x}$: Posición final (m)

$\vec{x}_o$: Posición inicial (m)

Fig. 2.3



Nota: Elaboración propia

2.1.6 VELOCIDAD MEDIA

Cantidad vectorial que se define como el desplazamiento por unidad de tiempo. Matemáticamente:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x} - \vec{x}_0}{t - t_0}$$

Donde: $\vec{v}_m$: Velocidad media (m/s) $\Delta \vec{x}$: Desplazamiento (m) Δt : intervalo de tiempo (s)

2.1.7 VELOCIDAD INSTANTÁNEA O VELOCIDAD

La velocidad media no describe con precisión el movimiento, pues no lo hace para un instante, entonces definimos la velocidad instantánea o simplemente velocidad como la razón del desplazamiento por unidad de tiempo, cuando éste se aproxima a cero. Matemáticamente:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Donde: $\vec{v}$: Velocidad instantánea o velocidad (m/s) $\Delta \vec{x}$: Desplazamiento (m) Δt : intervalo de tiempo (s)

Se dice **RAPIDEZ**, al módulo de la velocidad o velocidad instantánea.

$$v = |\vec{v}|$$

Donde: v : Rapidez (m/s)

2.1.8 RAPIDEZ MEDIA

Cantidad escalar definida como la longitud del camino recorrido (no el desplazamiento) por unidad de tiempo.

$$r_m = \frac{e}{\Delta t}$$

Donde: r_m : Rapidez media (m/s) e : Recorrido (m) Δt : intervalo de tiempo (s)

2.2 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

Decimos que un movimiento rectilíneo es uniforme cuando su velocidad es constante en el tiempo.

2.2.1 VELOCIDAD

Como la velocidad es constante, necesariamente coinciden la velocidad media y la velocidad instantánea, es decir:

$$\vec{v}_m = \vec{v}$$

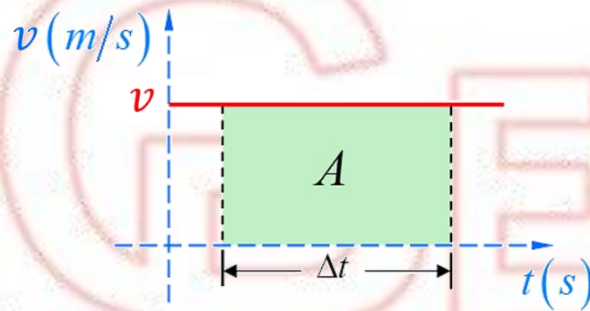
2.2.2 GRÁFICA RAPIDEZ VERSUS TIEMPO

Considerando para un tiempo inicial $t_0 = 0$, tenemos que:

La gráfica de la rapidez versus tiempo ($v - t$), por ser la rapidez constante, es una línea recta horizontal:

$$\Delta x = vt$$

Fig. 2.4

**Donde:** v : Rapidez (m/s) Δx : Módulo del desplazamiento (m) t : intervalo de tiempo (s)

$$\Delta x = vt$$

Observemos que la unidad de la región rectangular está dada en “metros” que es la unidad del desplazamiento realizado por el cuerpo en movimiento:

$$(s) \left(\frac{m}{s} \right) = m$$

Lo que significa que “En la gráfica ($v - t$), el área bajo la recta coincide con el cambio de posición” por lo que, escalarmente, concluimos que:

$$\Delta x = A \Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta x = v(t - t_0) \dots\dots\dots (I)$$

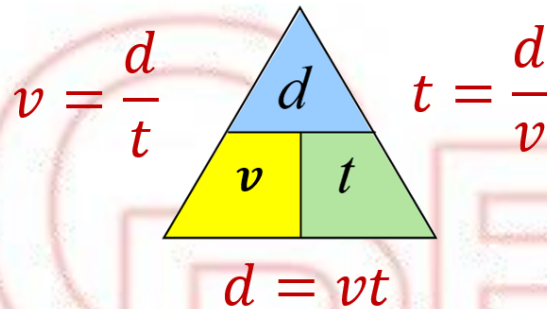
En nuestro medio es muy común utilizar la letra “ d ” para el módulo del desplazamiento (distancia). Por tanto, la anterior relación toma la siguiente forma:

Donde: v : Rapidez (m/s) d : Distancia (m) t : intervalo de tiempo (s)

$$d = vt$$

La forma anterior también queda sintetizada en la siguiente figura muy usual en nuestro medio:

Fig. 2.5



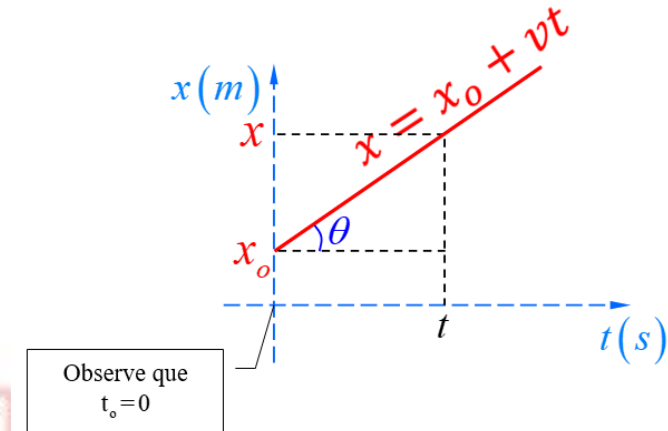
2.2.3 GRÁFICA POSICIÓN VERSUS TIEMPO

De la ecuación (I):

$\Delta x = v(t - t_o)$, considerando $t_o = 0$, tenemos que:

$$x - x_o = vt \Rightarrow x = x_o + vt$$

La última ecuación obtenida, también es conocida como la **ecuación general del M. R. U.** y nos permite establecer la gráfica posición versus tiempo ($x - t$), el cual, es una línea recta:



Observemos que la pendiente " m " de la recta:

$$m = \frac{\Delta x}{t} \text{ está en m/s}$$

Lo que significa que "En la gráfica ($x - t$), la inclinación de la pendiente coincide con la rapidez del móvil", luego:

Donde:

v : Rapidez (m/s)

m : Pendiente (m/s)

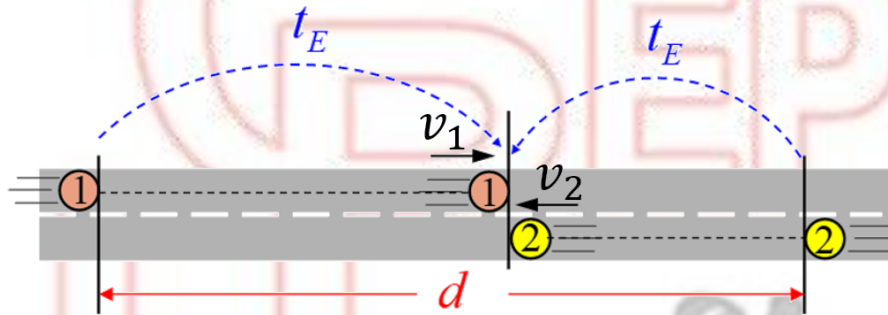
$$m = v$$

2.2.4 ECUACIONES ESPECIALES

TIEMPO DE ENCUENTRO

El movimiento se da en direcciones opuestas, cuando están separados una distancia " d " y transcurrido un tiempo " t_E ", los dos móviles se encuentran.

Fig. 2.6



Se demuestra que:

$$t_E = \frac{d}{v_1 + v_2}$$

Donde:

t_E : Tiempo de encuentro (s)

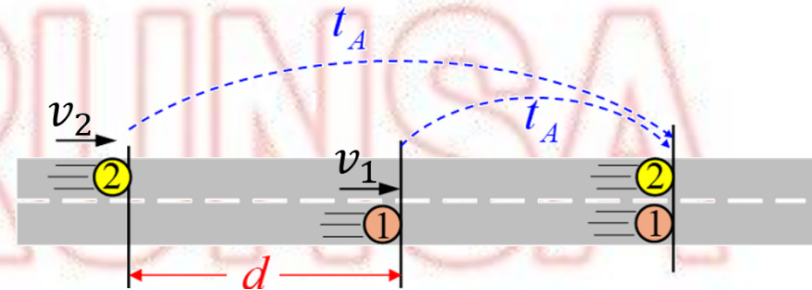
d : Distancia que los separa (m)

v_1 ; v_2 : Rapideces (m/s)

TIEMPO DE ALCANCE

El movimiento se da en la misma dirección, cuando están separados una distancia " d " y transcurrido un tiempo " t_A ", el segundo móvil alcanza al primero.

Fig. 2.7



Se demuestra que:

$$t_A = \frac{d}{v_2 - v_1}; v_2 > v_1$$

Donde:

t_A : Tiempo de alcance (s)

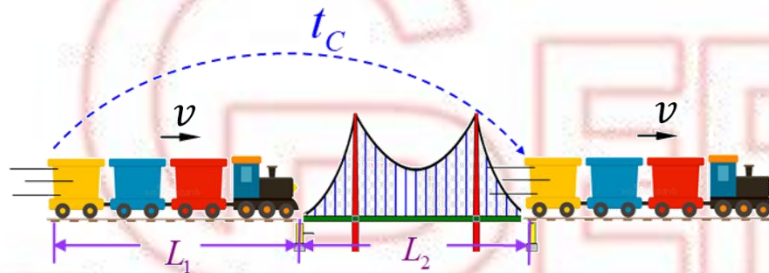
d : Distancia que los separa (m)

v_1 ; v_2 : Rapideces (m/s)

TIEMPO DE CRUCE

En el diagrama observamos un camión de longitud (L_m) y con velocidad de modulo (v_m), que debe cruzar un puente de longitud (L). En la figura 46 observamos un tren que emplea un determinado tiempo en cruzar un puente.

Fig. 2.8



Se demuestra que:

$$t_c = \frac{L_1 + L_2}{v}$$

Donde:

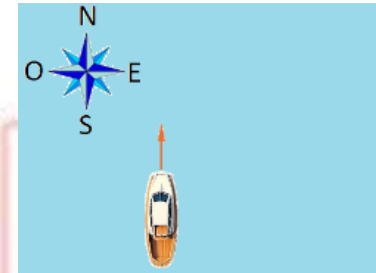
t_c : Tiempo de cruce (s)

L_1 ; L_2 : Longitudes (m)

v : Rapidez del móvil (m/s)

PROBLEMAS RESUELTOS

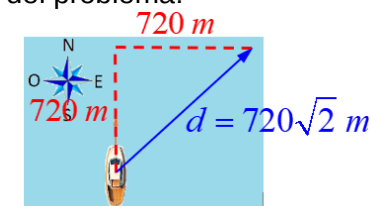
1.- Un barco navega rumbo al Norte recorriendo 720 m. Luego va hacia el Este recorriendo otros 720 m, tardando en todo su recorrido 6 min. Halle la rapidez media (en m/s) y el módulo de la velocidad media (en m/s) del barco



- A. 4; $2\sqrt{2}$
- B. $2\sqrt{2}$; 4
- C. 4; $3\sqrt{2}$
- D. 4; $4\sqrt{2}$
- E. 4; $2\sqrt{3}$

SOLUCIÓN:

Un bosquejo gráfico del problema:



La rapidez media:

$$r_m = \frac{e}{t}$$

$$r_m = \frac{2(720)}{6(60)} \Rightarrow r_m = 4 \text{ m/s}$$

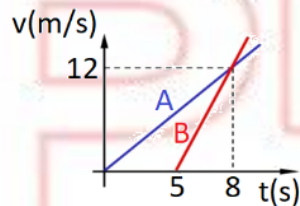
El módulo de la velocidad media:

$$v_m = \frac{d}{t}$$

$$v_m = \frac{720\sqrt{2}}{6(60)} \Rightarrow v_m = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

RESPUESTA: "A"

3.- La gráfica ($v - t$) muestra el movimiento de un camión (A) y un auto (B). Los dos vehículos se encuentran en $t = 8 \text{ s}$. ¿Qué distancia se encontraban separados en el instante en que partió el automóvil?



- A. 36 m
- B. 30 m
- C. 50 m
- D. 48 m
- E. 60 m

SOLUCIÓN:

A partir del gráfico:

$$\begin{cases} d_A = \frac{1}{2}(8)(12) \\ d_B = \frac{1}{2}(3)(12) \end{cases}$$

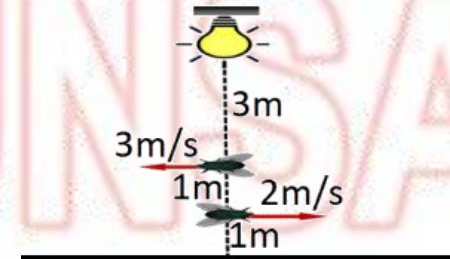
Luego:

$$d_A - d_B = \frac{5}{2}(12) = 30 \text{ m}$$

$$d_A - d_B = 30 \text{ m}$$

RESPUESTA: "B"

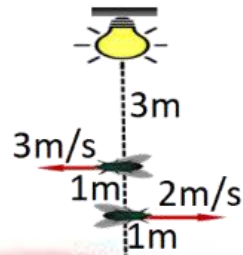
6.- Dos insectos vuelan a rapidez constante en un plano horizontal, siendo iluminados por un foco de luz. La imagen indica la posición inicial de las moscas cuando $t = 0 \text{ s}$. ¿Cuál es la distancia (en m) entre las sombras de las moscas después de transcurrir 1 s?



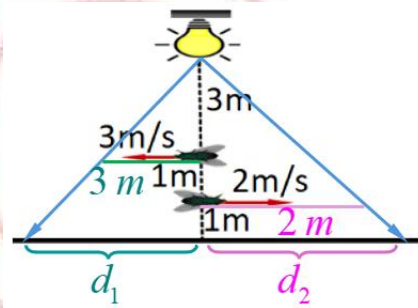
- A. 7,5 m
- B. 6 m
- C. 10 m
- D. 8 m
- E. 12 m

SOLUCIÓN:

Un bosquejo gráfico del problema:



A partir del gráfico:



$$\frac{d_1}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow d_1 = 5 \text{ m}$$

$$\frac{d_2}{2} = \frac{5}{5} \Rightarrow d_2 = 2,5 \text{ m}$$

Luego:

$$d_1 + d_2 = 5 + 2,5$$

$$d_1 + d_2 = 7,5 \text{ m}$$

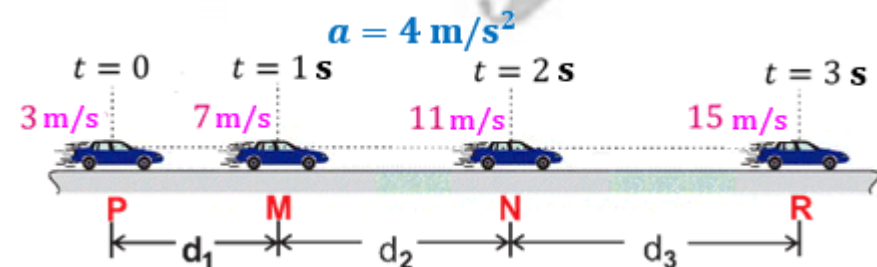
RESPUESTA: "A"

2.3 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (M.R.U.V.)

Serway y Jewett (2018) señalan que: "El Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV) es un tipo de movimiento en el que un objeto se desplaza en línea recta con una aceleración constante. En este tipo de movimiento, la velocidad del objeto cambia uniformemente con el tiempo" (p. 56).

El Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV) es común en situaciones cotidianas, como cuando un automóvil acelera o frena de manera constante. Esto significa que la aceleración o desaceleración del objeto es uniforme, es decir, su velocidad cambia a un ritmo constante a lo largo del tiempo.

Fig. 2.9: Móvil avanzando con M.R.U.V.



Como podemos apreciar en la figura 1, la velocidad del automóvil varía de manera uniforme, es decir guardando un orden, con lo cual concluimos que el automóvil experimenta un Movimiento Rectilíneo Uniforme Variado.

2.3.1 CARACTERÍSTICAS DEL M.R.U.V.

Un M.R.U.V. tiene como principales características:

- El movimiento sigue una trayectoria rectilínea, aunque puede no ser siempre en una sola dirección.
- La aceleración se mantiene constante.
- La velocidad del cuerpo cambia de manera uniforme, es decir, la velocidad varía en intervalos de tiempo iguales.
- En intervalos de tiempo iguales, los desplazamientos son diferentes, es decir, se debe cumplir que $d_1 \neq d_2 \neq d_3$.

El Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.) describe el movimiento de un objeto en línea recta con una aceleración constante. Este tipo de movimiento es esencial para entender diversos fenómenos físicos y se aplica en múltiples áreas, desde la ingeniería hasta la vida cotidiana. Un ejemplo común de MRUV en la vida diaria es un automóvil que acelera uniformemente al arrancar desde un

semáforo en rojo. En este caso, el automóvil aumenta su velocidad de manera constante hasta alcanzar una velocidad de crucero.

2.3.2 ACELERACIÓN MEDIA ($\vec{a}_m$)

Serway y Jewett (2018) señalan que: “La aceleración media de un objeto se define como el cambio de velocidad dividido por el intervalo de tiempo durante el cual ocurre dicho cambio. Matemáticamente, se expresa como $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$, donde $\Delta \vec{v}$ es el cambio de velocidad y Δt es el intervalo de tiempo” (p.59)

Para describir cuantitativamente un fenómeno en el que se controlan los cambios de velocidad de un cuerpo a lo largo del tiempo, utilizamos una magnitud vectorial llamada aceleración media ($\vec{a}_m$). Matemáticamente, la aceleración media se define como el cambio de velocidad ($\Delta \vec{v}$) dividido por el tiempo, es decir:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{t}$$

Unidad en el S.I.: m/s^2

2.3.3 ACCELERACIÓN CONSTANTE

La aceleración es una magnitud vectorial que describe el cambio en la velocidad de un objeto por unidad de tiempo. En otras palabras, la aceleración indica cómo varía la velocidad de un objeto en un determinado período de tiempo. Partimos considerando la definición de aceleración media $\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{t}$. Para el MRUV, la $\vec{a}_m$ es la misma en cualquier intervalo de tiempo, es decir $\vec{a}_m = \vec{a} = cte.$; y al tomar solo módulos queda:

$$a_m = \frac{\Delta v}{t} \Rightarrow a = \frac{v_f - v_0}{t}$$

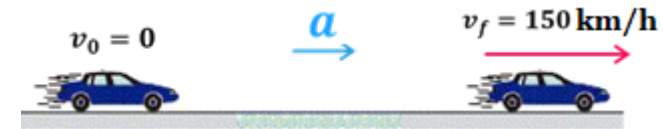
También recordemos la definición de velocidad media $\vec{v}_m$ en módulo

$$v_m = \frac{d}{t}$$

A. MOVIMIENTO ACCELERADO

Cuando un cuerpo se mueve en línea recta en una sola dirección y su velocidad aumenta, se dice que está experimentando un movimiento acelerado. En este caso, la aceleración del cuerpo tiene la misma dirección que su velocidad.

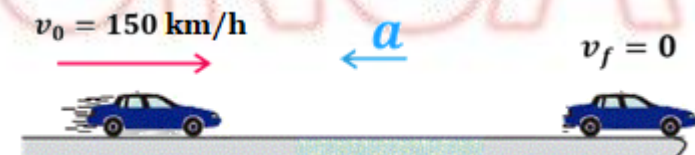
Fig. 2.10: Movimiento acelerado.



B. MOVIMIENTO DESACELERADO

Cuando un cuerpo se mueve en línea recta en una sola dirección y su velocidad disminuye, se dice que está experimentando un movimiento desacelerado. En este caso, la aceleración media del cuerpo tiene una dirección opuesta a la de su velocidad.

Fig. 2.11: Movimiento desacelerado



2.3.4 ECUACIONES DEL M.R.U.V.

Las principales ecuaciones escalares que describen el MRUV, ya que solo nos permiten hallar módulos o magnitudes son:

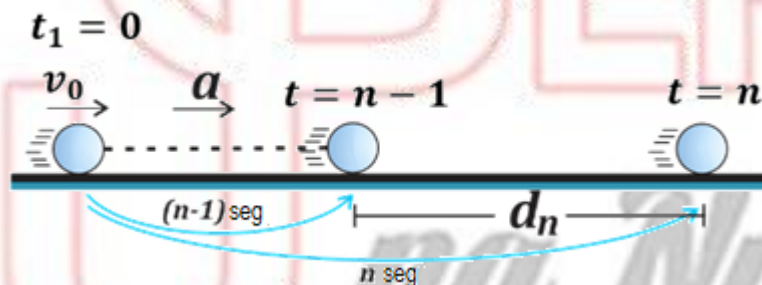
$$v_f = v_0 \pm at$$

$$v_f^2 = v_0^2 \pm 2ad$$

$$d = v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2$$

$$d = \left(\frac{v_0 + v_f}{2} \right) t$$

Distancia recorrida en el “n” sino segundo (d_n):



$$d_n = v_0 \pm \frac{a}{2} (2n - 1)$$

Donde:

- a : módulo de la aceleración (m/s^2).
- v_0 : módulo de la velocidad o rapidez inicial del móvil (m/s).
- v_f : módulo de la velocidad o rapidez final del móvil (m/s).
- t : tiempo (s).
- d : distancia recorrida (m).
- $+$: movimiento acelerado.
- $-$: movimiento desacelerado.

Magnitud	Unidad en el S.I.	Unidad alternativa
<i>aceleración</i>	m/s^2	km/h^2
<i>rapidez</i>	m/s	km/h
<i>distancia</i>	m	km
<i>tiempo</i>	s	h

2.3.5 GRAFICAS DEL M.R.U.V.

Graficar un movimiento significa llevar las variables de éste a un plano cartesiano y examinar su comportamiento con relación al tiempo.

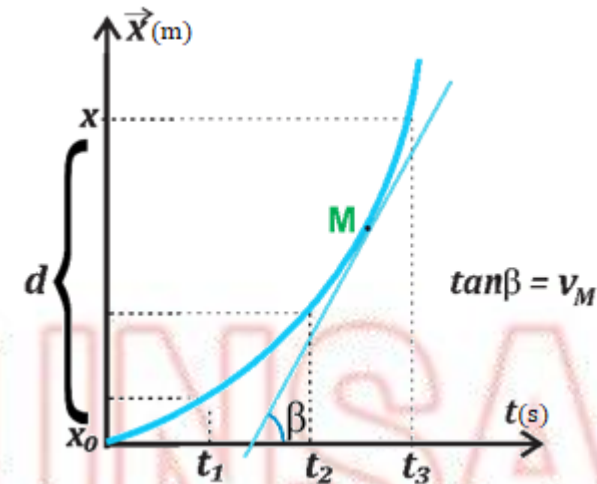
A. MRUV -ACELERADO

Fig. 2.12: Gráfica Posición – Tiempo

GRAFICA POSICIÓN VERSUS TIEMPO

La ecuación del módulo desplazamiento de un móvil durante un MRUV, está definido por: $d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, esta ecuación describe una curva llamada parábola. La grafica de $\vec{x} - t$ nos sirve para lo siguiente:

- Precisar cómo varía la posición conforme transcurre el tiempo, esto permite determinar la dirección del movimiento del móvil.
- Calcular el valor de la distancia (d) cubierta por el móvil durante un intervalo de tiempo. Utilizando la ecuación mencionada, se puede determinar el módulo del desplazamiento total del móvil.
- Calcular el módulo de la velocidad instantánea en “M”. Para ello, trazamos una recta tangente a la parábola en el punto “M”. La pendiente de esta recta tangente ($\tan\beta = v_M$) determina la velocidad instantánea en “M”.
- Según el valor del ángulo agudo β , la velocidad instantánea puede ser positiva (+) o negativa (-), indicando la dirección del automóvil. En nuestro caso, β es un ángulo agudo, por lo que el automóvil se dirige hacia la derecha. (Lumbreras, R. (2019). *Física para científicos e ingenieros*. Editorial XYZ.)



GRAFICA VELOCIDAD VERSUS TIEMPO: La grafica de $\vec{v} - t$ nos proporciona doble información en el MRUV:

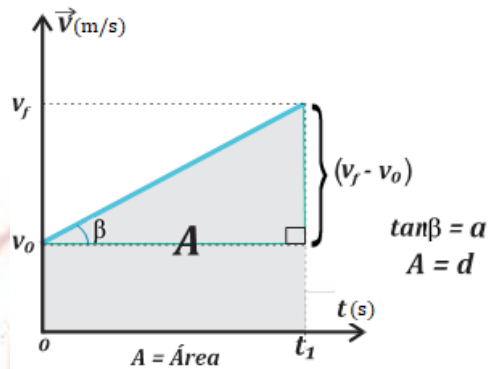
- Si evaluamos el área de la región sombreada:

$$A = \text{área del trapecio} = \frac{(v_f + v_0)}{2} t$$

Entonces $A = d$ (valor de la distancia cubierta por el móvil).

- La pendiente de la recta nos expresa el valor de la aceleración del MRUV: $a = \tan\beta$, donde β siempre se mide a partir de la horizontal en sentido antihorario.

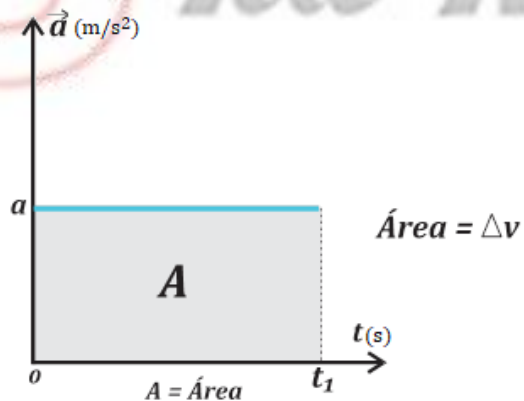
Fig. 2.13: Grafica Velocidad – Tiempo



GRAFICA ACCELERACIÓN VERSUS TIEMPO: La grafica de $\vec{a} - t$ nos proporciona doble información en el M.R.U.V.:

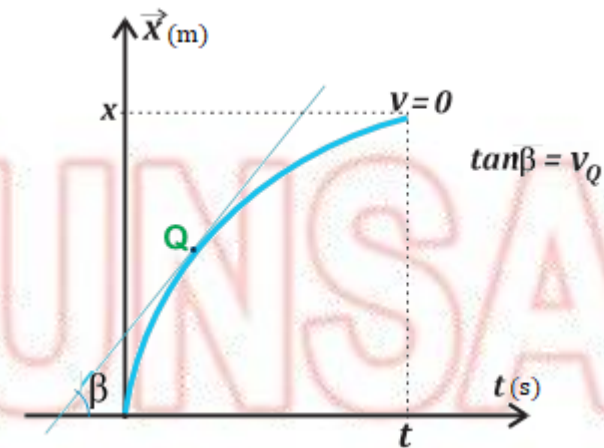
- Si evaluamos el área de la región sombreada nos representa físicamente la variación de la velocidad que experimenta el móvil en un intervalo de tiempo: $A = \Delta v$

Fig. 2.14: Grafica Aceleración – Tiempo

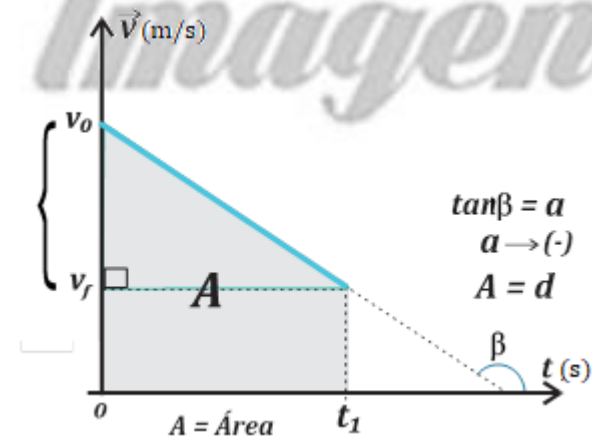


B. MRUV -DESACERADO

GRAFICA POSICIÓN VERSUS TIEMPO

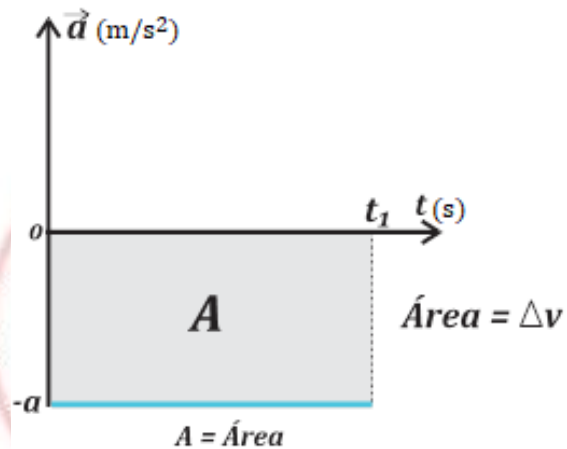


GRAFICA VELOCIDAD VERSUS TIEMPO

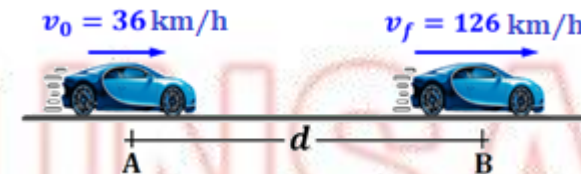


PROBLEMAS RESUELTOS

GRAFICA ACCELERACIÓN – TIEMPO



1.- Si el automóvil mostrado en la figura se mueve con aceleración constante, determine la distancia recorrida (d), si pasa por “B” luego de 6 s de haber pasado por “A”.



- A. 90 m
- B. 135 m
- C. 180 m
- D. 125 m
- E. 145 m

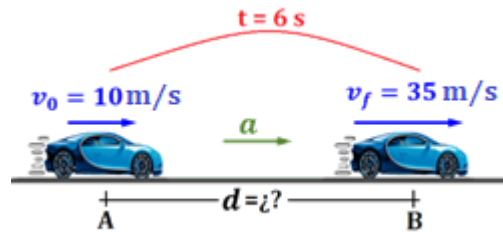
SOLUCIÓN:

Convertimos las rapidezces de km/h a m/s

$$v_0 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \left(\frac{5}{18} \right) = 10 \text{ m/s}$$

$$v_f = 126 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 126 \left(\frac{5}{18} \right) = 35 \text{ m/s}$$

Graficando:



Hallamos la distancia recorrida:

$$d = \left(\frac{v_0 + v_f}{2} \right) t$$

$$d = \left(\frac{10 + 35}{2} \right) 6$$

$$d = 135 \text{ m}$$

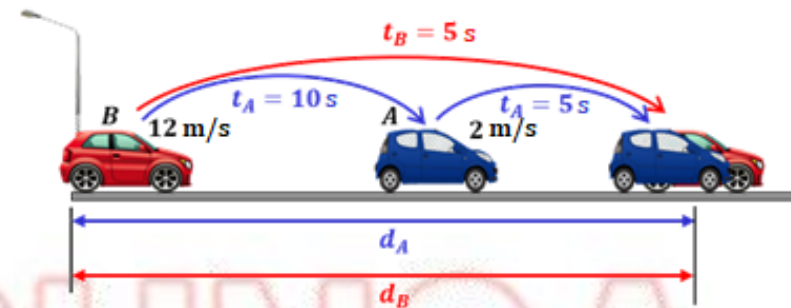
RESPUESTA: "B"

2.- Un automóvil "A" pasa a lado de un poste con una rapidez de **2 m/s** y una aceleración de módulo "**a**". Después de **10 s**, otro automóvil "B" pasa a lado del mismo poste con una rapidez de **12 m/s** en la misma dirección y con la misma aceleración. Se desea determinar el módulo de "**a**" si el automóvil "B" alcanza al automóvil "A" después de **5 s**.

- A. $0,1 \text{ m/s}^2$
- B. $0,2 \text{ m/s}^2$
- C. $0,3 \text{ m/s}^2$
- D. $0,15 \text{ m/s}^2$
- E. $0,25 \text{ m/s}^2$

SOLUCIÓN:

Determinando el valor de a tenemos



$$d_A = d_B$$

Considerando el tiempo total para A; $t_A = 15 \text{ s}$, se tiene:

$$v_{oA}t_A + \frac{a(t_A)^2}{2} = v_{oB}t_B + \frac{a(t_B)^2}{2}$$

$$2(15) + \frac{a(15)^2}{2} = 12(5) + \frac{a(5)^2}{2}$$

$$30 + \frac{225a}{2} = 60 + \frac{25a}{2}$$

$$\frac{225a}{2} - \frac{25a}{2} = 60 - 30$$

$$\frac{200a}{2} = 30$$

$$100a = 30$$

$$a = \frac{30}{100}$$

$$a = 0,3 \text{ m/s}^2$$

RESPUESTA: "C"

3.- Un carro repartidor de comida rápida, parte desde el reposo conduciéndose por una carretera con MRUV, cuando ha avanzado **0,081 km** su rapidez es de **36 m/s**, ¿qué rapidez tendrá cuando haya transcurrido **5 s** más de movimiento?

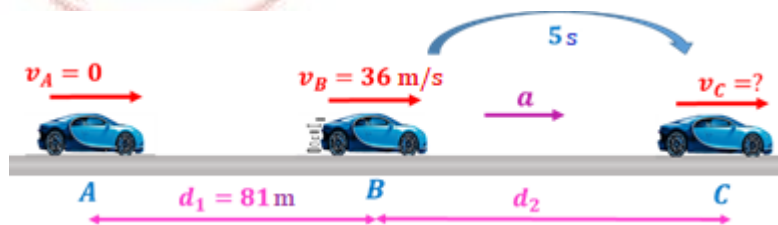
- A. 38 m/s
- B. 56 m/s
- C. 86 m/s
- D. 76 m/s
- E. 32 m/s

SOLUCIÓN:

Convirtiendo las unidades de la distancia de *km* a *m*

$$d_1 = 0,081 \text{ km} \times \left(\frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) = 81 \text{ m}$$

Graficando:



En el tramo AB:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ad_1$$

$$36^2 = 0^2 + 2a(81)$$

$$1\,296 = 162(a)$$

$$a = 8 \text{ m/s}^2$$

En el tramo BC:

$$v_f = v_0 + at$$

$$v_C = 36 + (8)(5)$$

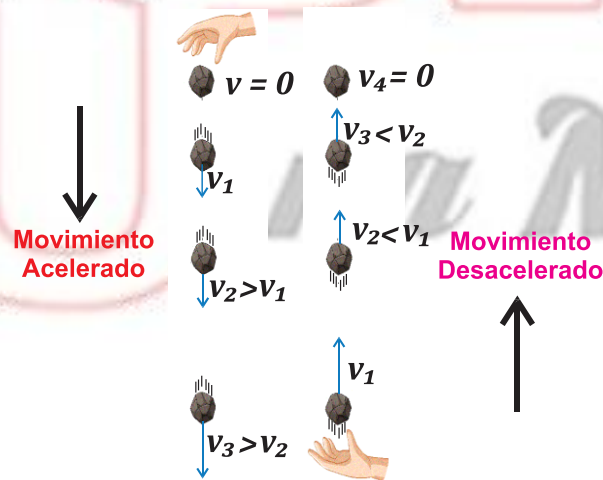
$$v_C = 76 \text{ m/s}$$

RESPUESTA: "D"

2.4. MOVIMIENTO VERTICAL DE CAÍDA LIBRE (M.V.C.L.)

Serway y Jewett (2018) señalan que: “La caída libre se define como el movimiento de un objeto bajo la influencia exclusiva de la gravedad, sin considerar la resistencia del aire u otras fuerzas externas. Durante la caída libre, todos los objetos experimentan una aceleración constante hacia el centro de la Tierra, conocida como la aceleración debida a la gravedad ($\vec{g}$) que tiene un valor aproximado de 9.8 m/s^2 ” (p. 78).

Fig. 2.15: Movimiento vertical de caída libre.

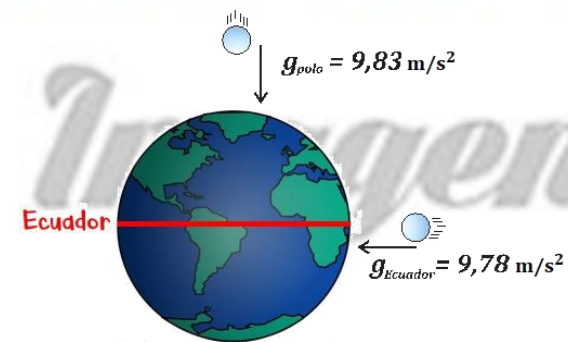


Si soltamos una piedra desde una cierta altura, observaremos que sigue una trayectoria vertical mientras su rapidez aumenta progresivamente;

esto significa que su movimiento hacia abajo está acelerado. En cambio, si lanzamos la piedra verticalmente hacia arriba, notaremos que su rapidez disminuye gradualmente hasta detenerse por completo, lo que indica que su movimiento hacia arriba está desacelerado.

La aceleración que experimentan los cuerpos en caída libre se denomina aceleración de la caída libre o aceleración de la gravedad, que se denota con la letra g . Su valor depende del lugar de la superficie terrestre donde se analice y varía entre $9,83 \text{ m/s}^2$ en los polos hasta $9,78 \text{ m/s}^2$ en la zona ecuatorial.

Fig. 2.16: Valores de la gravedad

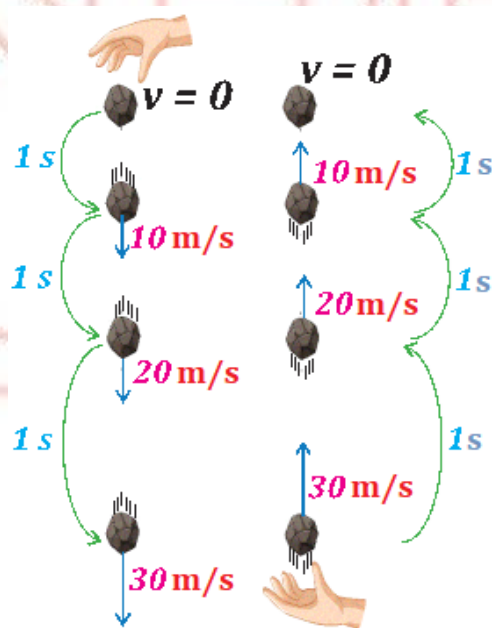


El valor de $9,8 \text{ m/s}^2$ para la aceleración de la caída libre es considerado constante cuando el cuerpo se encuentra a alturas pequeñas en comparación con el radio de la Tierra ($R_T = 6\,400 \text{ km}$), aunque esto

no es del todo cierto porque la aceleración causada por la atracción terrestre depende de la distancia desde el cuerpo hasta el centro de la tierra. Pero estas variaciones por ser muy pequeñas se pueden depreciar. Lumbreras, R. (2019). Física para científicos e ingenieros. Editorial XYZ.

Para fines prácticos redondearemos el módulo de la gravedad ($\vec{g}$) a 10 m/s^2 .

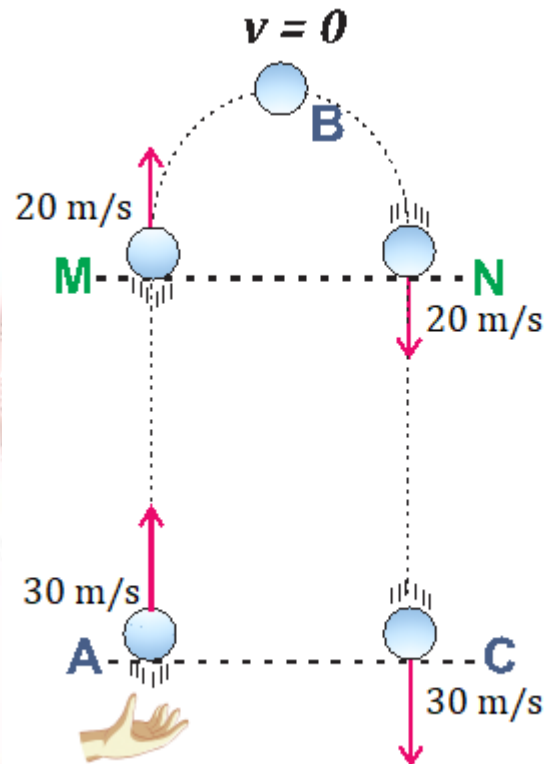
Fig. 2.17: Lanzamiento vertical hacia arriba y caída libre.



2.4.1 CARACTERÍSTICAS DEL M.V.C.L.

- La trayectoria que describe el móvil es una línea recta vertical.
- Solo actúa la atracción de la Tierra sobre el cuerpo (se desprecia la resistencia del aire).
- La atracción terrestre le origina al objeto una aceleración constante $g = 10 \text{ m/s}^2$. (en las inmediaciones de la superficie terrestre).
- Cuando un cuerpo es lanzado hacia arriba alcanza su altura máxima, su rapidez es igual a cero ($v_f = 0$) y su aceleración es igual a la gravedad ($\vec{g}$).
- El tiempo de subida En el tramo $\overline{AB}$ es igual al tiempo empleado de bajada en el tramo $\overline{BC}$.
- La rapidez de lanzamiento en "A" es igual a la rapidez de llegada en "C".
- La velocidad en los puntos "M" y "N" son iguales en módulo, pero en sentidos opuestos.

Fig. 2.18: Características de M.V.C.L.



$$v_f^2 = v_0^2 \pm 2gh$$

$$h = \left(\frac{v_0 + v_f}{2} \right) t$$

$$h = v_0 t \pm \frac{1}{2} g t^2$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$t_{subida} = \frac{v_0}{g}$$

$$t_{vuelo} = 2t_{subida}$$

2.4.2 ECUACIONES DEL M.V.C.L.

Se tiene las siguientes ecuaciones escalares, porque solo nos permiten hallar módulos o magnitudes:

$$v_f = v_0 \pm gt$$

Donde:

- g : módulo de la aceleración de gravedad.
 v_0 : módulo de la velocidad o rapidez inicial del móvil.
 v_f : módulo de la velocidad o rapidez final del móvil.
 t : tiempo.
 h : altura recorrida.
 $+$: movimiento hacia abajo
 (movimiento acelerado).
 $-$: movimiento hacia arriba
 (movimiento desacelerado).

Magnitud	Unidad en el S.I.
<i>aceleración</i>	m/s^2
<i>rapidez inicial o final</i>	m/s
<i>altura</i>	m
<i>tiempo</i>	s

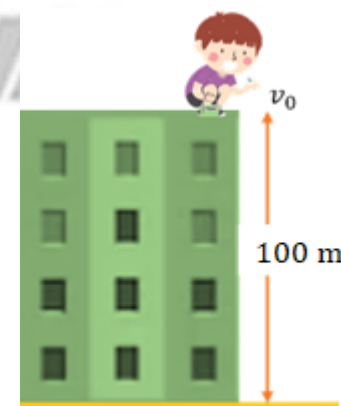
PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Pedro tira una piedra verticalmente hacia abajo con una rapidez inicial " v_0 ", desde la parte superior de un edificio de **100 m** de altura, de manera que impacta con el piso en **4 s**. Determinar " v_0 ". ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- A.** 5 m/s
B. 8 m/s
C. 10 m/s
D. 12 m/s
E. 15 m/s

SOLUCIÓN:

Realizamos un diagrama con la información



Aplicamos:

$$h = v_0 \cdot t \pm \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Reemplazamos:

$$100 = v_0(4) + \frac{(10)(4^2)}{2}$$

$$100 = v_0(4) + \frac{(10)(16)}{2}$$

$$100 = v_0(4) + 80$$

$$\frac{100 - 80}{4} = v_0$$

$$\frac{20}{4} = v_0$$

$$v_0 = 5 \text{ m/s}$$

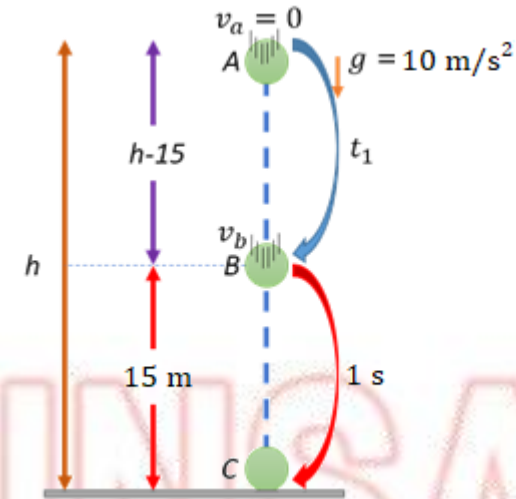
RESPUESTA: "A"

2.- Una esfera se deja caer en caída libre. Si en el último segundo recorre **15 m**, determine desde que altura "**h**" fue soltado el cuerpo ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

- A.** 10 m
- B.** 15 m
- C.** 20 m
- D.** 25 m
- E.** 30 m

SOLUCIÓN:

Realizamos un gráfico para su análisis.



En el tramo AC:

$$h = v_a t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = (0)(t_1 + 1) + \frac{1}{2} (10)(t_1 + 1)^2$$

$$h = 5(t_1 + 1)^2 \dots (i)$$

En el tramo AB:

$$h - 15 = v_a t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$h - 15 = (0)t_1 + \frac{1}{2} (10)t_1^2$$

$$h = 5t_1^2 + 15 \dots (ii)$$

Iguualamos las ecuaciones (i) y (ii):

$$5(t_1 + 1)^2 = 5t_1^2 + 15$$

$$5(t_1^2 + 2t_1 + 1) = 5t_1^2 + 15$$

$$5t_1^2 + 10t_1 + 5 = 5t_1^2 + 15$$

$$t_1 = \frac{15 - 5}{10}$$

$$t_1 = 1 \text{ s}$$

Reemplazando en la ecuación (i):

$$h = 5(t_1 + 1)^2 \dots (i)$$

$$h = 5(1 + 1)^2$$

$$h = 20 \text{ m}$$

RESPUESTA: "C"

3.- Desde el piso se lanzan hacia arriba dos esferas "A" y "B" simultáneamente con rapidez de **10 m/s** y **5 m/s** respectivamente. ¿Cuál es la diferencia de alturas cuando la esfera "B" alcanza su altura máxima? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A. 2,5 m

B. 4,5 m

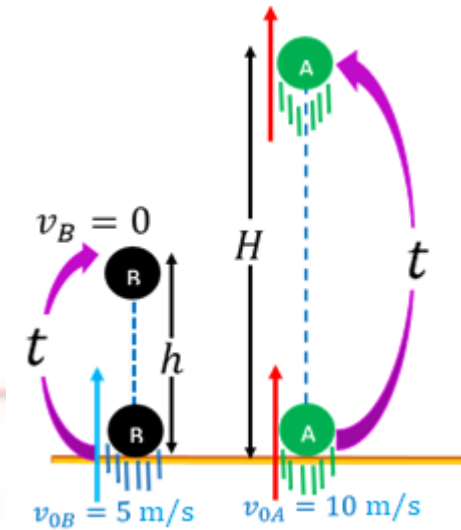
C. 3,5 m

D. 5,5m

E. 6,5m

SOLUCIÓN:

Graficamos del movimiento realizado



Analizamos la esfera "B":

$$v_{0B} = 5 \text{ m/s} \quad , \quad v_{fB} = 0 \text{ m/s}$$

Entonces:

$$v_{fB} = v_{0B} - gt$$

$$0 = 5 - 10t$$

$$-5 = -10t$$

$$0,5 \text{ s} = t$$

Como las dos esferas salen simultáneamente

Entonces la esfera "A" demora un tiempo de 0,5 s.

De la ecuación:

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Para la esfera "A":

$$H = 10t - \frac{1}{2}gt^2 \dots (1)$$

para la esfera "B":

$$h = 5t - \frac{1}{2}gt^2 \dots (2)$$

Realizamos la diferencia de las ecuaciones

$$Ec(1) - Ec(2)$$

$$H - h = 5t$$

$$H - h = 5(0,5)$$

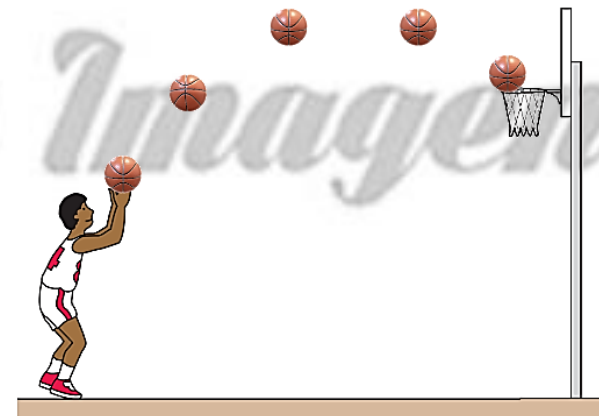
$$H - h = 2,5 \text{ m}$$

RESPUESTA: "A"

TEMA 3:

MOVIMIENTO EN UN PLANO

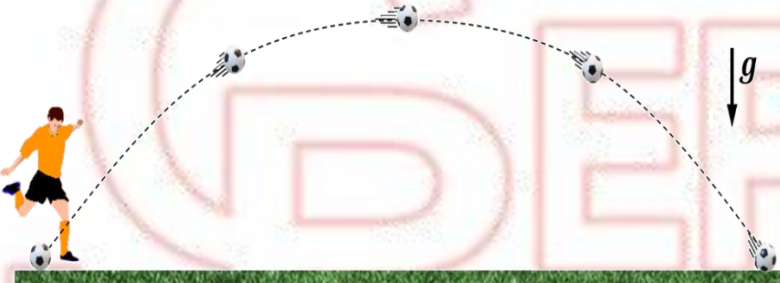
En el capítulo anterior se analizó el movimiento de cuerpo que se desplazan en una trayectoria rectilínea, ya sea con aceleración nula y con aceleración constante. En este capítulo analizaremos el caso de cuerpos que se lanzan libremente, en una dirección no vertical, en un campo gravitacional y despreciando los efectos de la resistencia del aire, como se observa en la figura 1, donde el jugador patea el balón y este describe una trayectoria parabólica.



3. MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Si usted alguna vez observó una pelota de futbol en movimiento, como en la figura 3.1, usted ha observado el movimiento de un proyectil.

Fig. 3.1: Balón disparado horizontalmente.



Sears y Zemansky (2018) señala que: “Un proyectil es un cuerpo que recibe una velocidad inicial y luego sigue una trayectoria determinada completamente por los efectos de la aceleración gravitacional y la resistencia del aire.” (p.75).

Un balón de futbol pateado como en la figura 3.1, un paquete que se deja caer desde un avión y una bala disparada por un rifle son proyectiles, el camino que sigue un proyectil se conoce como su trayectoria.

Para analizar este tipo de movimiento tan común, partiremos de un modelo idealizado que representa el proyectil como una partícula con aceleración constante (debida a la gravedad) tanto en módulo como en dirección. Se ignoran los efectos de la resistencia del aire, así como la curvatura y rotación de la Tierra.

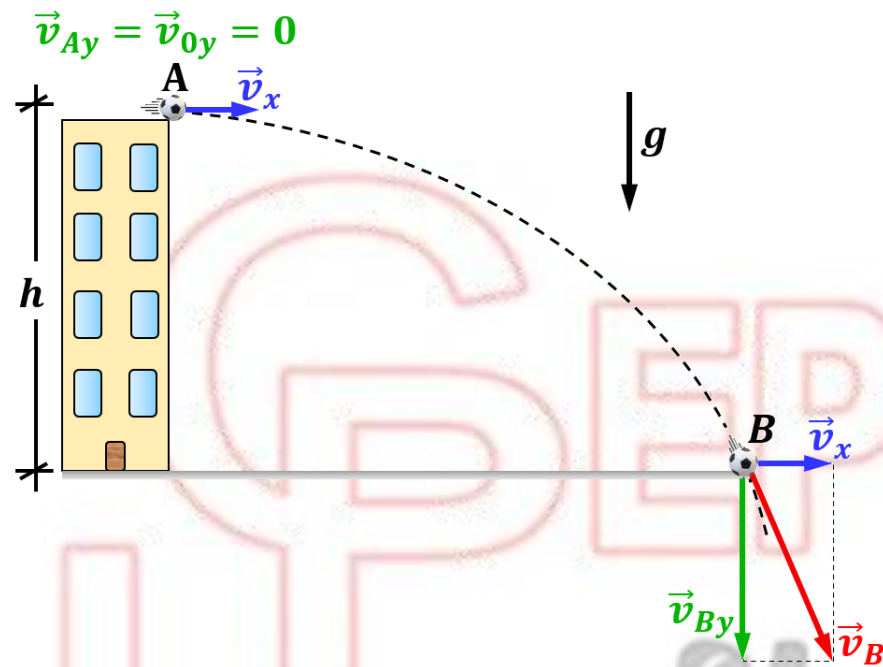
En el resto del capítulo, la frase “movimiento de proyectil” implicará que se desprecia la resistencia del aire.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, entonces, podemos analizar el movimiento de un proyectil como una combinación de movimiento horizontal con velocidad constante (M.R.U.) y movimiento vertical con aceleración constante (M.V.C.L.).

3.1 MOVIMIENTO SEMIPARABÓLICO

Si lanzamos un proyectil de forma horizontal con una velocidad “ $\vec{v}_x$ ” de módulo (rapidez) “ v_x ”, desde una altura respecto de un nivel de referencia (figura 3.2), este describirá una trayectoria semiparabólica, la cual podemos analizar haciendo una separación imaginaria de su movimiento, en un movimiento horizontal con velocidad constante (M.R.U.) y movimiento vertical con aceleración constante (M.V.C.L.).

Fig. 3.2: Balón disparado horizontalmente.

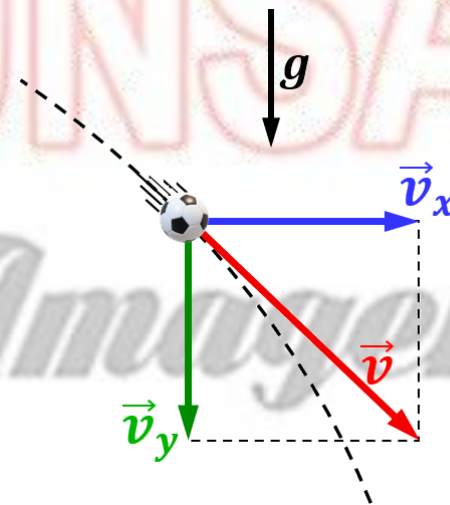


Consideraciones a tener:

- La aceleración causada por la gravedad es exclusivamente vertical; la gravedad no puede acelerar al proyectil de forma lateral.
- Verticalmente el proyectil inicia su movimiento desde el reposo, donde $v_{Ay} = v_{0y} = 0$ m/s y por acción de la aceleración de la gravedad en cada segundo su rapidez va incrementando.

- Horizontalmente el proyectil inicia su movimiento con rapidez constante diferente de cero ($v_x \neq 0$)
- Las distancias recorridas tanto en el eje vertical como en el eje horizontal se han efectuado en intervalos de tiempos iguales.
- Se debe tener en cuenta que la velocidad del cuerpo en cualquier instante es tangente a la trayectoria semiparabólica, como lo muestra la figura 3.3.

Fig. 3.3: Vector velocidad, tangente a la trayectoria.



- El módulo de la velocidad real del móvil, se calcula:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Donde:

v_x : módulo de la velocidad horizontal (rapidez horizontal).

v_y : módulo de la velocidad vertical (rapidez vertical).

v : módulo de la velocidad real del proyectil (rapidez real).

3.1.1 ECUACIONES ESCALARES DEL MOVIMIENTO SEMIPARABÓLICO

3.1.1.1 Movimiento horizontal (M.R.U.)

Se tiene las siguientes ecuaciones:

$$v_x = \frac{d_x}{t}$$

$$d_x = v_x t$$

$$t = \frac{d_x}{v_x}$$

Donde:

v_x : módulo de la velocidad horizontal o rapidez horizontal.

d_x : distancia horizontal o alcance horizontal.

t : tiempo.

3.1.1.2 Movimiento vertical (M.C.L.V.)

Siendo el módulo de la velocidad inicial (rapidez inicial) en la vertical igual a cero ($v_{0y} = 0$), se tiene:

$$v_{fy} = gt$$

$$v_{fy}^2 = 2gh$$

$$h = \left(\frac{v_{yf}}{2}\right)t$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

Donde:

a : módulo de la aceleración.

v_{fy} : módulo de la velocidad final (rapidez final) del móvil en la vertical.

t : tiempo.

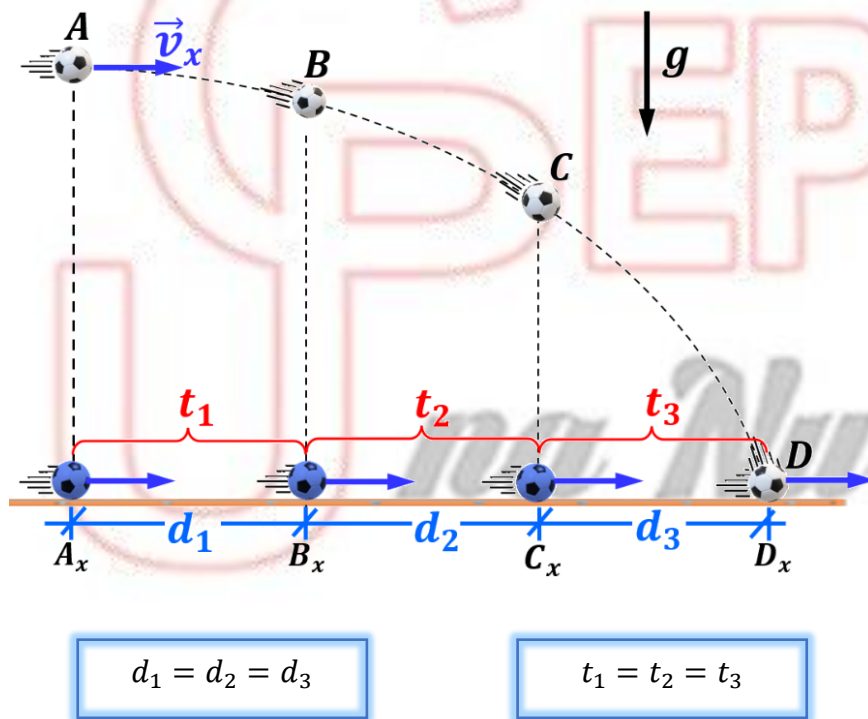
3.1.2 PROYECCIONES DEL MOVIMIENTO SEMIPARABÓLICO

Descomponer la velocidad del proyectil nos permite hacer un análisis del movimiento semiparabólico en dos direcciones, para ello realizamos la proyección de este movimiento en la horizontal y vertical.

3.1.2.1 Proyección horizontal

La proyección de la componente en la horizontal del movimiento semiparabólico es un movimiento a velocidad constante, es decir, es un movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.), recorriendo el móvil distancias iguales en tiempos iguales (figura 3.4).

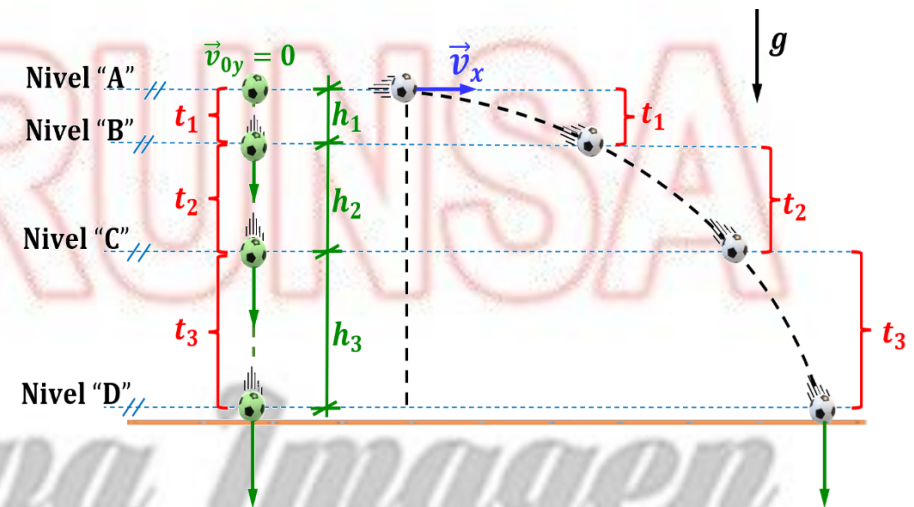
Fig. 3.4: Proyección horizontal de un movimiento semiparabólico.



3.1.2.2 Proyección en la vertical

En la vertical, el proyectil está bajo los efectos de la aceleración de la gravedad (g), por lo tanto, la proyección en la vertical de este movimiento es un movimiento de caída libre vertical (M.V.C.L.).

Fig. 3.5: Proyección vertical de un movimiento semiparabólico.

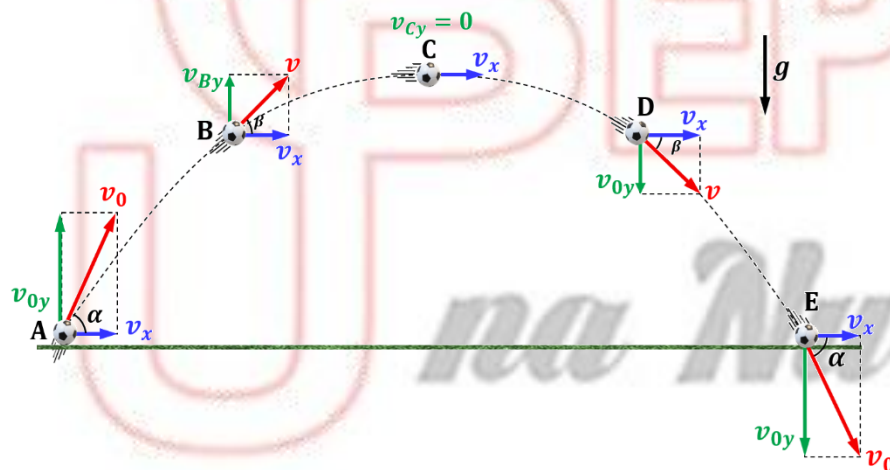


De lo anterior, el movimiento de un proyectil lanzado horizontalmente desde cierta altura y otro proyectil que se suelta del mismo nivel que el anterior, podemos afirmar que ambos cuerpos recorren las mismas distancias verticales en los mismos intervalos de tiempo ya que se encuentran en el mismo nivel o altura, como lo muestra la figura 3.5.

3.2 MOVIMIENTO PARABÓLICO

Cuando se lanza un proyectil (figura 3.6), con un ángulo de elevación respecto con la horizontal, en presencia solamente de un campo gravitatorio, como el de la tierra, se observa que dicho proyectil se eleva, alcanza una determinada altura y cae, describiendo una trayectoria parabólica.

Fig. 3.6: Proyectil lanzado desde el piso, con ángulo de elevación α .



3.2.1 CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO PARABÓLICO

Se tiene las siguientes características:

- Es un movimiento compuesto formado por dos movimientos perpendiculares entre sí, que se realizan al mismo tiempo y en

forma independiente, uno de ellos es un M.R.U. horizontal y el otro vertical de caída libre.

- Su trayectoria es una curva llamada parábola, aplicable sólo para alturas pequeñas, respecto al radio de la tierra.
- La aceleración de la gravedad es constante, despreciando la resistencia del aire.
- Los alcances horizontales serán pequeños de tal manera que nos permitan no tomar en cuenta la forma de la Tierra.
- Las velocidades de disparo no deben ser muy grandes porque el proyectil podría adquirir trayectorias elípticas y rotar alrededor de la Tierra.

He aquí algunas consideraciones:

- A un mismo nivel, el tiempo de subida, es igual al tiempo de bajada.
- A un mismo nivel, la rapidez de subida, es igual a la rapidez de bajada.

$$t_{AC} = t_{CE} \quad (\text{figura 3.7})$$

$$v_A = v_E \quad (\text{figura 3.7})$$

$$v_B = v_D \quad (\text{figura 3.7})$$

- Un cuerpo alcanza su altura máxima ($H_{\text{máx}}$) en el instante que la componente vertical (v_y) de la velocidad sea nula. (figura 3.7)

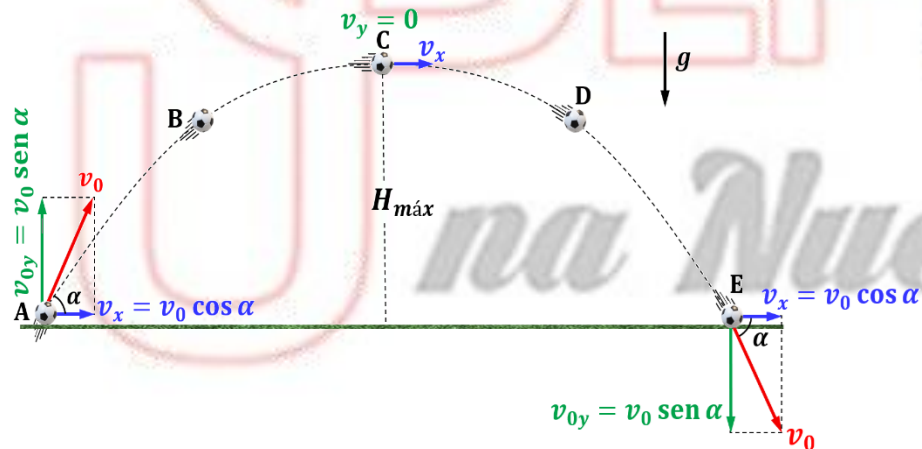
- La velocidad en el eje “x” permanece constante durante todo el movimiento y se puede calcular:

$$v_x = v_o \cos \alpha$$

- La componente horizontal de la velocidad de lanzamiento, su módulo varía y se puede calcular con la ecuación:

$$v_{oy} = v_o \sen \alpha$$

Fig. 3.7: Balón en movimiento parabólico.



3.2.2 ECUACIONES ESCALARES DEL MOVIMIENTO PARABÓLICO

3.2.2.1 Movimiento en la horizontal (M.R.U.)

Se tiene:

$$v_x = \frac{D_x}{t}$$

$$D_x = v_x t$$

$$t = \frac{D_x}{v_x}$$

Donde:

v_x : módulo de la velocidad horizontal o rapidez horizontal.

D_x : distancia horizontal o alcance horizontal.

t : tiempo.

3.2.2.2 Movimiento en la vertical (M.C.L.V.)

Se tiene:

$$v_{fy} = v_{0y} \pm gt$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 \pm 2gh$$

$$h = v_{0y} t \pm \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = \left(\frac{v_{0y} + v_{fy}}{2} \right) t$$

$$t_v = \frac{2 v_0 \operatorname{sen} \alpha}{g}$$

Donde:

g : módulo de la aceleración de la gravedad.

v_{0y} : módulo de la velocidad o rapidez inicial del móvil en la vertical.

v_{fy} : módulo de la velocidad o rapidez final del móvil en la vertical.

t : tiempo.

h : altura.

(+): movimiento acelerado.

(-): movimiento desacelerado.

Altura máxima:

$$H_{m\acute{a}x} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{2 g}$$

Alcance horizontal:

$$D = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{g}$$

Alcance horizontal máximo: si el ángulo de lanzamiento es 45° .

$$D_{m\acute{a}x} = \frac{v_0^2}{g}$$

3.2.3 ECUACIONES ESCALARES ESPECIALES DEL MOVIMIENTO PARABÓLICO

Tiempo de vuelo: es el tiempo que el proyectil permanece en el aire, desde el instante en que es disparado.

Importante:

Al dividir miembro a miembro las ecuaciones de la altura máxima y alcance horizontal obtenemos:

$$\tan \alpha = \frac{4H_{\text{máx}}}{D}$$

Podemos determinar “ α ” si conocemos la relación entre h , a y b .
(figura 3.8)

$$\frac{\tan \alpha}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

Donde:

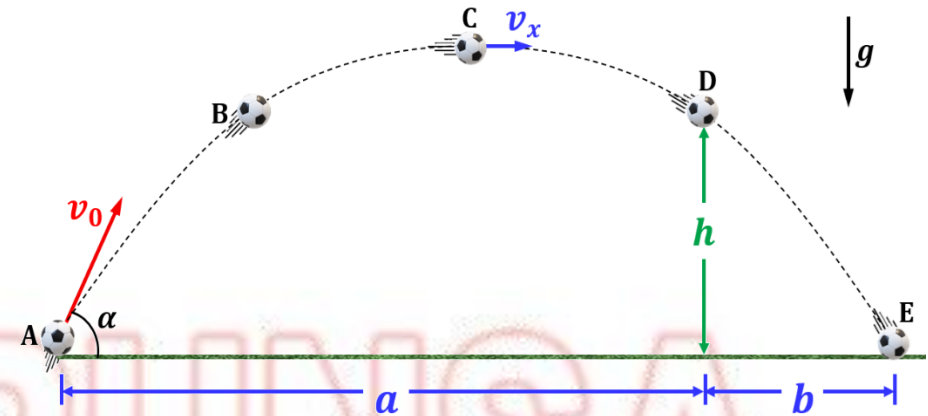
$H_{\text{máx}}$: altura máxima.

D : distancia o alcance horizontal.

v_{0y} : módulo de la velocidad inicial o rapidez inicial vertical.

α : ángulo que forma el vector velocidad real del móvil con la horizontal.

Fig. 3.8: Movimiento parabólico de un balón.



3.2.4 CASOS PARTICULARES:

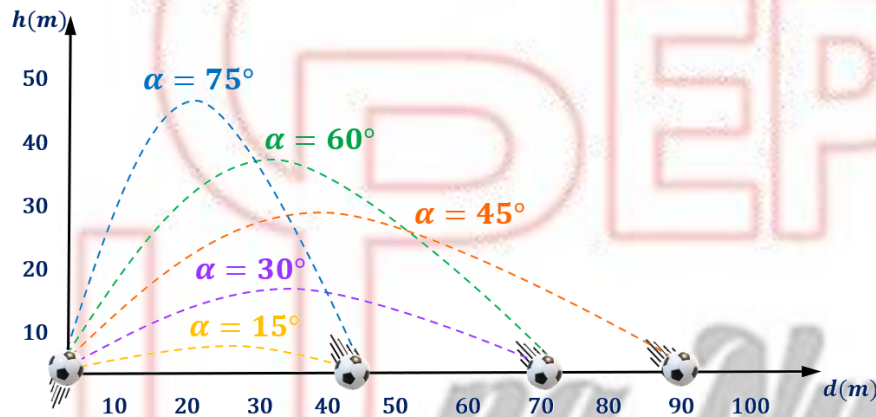
- Si dos proyectiles son lanzados con la misma rapidez inicial, como en la figura 3.9, se obtiene el mismo alcance horizontal desde dos ángulos de disparo distintos, cuando esos ángulos suman 90° .
- En la figura 3.9 no se tienen en cuenta los efectos de la resistencia del aire, de manera que todas las trayectorias describen parábolas.
- Observa que esos proyectiles alcanzan distintas alturas sobre el piso.
- También tienen distintos alcances horizontales.

Por ejemplo:

Un proyectil que se lanza al aire con un ángulo de 60 grados tiene el mismo alcance horizontal que si se lanzara con la misma rapidez en un ángulo de 30 grados.

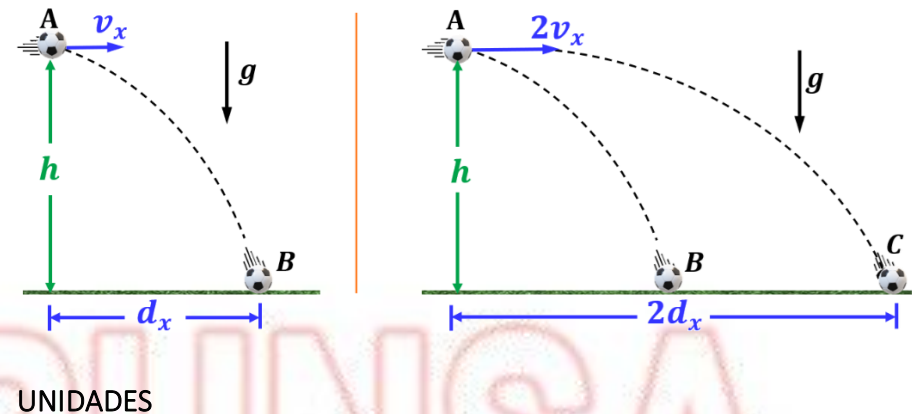
La distancia o alcance horizontal máximo se obtiene cuando el ángulo de tiro es 45 grados, y cuando la resistencia del aire es despreciable.

Fig. 3.9: Balón lanzado con diferentes ángulos de elevación.



- Cuando lanzamos dos proyectiles horizontalmente y simultáneamente, el alcance horizontal es proporcional a su rapidez de lanzamiento. En la figura 3.10, cuando se lanza el proyectil con una rapidez horizontal (v_x) este logra un alcance horizontal (d_x), pero cuando es lanzado con el doble de rapidez horizontal $2v_x$ este tiene un alcance horizontal $2d_x$.

Fig. 3.10: Dos balones lanzados desde la misma altura y con diferentes rapidezces.

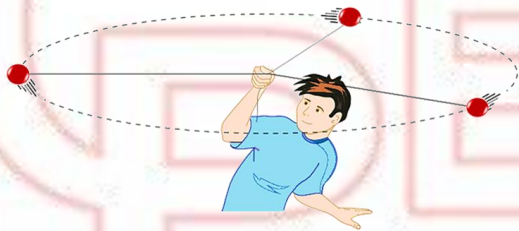


Magnitud	Unidad en el S.I.
aceleración	m/s ²
rapidez	m/s
distancia	m
altura	m
tiempo	s

3.3 MOVIMIENTO CIRCULAR

Es aquel movimiento efectuado por un móvil que describe una trayectoria circular o parte de una circunferencia, por ejemplo, la trayectoria descrita por una esfera que se hace girar atada al extremo de una cuerda (figura 3.11).

Fig. 3.11: Movimiento circular de una esfera.



Un movimiento circular se clasifica en:

- Movimiento circular uniforme (M.C.U.).
- Movimiento circular uniformemente variado (M.C.U.V.).

3.3.1 ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

- **Radio de giro (R)**

Segmento de recta trazado desde el centro de la circunferencia hasta la partícula, su medida es igual al radio de la trayectoria circular con la diferencia que este

segmento es móvil, ya que gira a medida que la partícula se mueve.

Su unidad en el S.I.: metro (m)

- **Desplazamiento angular (θ)**

Es el ángulo que barre el radio de giro de la partícula. También es el ángulo central de la circunferencia.

Su unidad en el S.I.: radián (rad)

- **Longitud de arco (S)**

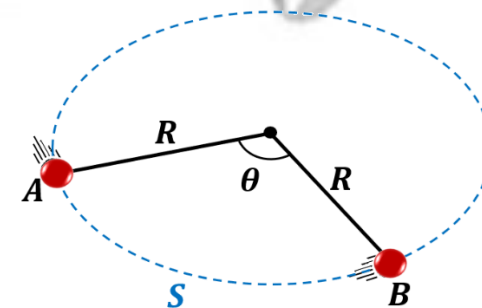
Es la longitud del arco de la circunferencia, el cual coincide con la distancia recorrida de la partícula.

Donde:

$$S = \theta R$$

Su unidad en el S.I.: metro (m)

Fig. 3.12 Se muestra los elementos del movimiento circular.

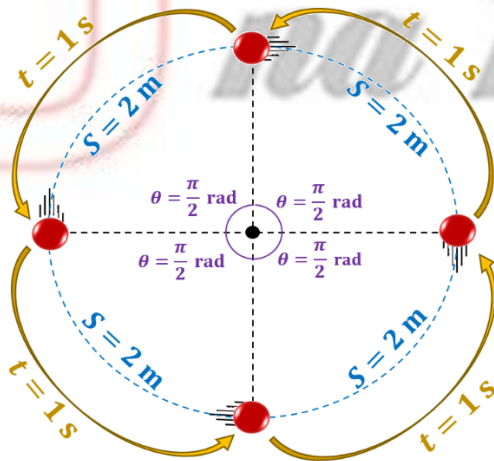


3.3.2 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U.)

Sears y Zemansky (2018) señala que: “Cuando una partícula se mueve en un círculo con rapidez constante, el movimiento se conoce como movimiento circular uniforme.” (p.82).

En el movimiento circular uniforme una partícula recorre longitudes de arco (S) iguales en intervalos de tiempos iguales (t) a la vez que se barre ángulos (θ) iguales en intervalos de tiempos iguales (t), en una trayectoria circular. En la figura 3.13, se puede observar que el móvil recorre una distancia de 2 m en cada segundo de tiempo, a la vez que barre $\pi/2$ rad en cada segundo.

Fig. 3.13 Movimiento circular uniforme de una esfera.



A) Velocidad tangencial o lineal ($\vec{v}$)

Nos indica que tan rápido se mueve el móvil y en qué dirección. Su módulo, la rapidez tangencial (v), nos indica la longitud de arco recorrida por unidad de tiempo.

Su dirección es tangente a la trayectoria.

Un M.C.U. es un movimiento con aceleración, pues, a pesar de que la rapidez es constante, la dirección de la velocidad está cambiando durante el movimiento.

La rapidez tangencial o módulo de la velocidad tangencial, se calcula:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{\theta R}{t}$$

Su unidad en el S.I.: m/s

B) Velocidad angular ($\vec{\omega}$)

Su módulo (rapidez angular ω), indica el ángulo que el radio de giro barre por cada unidad de tiempo.

La dirección de esta velocidad angular se determina mediante la regla de la mano derecha, como se muestra en la figura 3.14.a y 3.14.b.

Fig. 3.14 Dirección de la velocidad angular de una esfera.

Fig. 3.14.a



Fig. 3.14.b



En un M.C.U. la rapidez angular es constante y su valor se calcula:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Su unidad en el S.I: rad/s

C) Relación entre la rapidez tangencial y la rapidez angular

De la ecuación: $v = \frac{s}{t}$ y $s = \theta R$

Sustituyendo, se tiene:

$$v = \frac{\theta R}{t} \rightarrow v = \frac{\theta}{t} R$$

$$v = \omega \cdot R$$

Se cumple para cualquier instante de tiempo.

D) Periodo (T)

Es el tiempo que emplea una partícula en realizar una vuelta, una revolución o un ciclo.

Su valor se calcula:

$$T = \frac{\text{tiempo}}{N^{\circ} \text{ de vueltas}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Su unidad en el S.I.: segundos (s)

E) Frecuencia (f)

Indica el número de vueltas, revoluciones o ciclos que realiza una partícula, por cada unidad de tiempo al desarrollar un M.C.U.

$$f = \frac{N^{\circ} \text{ de vueltas}}{\text{tiempo}}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Su unidad en el S.I.: Hertz (Hz), s^{-1} , $\frac{\text{rev}}{s}$, $\frac{1}{s}$

Equivalencias:

$$1 \text{ Hz} \Leftrightarrow \frac{1 \text{ Revolución}}{1 \text{ segundo}} \Leftrightarrow 1 \text{ RPS}$$

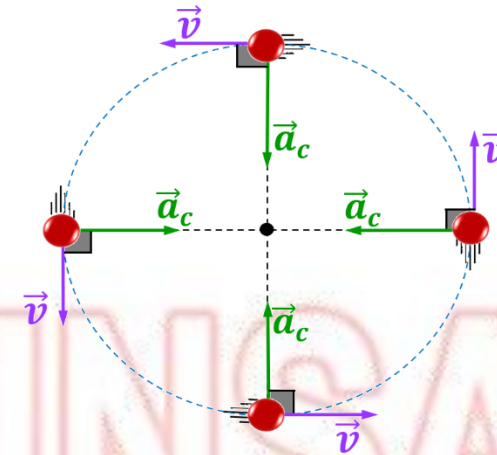
F) Aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$)

Es aquella aceleración que experimenta un cuerpo en movimiento circular y está dirigida hacia el centro de la circunferencia. La aceleración centrípeta nos expresa la rapidez con la cual varía la dirección de la velocidad tangencial.

En el M.C.U. el módulo de la aceleración centrípeta es constante, pero su dirección varía continuamente.

El vector aceleración centrípeta es perpendicular al vector velocidad tangencial (figura 3.15).

Fig. 3.15: Vector aceleración centrípeta perpendicular a la velocidad tangencial.



El módulo de la aceleración centrípeta se calcula:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \omega^2 R$$

$$a_c = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$a_c = 4\pi^2 f^2 R$$

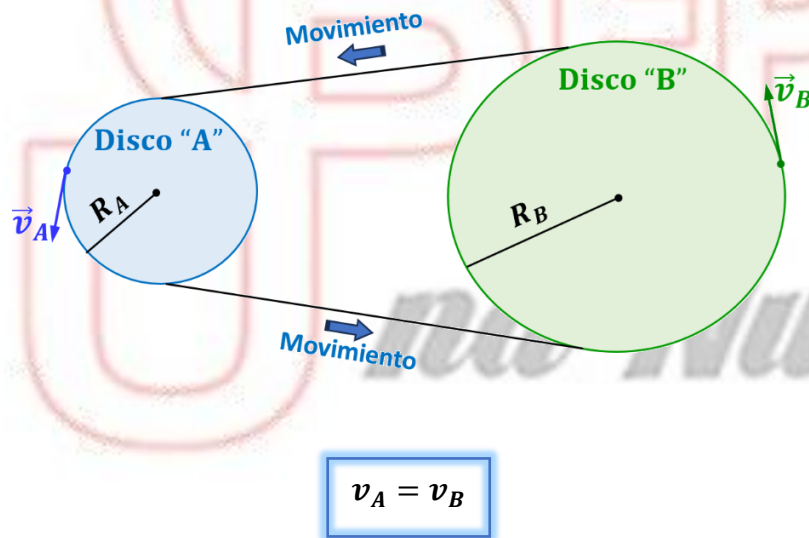
Su unidad en el S.I.: m/s^2

Sears y Zemansky (2018) señala que: “Como la aceleración en el movimiento circular uniforme siempre apunta al centro del círculo, en ocasiones se le llama aceleración centrípeta. La palabra “centrípeta” se deriva de dos vocablos griegos que significan “que busca el centro”. (p.84).

3.3.3 CASOS ESPECIALES: TRANSMISIÓN DE MOVIMIENTOS

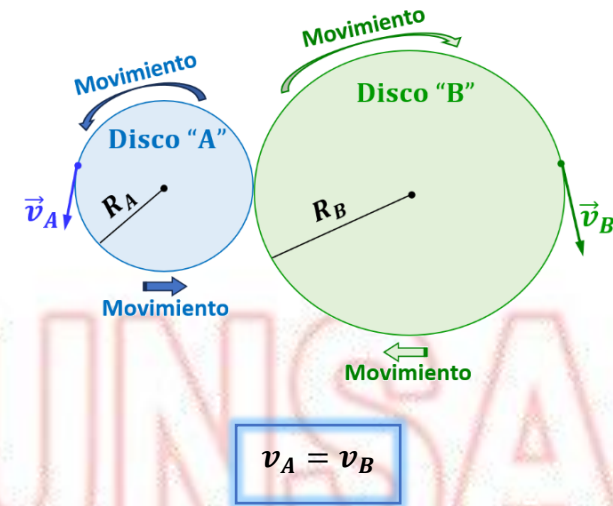
A) Poleas unidas con faja o ruedas en contacto

Fig. 3.16: Poleas unidas con faja.



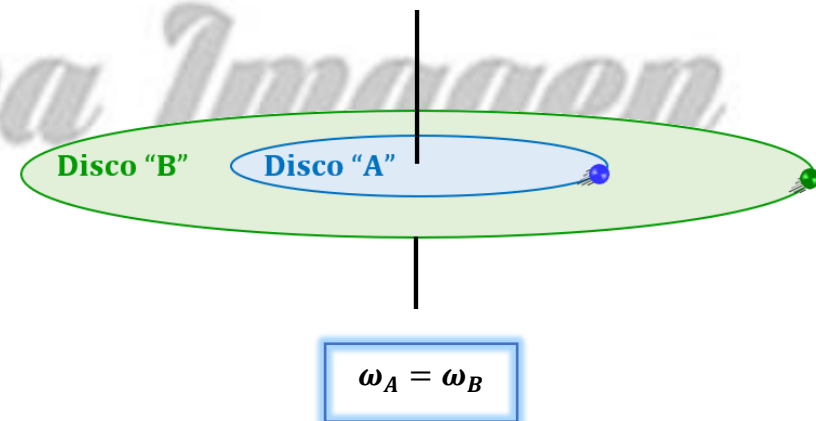
B) Discos en contacto.

Fig. 3.17: Poleas en contacto.



C) Poleas con eje comunes o solidarias.

Fig. 3.18: Poleas con eje común.

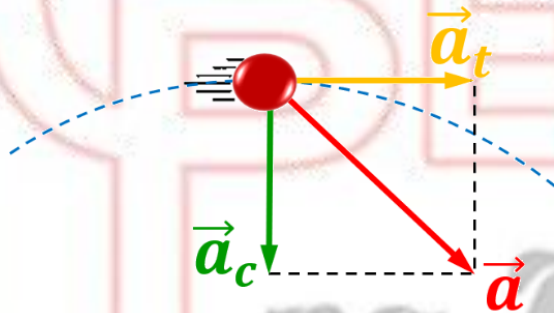


3.3.4 ACCELERACION TANGENCIAL (a_t)

La aceleración tangencial mide los cambios en el módulo de la velocidad tangencial, es decir, mide el cambio en la rapidez tangencial.

El vector aceleración tangencial es tangente a la trayectoria (figura 3.19) y es paralelo a la velocidad tangencial.

Fig. 3.19 Movimiento de una esfera en una trayectoria circular.

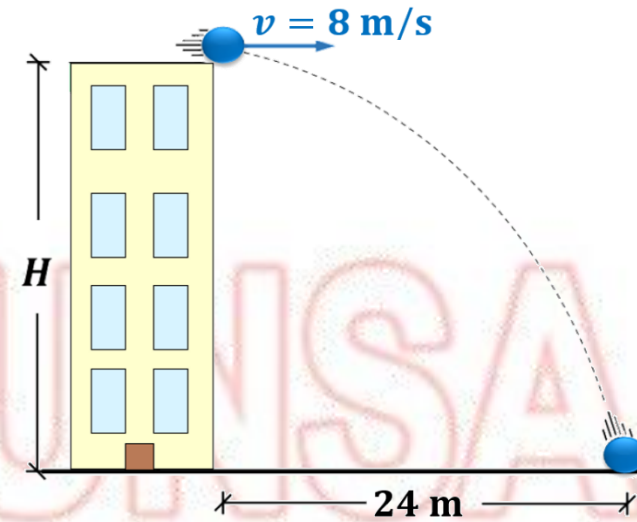


De la figura 3.19, $\vec{a}$ es la aceleración total con componentes aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$) y aceleración tangencial ($\vec{a}_t$). Su magnitud se calcula:

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Determinar "H" en la figura mostrada. ($g = 10 \text{ m/s}^2$).



- A. 35 m
- B. 40 m
- C. 45 m
- D. 50 m
- E. 55 m

SOLUCIÓN:

Primero hallamos el tiempo que la esfera permanece en el aire:

Movimiento en la horizontal (M.R.U.)

Datos:

$$v_x = 8 \text{ m/s}$$

$$d_x = 24 \text{ m}$$

$$t = ?$$

Aplicando:

$$v_x = \frac{d_x}{t}$$

$$t = \frac{d_x}{v_x}$$

$$t = \frac{24}{8}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

Movimiento en la vertical (MCLV)

Datos:

$$v_{0y} = 0 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$H = ?$$

Aplicando:

$$H = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Reemplazamos:

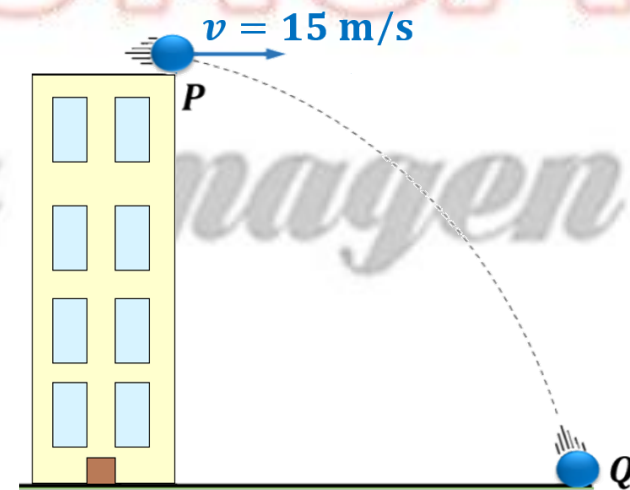
$$H = (0)(3) + \frac{(10)(3^2)}{2}$$

$$H = 0 + (5)(9)$$

$$H = 45 \text{ m}$$

RESPUESTA: C

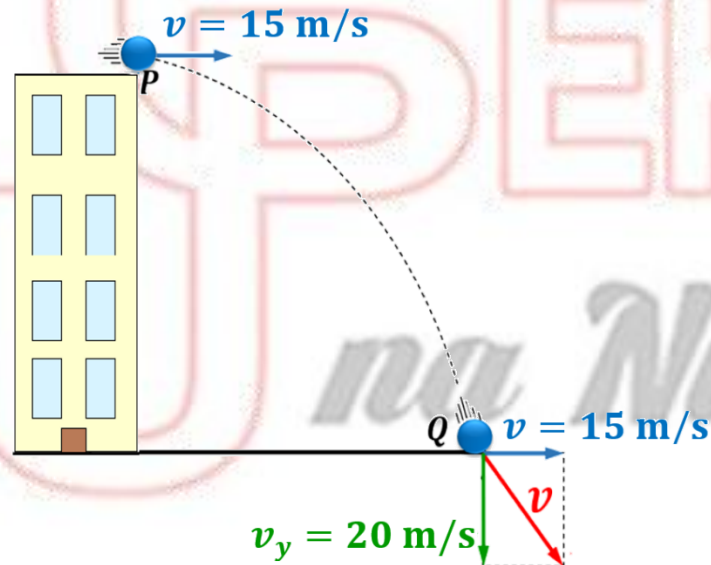
2. Una esfera pequeña es lanzada horizontalmente desde el punto "P", tal como se muestra en la figura, impactando en "Q" después de 2 s. Calcule la rapidez con la cual impacta en "Q". ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A. 20 m/s
- B. 25 m/s
- C. 30 m/s
- D. 35 m/s
- E. 40 m/s

SOLUCIÓN:

Graficamos el problema:



Calculamos la rapidez final " v_f ":

$$v_f = v_o \pm gt$$

$$v_f = 0 + 10(2)$$

$$v_f = 20 \text{ m/s}$$

Calculamos la rapidez " v ":

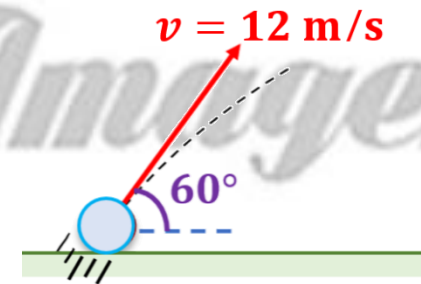
$$v = \sqrt{15^2 + v_f^2}$$

$$v = \sqrt{15^2 + 20^2}$$

$$v = 25 \text{ m/s}$$

RESPUESTA: B

3. Se lanza un proyectil con una rapidez " v ", tal como se muestra en el gráfico. Determine la rapidez mínima (en m/s) del proyectil durante su trayectoria.



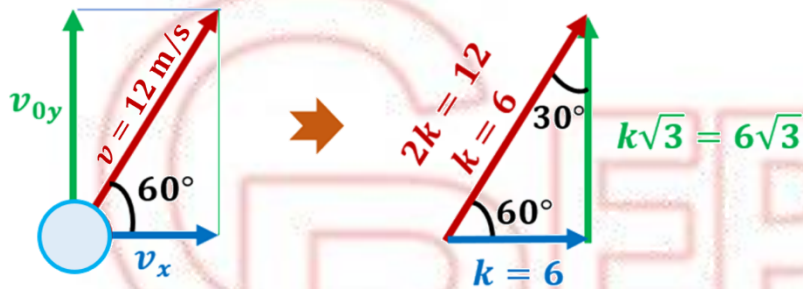
- A. $2\sqrt{3}$
- B. 10
- C. $6\sqrt{3}$
- D. 12

E. 6

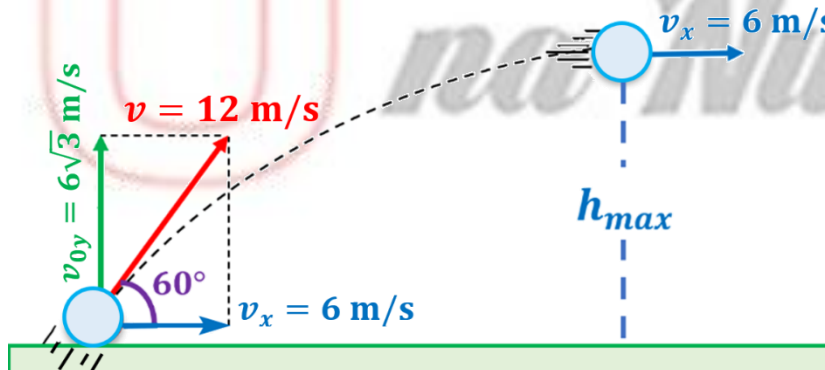
RESPUESTA: E

SOLUCIÓN:

Descomponemos la velocidad de lanzamiento y hallamos la rapidez horizontal:

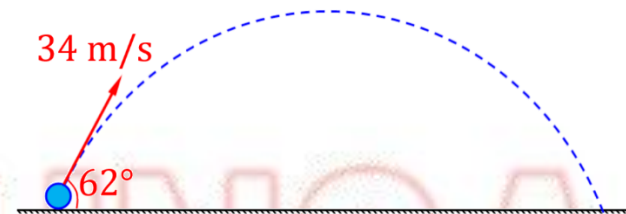


La rapidez mínima del proyectil se da en el punto más alto de su trayectoria. En dicho punto el proyectil solo tiene rapidez horizontal.



$$v_x = 6 \text{ m/s}$$

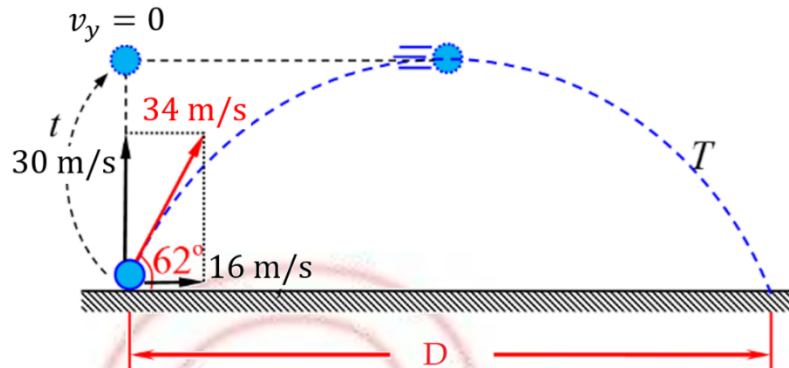
4. La figura muestra el lanzamiento de un proyectil. ¿A qué distancia del punto de lanzamiento caerá el proyectil? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A. 66 m
- B. 76 m
- C. 86 m
- D. 96 m
- E. 89 m

SOLUCIÓN:

Descomponemos la rapidez de lanzamiento:



$$T = 6 \text{ s}$$

Reemplazando este último resultado en (I):

$$D = 16(6)$$

$$D = 96 \text{ m}$$

RESPUESTA: D

Horizontalmente desarrolla un M.R.U., calcularemos el alcance "D" con la ecuación:

$$D = v_x T \Rightarrow D = 16T \dots\dots\dots (I)$$

El tiempo de vuelo, según el bosquejo gráfico:

$$T = 2t$$

Como:

$$v_y = v_{oy} - gt$$

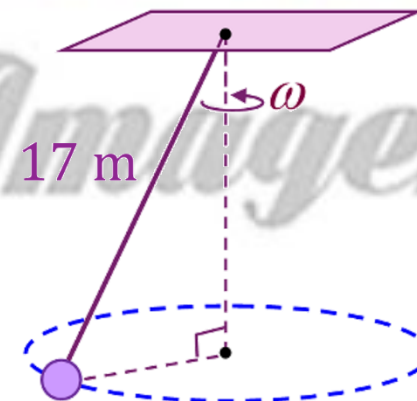
$$0 = 30 - 10t$$

$$t = 3 \text{ s}$$

De donde:

$$T = 2(3)$$

5. La esferita mostrada describe un MCU, si la cuerda es inextensible y masa despreciable, determine la rapidez tangencial (en m/s) en el instante mostrado; considere que la cuerda forma con el techo un ángulo de 62° y que el periodo en dicho instante es de $\frac{4\pi}{3}$ s.



A. 10

B. 12

C. 14

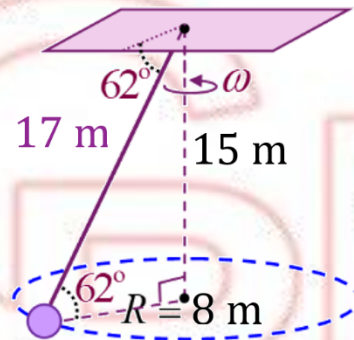
D. 16

E. 8

$$v = 12 \text{ m/s}$$

RESPUESTA: B**SOLUCIÓN:**

De acuerdo con los datos:



El periodo:

$$T = \frac{4\pi}{3} \text{ s}$$

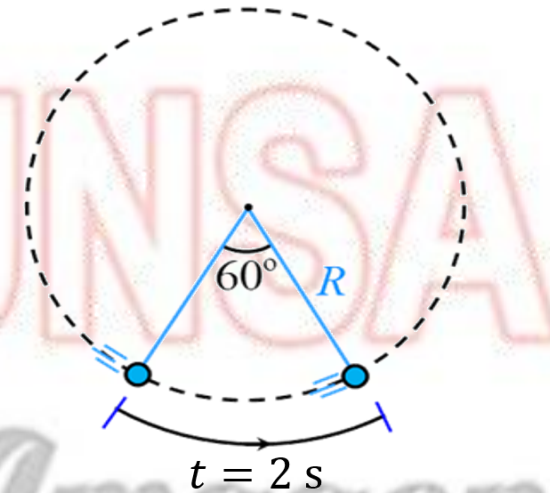
La rapidez lineal:

$$v = \omega R$$

$$v = 2\pi/T R$$

$$v = \frac{2\pi}{\frac{4\pi}{3}} (8)$$

6. En la figura, determine el módulo de la aceleración centrípeta (en m/s^2), si el objeto desarrolla un MCU. Dato: $R = 36 \text{ cm}$

A. π^2 B. $\pi^2/36$ C. $\pi^2/10$ D. $\pi^2/100$ E. $\pi^2/3\,600$ **SOLUCIÓN:**

La rapidez angular:

$$\omega = \theta/t$$

$$\omega = \frac{60^\circ \left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \right)}{2 \text{ s}}$$

$$\omega = \pi/6 \text{ rad/s}$$

La aceleración centrípeta:

$$a_c = \omega^2 R$$

$$a_c = \left(\frac{\pi}{6} \right)^2 \left(\frac{36}{100} \right)$$

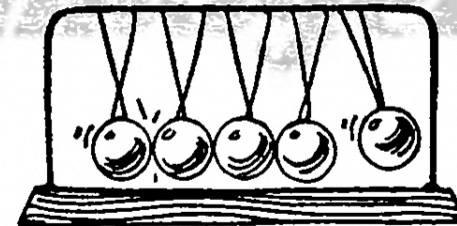
$$a_c = \frac{\pi^2}{36} \left(\frac{36}{100} \right)$$

$$a_c = \frac{\pi^2}{100} \text{ m/s}^2$$

RESPUESTA: D

TEMA 4: LEYES DE NEWTON:

En capítulos anteriores se describió el movimiento de partículas a partir de las definiciones de desplazamiento, velocidad y aceleración. En el siguiente capítulo nos ocuparemos de estudiar aquellas causas que originan el movimiento y conocer qué leyes físicas aseguran que un cuerpo se mantenga en equilibrio, ya sea en reposo o moviéndose a velocidad constante.



4.1 ESTÁTICA

La estática es una rama de la mecánica, cuyo objetivo es el estudio de las condiciones que debe cumplir un conjunto de fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema rígido para que éste se encuentre en equilibrio mecánico (Mendoza, 2002, p.209), se muestran algunos ejemplos en la figura 4.1.

Fig. 4.1: Situaciones en equilibrio mecánico.



Nota: Tomado de escolapias solito (<https://acortar.link/u4dQts>)

4.2 EQUILIBRIO MECÁNICO

Un cuerpo o sistema estará en equilibrio mecánico, si y solo si sobre el cuerpo o sistema se cumple simultáneamente el equilibrio de traslación y de rotación.

4.2.1. Equilibrio de traslación

Se dice que un cuerpo se encuentra en equilibrio traslacional, respecto de cierto sistema de referencia, cuando su centro de masa se encuentra en reposo denominado equilibrio estático o se mueve con velocidad constante denominado equilibrio cinético (movimiento rectilíneo uniforme) respecto de él.

En resumen:

$$\vec{F}_R = \vec{0}; \vec{a} = \vec{0}$$

Donde:

$\vec{F}_R$: Fuerza resultante

$\vec{a}$: Aceleración

4.3 LEYES DE NEWTON

4.3.1. PRIMERA LEY DE NEWTON (Ley de la Inercia)

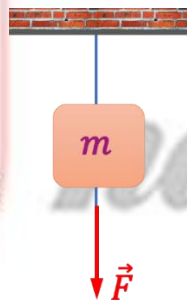
En ausencia de la acción de fuerzas, un cuerpo en reposo continuará en reposo, y uno en movimiento se moverá en línea recta y con velocidad constante (Alvarenga, 2018, p.156), es decir, un cuerpo de masa

constante permanece en estado de reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, a menos que sobre él actué una fuerza externa que modifique su estado.

ANALIZA

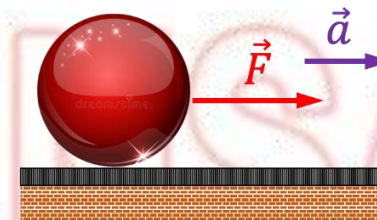
La figura 4.2 muestra un bloque suspendido de una cuerda. ¿Por qué un aumento lento y continuo en la fuerza hacia abajo rompe la cuerda de arriba del pesado bloque, pero un aumento repentino rompe la cuerda de abajo idéntica a la de arriba y atada a la parte inferior del bloque?

Fig. 4.2: Bloque suspendido por una cuerda



proporcional a la magnitud de la fuerza neta aplicada e inversamente proporcional a su masa (Mendoza, 2002, p.273). Además, la aceleración tendrá la misma dirección de la fuerza neta como se muestra en la figura 4.3.

Fig. 4.3: Segunda ley de Newton



Se observa una esfera que experimenta una fuerza.

Escalarmente tenemos:

$$a = \frac{\sum F}{m}$$

4.3.2 SEGUNDA LEY DE NEWTON (Principio Fundamental de la Mecánica)

Si sobre un cuerpo actúan un conjunto de fuerzas obteniéndose una fuerza neta, ésta ocasiona una aceleración directamente

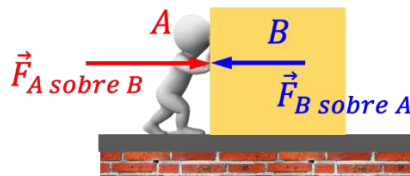
Donde:*a*: Módulo de la aceleración (m/s^2) $\sum \mathbf{F}$: Módulo de la fuerza resultante (N)*m*: Masa (kg)

$$|\vec{F}_{AB}| = |-\vec{F}_{BA}|$$

Donde: $\vec{F}_{AB}$: Fuerza del hombre sobre la caja (N) $-\vec{F}_{BA}$: Fuerza de la caja sobre el hombre, (el signo negativo indica que estas fuerzas son de direcciones contrarias) (N)**4.3.3 TERCERA LEY DE NEWTON (Principio de Acción y Reacción)**

En sus estudios Newton se dio cuenta de que las fuerzas siempre aparecen como el resultado de la interacción entre dos cuerpos, es decir, la acción de una fuerza sobre un cuerpo no se puede manifestar sin que haya otro cuerpo que la provoque (Alvarenga, 2018, p.160). Siempre que un cuerpo ejerce sobre otro una fuerza, que llamaremos acción, el segundo actúa sobre el primero con otra fuerza de igual magnitud, pero de dirección contraria, que llamaremos reacción tal como se muestra en la figura 4.4.

Fig. 4.4: Tercera ley de Newton



Notamos que las fuerzas no aparecen solas, sino en pares (acción y reacción) cuando dos cuerpos interactúan; por esto se considera que la fuerza es la medida de la acción de un cuerpo sobre otro.

4.4 FUERZAS BÁSICAS EN LA MECÁNICA**4.4.1 FUERZA ($\vec{F}$)**

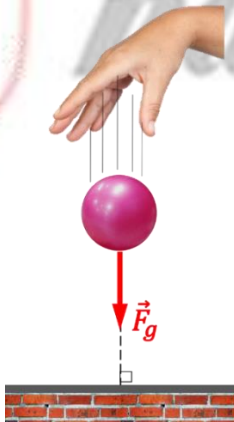
Magnitud física vectorial que viene a ser el resultado de la interacción de dos cuerpos, ya sea por contacto o a distancia (Timoteo, 2011, p.152). Por lo general, asociamos la idea de fuerza con los efectos de jalar, empujar, comprimir, tensar, atraer, repeler, etc. **Su unidad de medida en el sistema internacional es el newton (N).**

4.4.2 FUERZA GRAVITACIONAL ($\vec{F}_g$)

Todos los objetos son atraídos hacia el centro de la Tierra. La fuerza de atracción que ejerce la Tierra sobre un objeto se conoce como fuerza gravitacional ($\vec{F}_g$). Esta fuerza se dirige hacia el centro de la tierra (Ignorando que la distribución de masa de la Tierra no es perfectamente esférica) y su magnitud se llama peso del objeto (Serway, 2019 p.119).

La fuerza gravitacional ($\vec{F}_g$) se gráfica a partir del centro de gravedad (C.G.) del cuerpo como se muestra en la figura 4.5. Su ubicación depende de la distribución de la masa en la extensión del cuerpo.

Fig. 4.5: Tercera ley de Newton



Por lo tanto, la magnitud de la fuerza gravitacional ($\vec{F}_g$) es igual a:

$$F_g = mg$$

Donde:

F_g : Módulo de la fuerza gravitacional (N)

m : Masa (kg)

g : Módulo de la aceleración de la gravedad. (Se representa, apuntando al centro de la tierra) (m/s^2)

OBSERVACIÓN:

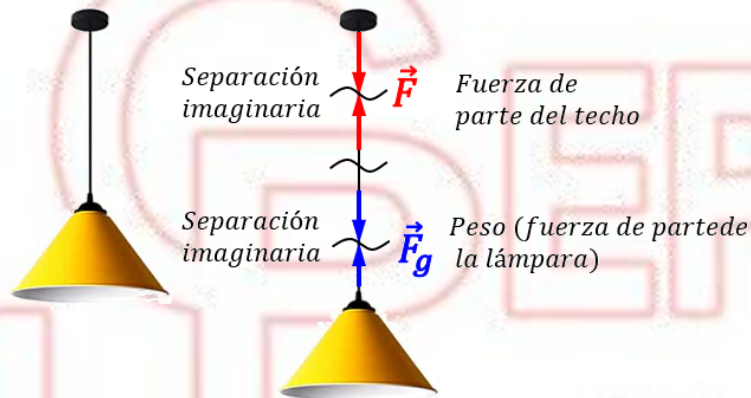
- Ya que el peso depende de g , este varía con la ubicación geográfica. Dado que g , disminuye a medida que crece la distancia al centro de la Tierra, los objetos pesan menos a mayores altitudes que a nivel del mar.

4.4.3 FUERZA DE TENSIÓN ($\vec{T}$)

Se le llama también de tracción, es aquella fuerza generada internamente en un cuerpo (cable, sogas, barra) cuando tratamos de estirarlo (Pérez, 2012, p. 179). Observe la figura 4.6, comúnmente se

cree que estas fuerzas se anulan o equilibran entre sí; sin embargo, al hacer un corte imaginario en el elemento afectado, notaremos que ellas responden a la tercera Ley de Newton, y por ello no se anulan.

Fig. 4.6: Corte imaginario en una cuerda.



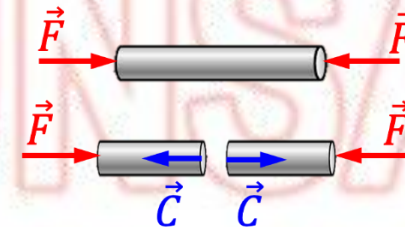
OBSERVACIONES:

- Las fuerzas de tensión ($\vec{T}$) solo pueden jalar a un cuerpo, no puede empujar, así que siempre se dibuja “saliendo” del cuerpo.
- Las fuerzas de tensión ($\vec{T}$) no son fuerzas de acción y reacción, puesto que la fuerza solo se transmite a lo largo de la cuerda y no de un cuerpo a otro.

4.4.4 FUERZA DE COMPRESIÓN ($\vec{C}$)

Esta fuerza se presenta en el interior de barras, columnas, puntales, etc. Oponiéndose a los efectos de determinadas fuerzas externas que, actuando en sus extremos, como se muestra en la figura 4.7, pretenden disminuir en sus dimensiones comprimiéndolo o aplastándolo.

Fig. 4.7: Fuerza de compresión.



$$|\vec{F}| = |\vec{C}|$$

4.4.5 FUERZA ELÁSTICA ($\vec{F}_e$)

Es aquella fuerza interna que surge en los cuerpos elásticos y se manifiesta como una resistencia (oposición) a que estos sean deformados (Timoteo, 2011, p.152).

Un caso particular de un cuerpo elástico es un resorte, al cual se le puede comprimir o estirar como se muestra en la figura 4.8.

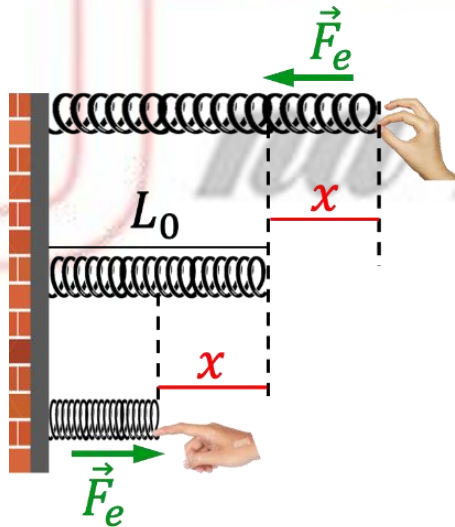
LEY DE HOOKE:

$$F_e = kx$$

Podemos analizar que a medida que aumentamos la fuerza deformadora mayor será la deformación del resorte y por consiguiente también será mayor el módulo de la fuerza elástica.

Robert Hooke quien en sus observaciones y análisis estableció que el módulo de la fuerza elástica es directamente proporcional a la deformación.

Fig. 4.8: Cuerpo elástico deformado (Fuerza elástica).



Donde:

F_e : Módulo de la fuerza elástica (N)

k : Constante de elasticidad del resorte (N/m)

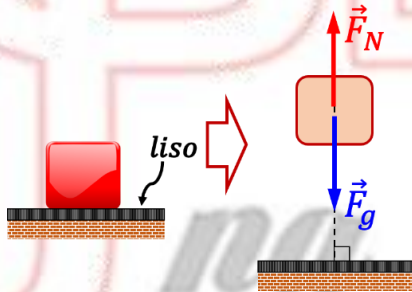
OBSERVACIONES:

- Consideramos un resorte ideal cuando su masa es despreciable.
- Si $k = 100 \text{ N/m}$, entonces significa que por cada 1 m que se le deforme al resorte, este aplica una fuerza elástica ($\vec{F}_e$) de módulo igual a 100 N .
- El dinamómetro es un instrumento que sirve para medir la magnitud de una fuerza. Su funcionamiento se basa en la ley de Hooke y el resorte se estira de manera proporcional a la fuerza que lo deforma, de tal manera que la longitud del alargamiento se convierte en una escala para medir la intensidad de la fuerza.

4.4.6 FUERZA NORMAL ($\vec{F}_N$)

Fuerza de contacto o reacción que se origina cuando dos cuerpos están en contacto, mide el grado de intensidad con el cual un cuerpo presiona a otro (Paucar, 2017, p. 310) y se dibuja en forma perpendicular a las superficies en contacto o a la línea tangente que separa las superficies y además entrando al cuerpo y pasando por el centro de gravedad tal como se muestra en la figura 4.9.

Fig. 4.9: Cuerpos en contacto (Fuerza normal).

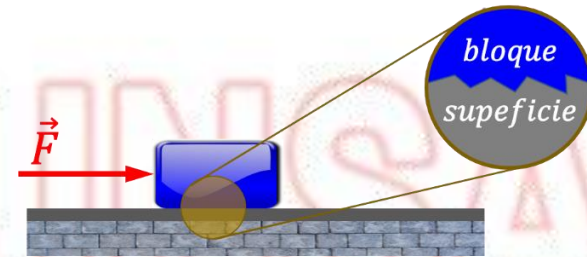


4.4.7 FUERZA DE FRICCIÓN O DE ROZAMIENTO ($\vec{f}$)

Cuando dos superficies rugosas están en contacto aparecen fuerzas tangenciales que se oponen al movimiento relativo de una superficie respecto de las otras como se muestra en la figura 4.10, éstas son denominadas fuerzas de fricción o rozamiento. La fuerza de

rozamiento siempre se opone a la tendencia al movimiento o movimiento de los cuerpos sobre una superficie (Alvarenga, 2018, p.165).

Fig. 4.10: Superficies rugosas en contacto.



En general se considera que hay dos tipos de rozamiento:

4.4.7.1 Fuerza de rozamiento estático ($\vec{f}_s$)

Se presenta entre dos superficies en reposo. Su magnitud varía desde cero hasta un valor máximo, el cuál lo adquiere cuando el cuerpo en contacto está a punto de moverse, pero sin conseguirlo (Ayala, 2012, p.141).

Fig. 4.11: Las superficies en contacto del bloque y el piso tienden a resbalar una sobre la otra, pero no hay deslizamiento.

$$f_s = \mu_s F_N$$



Donde:

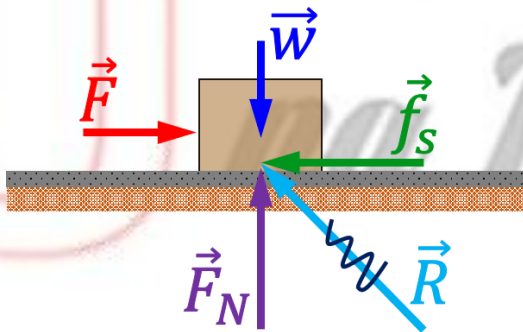
f_s : Módulo de la fuerza de rozamiento estático (N)

μ_s : Coeficiente de rozamiento estático (adimensional)

F_N : Módulo de la fuerza normal (N)

Para realizar el análisis se realiza un D.C.L al bloque, como se muestra en la figura 4.12.

Fig. 4.12: D.C.L. del bloque.



Cuando el cuerpo en contacto está en reposo, el módulo de la fuerza de fricción estática (f_s) es directamente proporcional al módulo fuerza normal (F_N).

OBSERVACIONES:

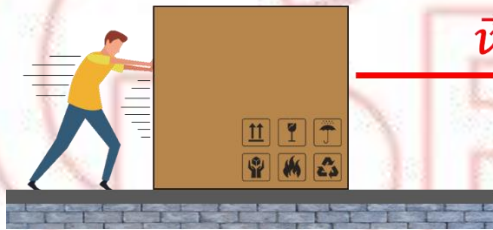
- La fuerza de rozamiento estático máximo ($\vec{f}_{s(max)}$) es aquella fuerza de fricción que surge cuando los cuerpos están a punto de deslizarse (deslizamiento inminente) sobre otra superficie áspera y se hallará con la ecuación anterior.
- La fuerza de rozamiento estático (f_s) puede tomar valores entre cero y $\vec{f}_{s(max)}$.

4.4.7.2 Fuerza de rozamiento cinético ($\vec{f}_k$)

Se presenta entre dos superficies en movimiento relativo.

La $\vec{f}_k$ es aquella fuerza que se produce cuando la fuerza $\vec{F}$ supera el valor de la $\vec{f}_{s(m\grave{a}x)}$ y el bloque inicia el deslizamiento, como se muestra en la figura 4.13, justo es en este instante el valor de la fuerza de rozamiento pasa de $\vec{f}_{s(m\grave{a}x)}$ a $\vec{f}_k$.

Fig. 4.13: Se inicia el desplazamiento del bloque.



$$f_k = \mu_k F_N$$

Donde:

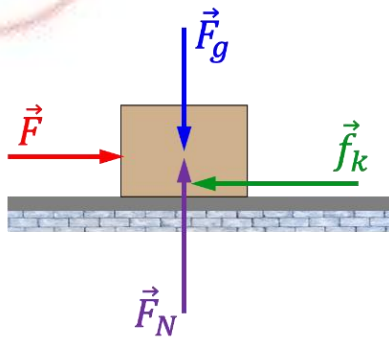
f_k : Módulo de la fuerza de rozamiento cinético (N)

μ_k : Coeficiente de rozamiento cinético (adimensional)

F_N : Módulo de la fuerza normal (N)

Para el análisis se realiza el diagrama de cuerpo libre (D.C.L.) al bloque como se muestra en la figura 4.14.

Fig. 4.14: D.C.L. del bloque.



OBSERVACIONES:

- Al estar dos superficies en contacto se presentan dos valores para el coeficiente de rozamiento (μ), el estático (μ_s) y el cinético (μ_k), y luego al producirse el deslizamiento las rugosidades disminuyen y se liman las asperezas verificándose que: $\mu_s > \mu_k > 0$

4.4.7.3 Fuerza de reacción ($\vec{R}$)

Es la fuerza de interacción entre un cuerpo y una superficie.

- Si al menos una superficie en contacto es rugosa, la reacción resulta de la composición de sus dos componentes: **la fuerza normal y la fuerza de rozamiento**. Donde su módulo se calcula:

$$R = \sqrt{f^2 + F_N^2}$$

- Si al menos una superficie en contacto es lisa, **la reacción está representada por la fuerza normal**. Donde su módulo se calcula:

$$F_N = R_{\text{superficie}}$$

4.5 DIAGRAMA DEL CUERPO LIBRE (D.C.L.)

En la resolución de problemas de este capítulo es importante saber graficar las fuerzas que actúan en un cuerpo o sistema, ya que de ello dependerá el análisis correcto y posterior resolución de la diversidad de problemas.

Al procedimiento mediante el cual se reconocen y representan gráficamente las fuerzas aplicadas a un cuerpo o sistema se denomina **Diagrama del Cuerpo libre (D.C.L)**; consiste en aislar imaginariamente uno o más cuerpos del sistema en estudio, donde se grafican todas las fuerzas externas que actúan sobre la parte aislada (Pérez, 2012, p.180).

Deben considerarse el peso de los cuerpos, fuerzas aplicadas visibles, las reacciones, la fricción, la tensión y compresión.

Se sugiere tomar en cuenta las siguientes recomendaciones al momento de realizar el D.C.L de un cuerpo o sistema:

- El peso ($\vec{F}_g$) se representa mediante un vector dirigido siempre hacia el centro de la tierra.
- La fuerza de tensión ($\vec{T}$) se representa mediante un vector jalando al cuerpo y apuntando al punto de corte imaginario.
- La fuerza de compresión ($\vec{C}$), se representa, saliendo del punto de corte imaginario del cuerpo rígido.

- La fuerza elástica ($\vec{F}_E$) en la dirección del resorte y saliendo del cuerpo si el resorte está estirado; pero, entrando al cuerpo si el resorte está comprimido.
- La fuerza normal ($\vec{F}_N$) en el contacto entre dos superficies sólidas siendo perpendicular a la superficie lisa de contacto entrando al cuerpo.
- La fuerza de fricción ($\vec{f}$) se grafica en forma tangente a la superficie de contacto y dirección opuesta al movimiento del cuerpo (o al posible movimiento).

Ejemplo 1: D.C.L del bloque en un plano inclinado

Fig. 4.15: Bloque sobre un plano inclinado.

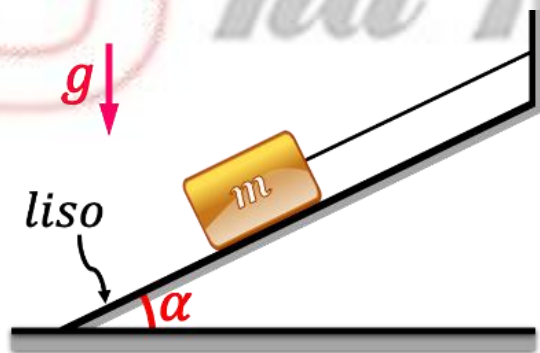
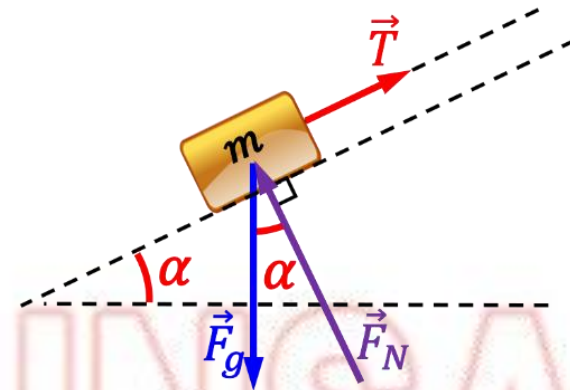


Fig. 4.16: D.C.L. del bloque sobre un plano inclinado.



Ejemplo 2: D.C.L de la esfera

Fig. 4.17: Esfera sobre un plano inclinado.

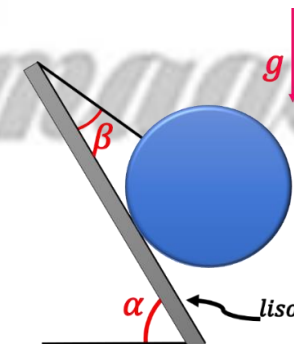
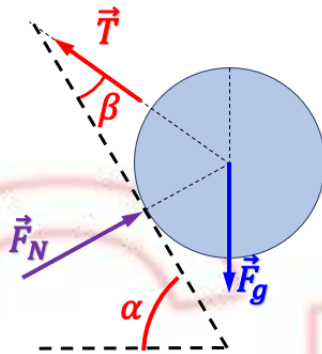


Fig. 4.18: D.C.L. de la esfera sobre un plano inclinado.



4.6 CONDICIONES DEL EQUILIBRIO MECÁNICO

4.6.1. PRIMERA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

Cuando un cuerpo se encuentra en reposo (figura 4.19) o moviéndose con velocidad constante (figura 4.20), es decir, sin aceleración (la suma total de las fuerzas externas que lo afectan es cero) decimos que está en un estado mecánico llamado equilibrio de traslación (Ayala, 2012, p.145). Esta condición es única y suficiente para cuerpos sometidos a la acción de fuerzas concurrentes y coplanares.

Fig. 4.19: Bloque con velocidad cero (reposo).

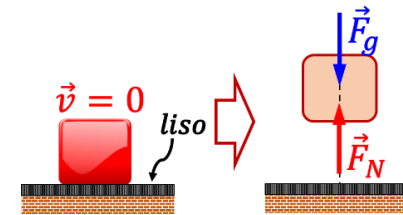
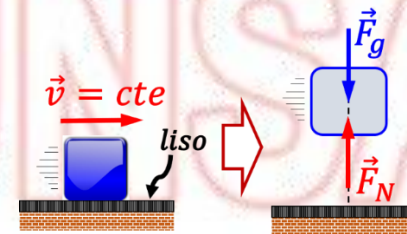


Fig. 4.20: Bloque con velocidad constante (M.R.U.)



- Condición Algebraica:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots \vec{F}_n$$

Entonces:

$$\vec{F}_R = \vec{0}$$

$$\text{En el eje X: } \Sigma F_x = 0; \Sigma F(\rightarrow) = \Sigma F(\leftarrow)$$

$$\text{En el eje Y: } \Sigma F_y = 0; \Sigma F(\uparrow) = \Sigma F(\downarrow)$$

Donde:

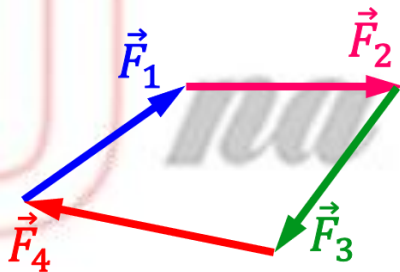
$\Sigma F(\rightarrow)$: Suma de los módulos de las fuerzas hacia la derecha

$\Sigma F(\leftarrow)$: Suma de los módulos de las fuerzas hacia la izquierda

- Condición gráfica:

El polígono de fuerzas que se forma debe ser cerrado como se muestra en la figura 4.21.

Fig. 4.21: Polígono de fuerzas cerrado.



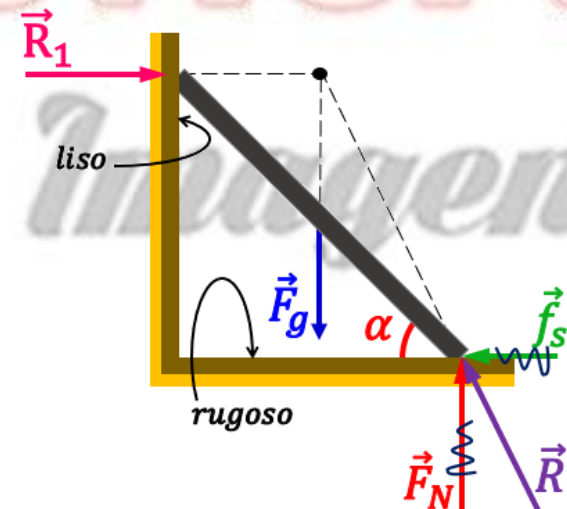
$$\Sigma F = 0$$

CASOS ESPECIALES:

CASO I: Cuando sobre un cuerpo o sistema en equilibrio actúan tres fuerzas, si dos de ellas son paralelas, entonces la tercera fuerza debe ser paralela a las otras dos.

CASO II: Cuando sobre un cuerpo o sistema en equilibrio actúan tres fuerzas no paralelas, se cumplirá que las fuerzas deben ser coplanares y concurrentes (ver figura 4.22). Este caso es importante porque nos permite hallar la dirección de una fuerza sabiendo la dirección de las otras dos fuerzas.

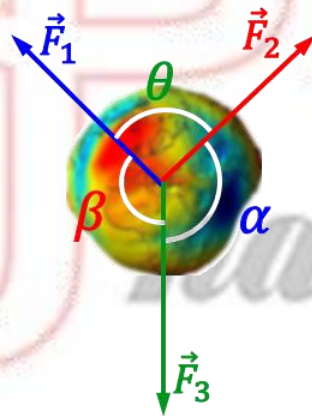
Fig. 4.22: Fuerzas concurrentes.



4.6.2. TEOREMA DE LAMY

Si un cuerpo está sometido a tres fuerzas no paralelas y en equilibrio, se cumplirá que ellas serán coplanares y concurrentes, tal que una es la resultante de las otras dos; sus vectores representativos forman un triángulo; además, el módulo de cada una de ellas es directamente proporcional al seno del ángulo de oposición formado por las otras dos (Aucallanchi, 2013, p. 83).

Fig. 4.23: Teorema de Lamy

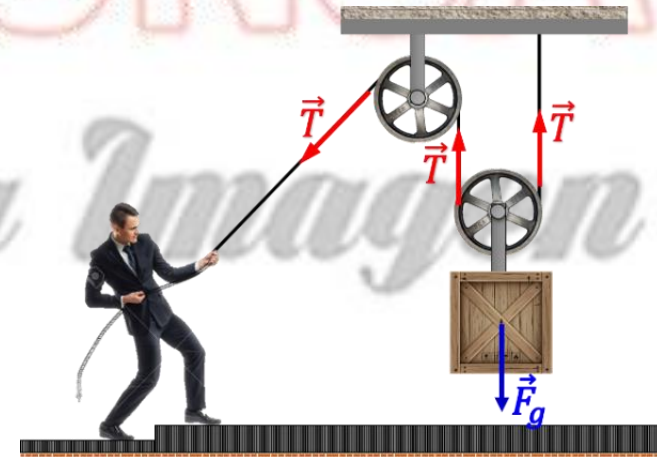


$$\frac{F_1}{\text{sen}\alpha} = \frac{F_2}{\text{sen}\beta} = \frac{F_3}{\text{sen}\theta}$$

4.6.3. LA POLEA

Es una máquina simple, un dispositivo mecánico de tracción, que sirve para transmitir una fuerza. Además, sirve para reducir la magnitud de la fuerza necesaria para mover un peso como se muestra en la figura 4.24. La polea es el punto de apoyo de una cuerda que moviéndose se arroja sobre ella sin dar una vuelta completa. **En conclusión, podemos decir que una polea es una máquina simple cuya finalidad es cambiar la dirección de una fuerza.**

Fig. 4.24: Sistema de poleas.

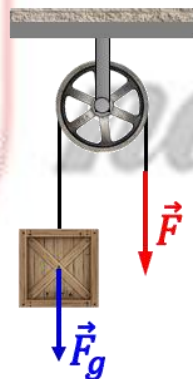


Un sistema de poleas simple nos puede servir para levantar un peso mayor. La tensión de la cuerda jala cualquier lado de la polea inferior;

por tanto, la tensión ($\vec{T}$) es únicamente la mitad de la magnitud del peso mayor soportado ($\vec{F}_g$).

Polea Fija: En este caso tenemos una sola polea fija sobre la que se enrolla la cuerda (o cadena) de la que suspende por un lado la carga, que ejerce una fuerza de resistencia ($\vec{F}_g$), y del otro lado por donde aplicamos la fuerza ($\vec{F}$) para elevar la carga (ver la figura 4.25). Una polea fija está en equilibrio cuando la fuerza aplicada ($\vec{F}$) es igual a la resistencia ($\vec{F}_g$) que presenta la carga

Fig. 4.25: Polea fija.

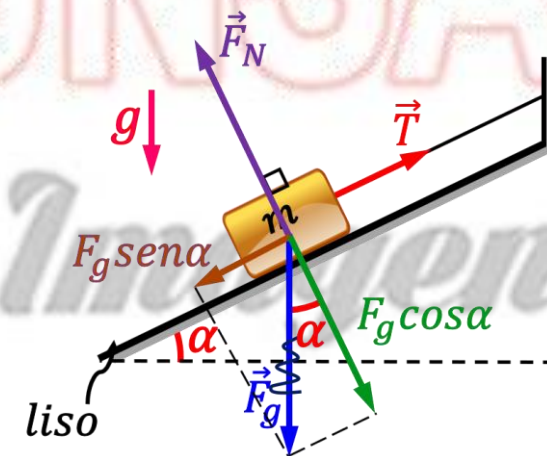


$$F = F_g$$

4.6.4. PLANO INCLINADO

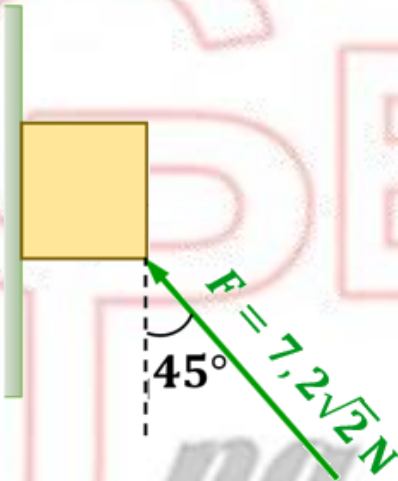
Es todo plano que forma con la horizontal un ángulo menor a los 90° . Mediante el plano inclinado se elevan a la altura deseada cargas u objetos que no podrían levantarse directamente sin emplear fuerzas muy superiores. Lo que sucede es que la fuerza del peso se descompone en dos componentes como se muestra en la figura 4.26. De este modo, el esfuerzo necesario para levantar la carga es menor.

Fig. 4.26: Descomposición del peso del bloque.



PROBLEMAS RESUELTOS

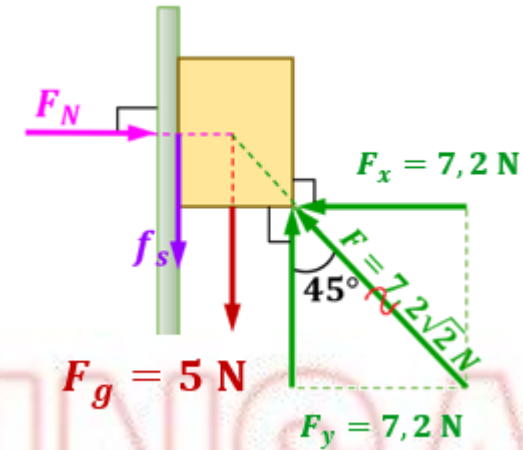
1.- El bloque de 5 N se apoya a una pared vertical mediante una fuerza “F”. Si el sistema se encuentra en equilibrio. Determinar el módulo de la fuerza de rozamiento y de la fuerza normal en la pared (en N).



- A. 2,2 y 7,2
- B. 2,5 y 8,2
- C. 7,2 y 6,3
- D. 7,2 y 8,0
- E. 1,2 y 2,2

SOLUCIÓN:

Realizamos el diagrama de fuerzas del bloque:



Horizontalmente:

$$\sum F \rightarrow = \sum F \leftarrow$$

$$F_N = F_x$$

$$F_N = 7,2 \text{ N}$$

Verticalmente:

$$\sum F \uparrow = \sum F \downarrow$$

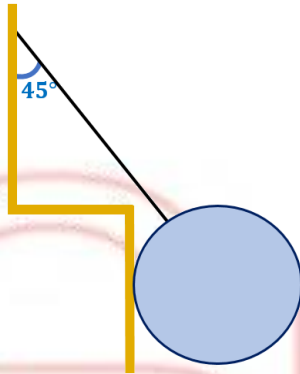
$$F_y = f_s + F_g$$

$$7,2 = f_s + 5$$

$$f_s = 2,2 \text{ N}$$

RESPUESTA: “A”

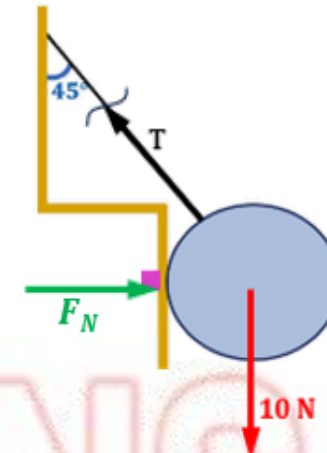
2.- Hallar la magnitud de la tensión en la cuerda, si el módulo del peso de la esfera es 10 N.



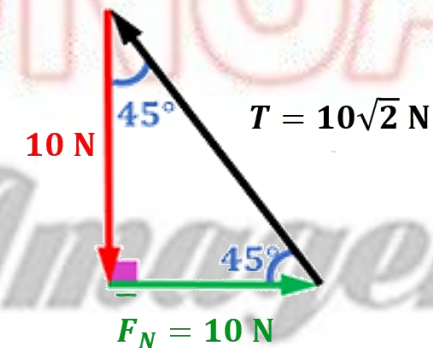
- A. $20\sqrt{2}$ N
- B. $10\sqrt{2}$ N
- C. 25 N
- D. $5\sqrt{2}$ N
- E. $\sqrt{2}$ N

SOLUCIÓN:

Realizamos el diagrama de fuerzas de la esfera:



Construimos un triángulo de fuerzas:



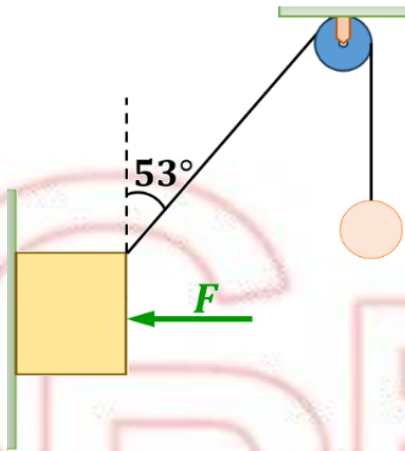
Por consiguiente:

$$T = 10\sqrt{2} \text{ N}$$

RESPUESTA: "B"

3.- Un bloque conectado a través de una cuerda a una esfera de masa 15 kg, soporta una fuerza de rozamiento de $-10\hat{j}$ N con la

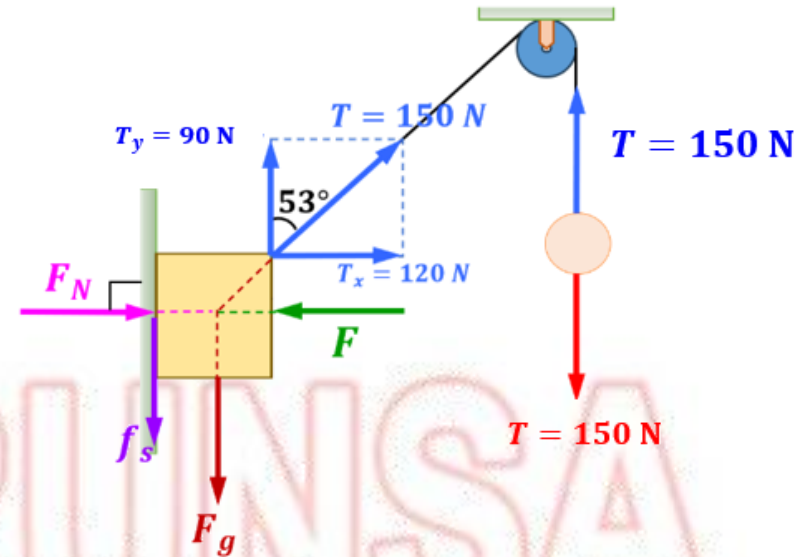
superficie vertical. Si el sistema se encuentra en equilibrio, halle el módulo del peso del bloque. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A. 60 N
- B. 50 N
- C. 80 N
- D. 100 N
- E. 25 N

SOLUCIÓN:

Realizamos el D.C.L. del sistema:



Aplicando la primera condición de equilibrio:

Verticalmente:

$$\sum F \uparrow = \sum F \downarrow$$

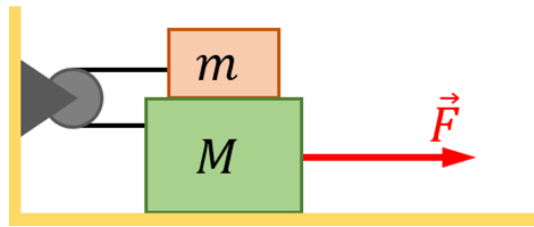
$$90 = f_s + F_g$$

$$90 = 10 + F_g$$

$$F_g = 80 \text{ N}$$

RESPUESTA: "C"

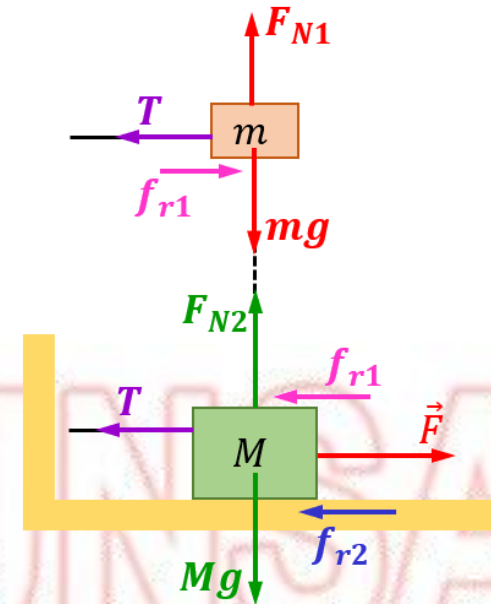
4.- El sistema mostrado en la figura está en reposo. Determine la expresión matemática para la fuerza "F" máxima a la cual se cumple esta condición, sabiendo que entre todas las superficies se tiene el mismo coeficiente de fricción estática μ_s .



- A. $\mu_s(M - m)g$
- B. $\mu_s(M + m)g$
- C. $\mu_s(M + 2m)g$
- D. $\mu_s(M + 3m)g$
- E. $\mu_s Mg$

SOLUCIÓN:

Realizamos D.C.L. para cada uno de los bloques:



Para el bloque de masa “m”, aplicando equilibrio:

$$T - f_{r1} = 0$$

$$T = f_{r1}$$

$$T = \mu_s \cdot F_{N1} = \mu_s mg$$

Para el bloque de masa “M”:

$$F - T - f_{r1} - f_{r2} = 0$$

$$F = T + f_{r1} + f_{r2}$$

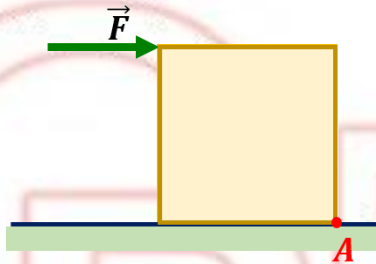
$$F = \mu_s mg + \mu_s mg + \mu_s(m + M)g$$

$$F = 3\mu_s mg + \mu_s Mg$$

$$F = \mu_s(3m + M)g$$

RESPUESTA: “D”

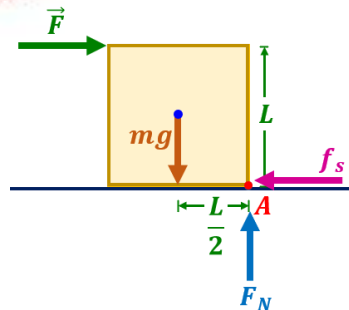
5.- La figura muestra una caja cubica de lado “ L ” colocada sobre una superficie rugosa. Cuando se aplica una fuerza horizontal “ F ”, el cubo está a punto de deslizarse por la superficie y a la vez está a punto de volcarse alrededor del punto “A”. ¿Cuál es el valor del coeficiente de fricción estático entre la caja y la superficie?



- A. 0,40
- B. 0,25
- C. 0,75
- D. 0,65
- E. 0,50

SOLUCIÓN:

Realizamos una gráfica del enunciado, verificando los datos:



Aplicando momentos en el punto “A”:

$$F(L) = mg\left(\frac{L}{2}\right)$$

$$F = \frac{mg}{2}$$

Cuando está a punto de deslizarse en el eje “X”, aplicamos equilibrio:

$$F = f_s$$

$$F = \mu_s \cdot F_N$$

$$F = \mu_s \cdot mg$$

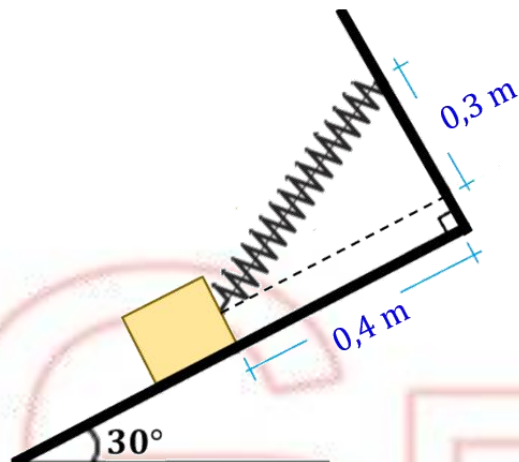
Reemplazamos el valor de “F”:

$$\mu_s \cdot mg = \frac{mg}{2}$$

$$\mu_s = \frac{1}{2} = 0,5$$

RESPUESTA: “E”

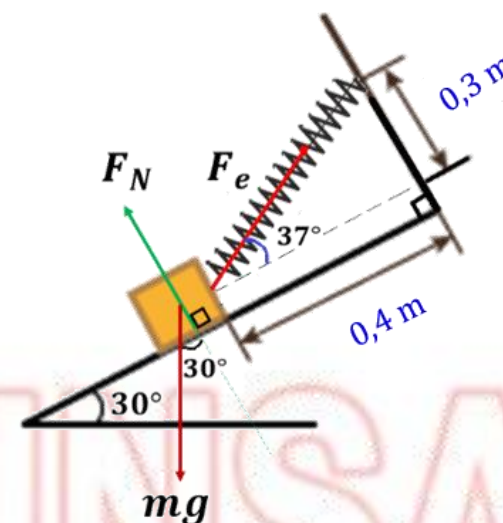
6.- El bloque tiene una masa de 8 kg y descansa sobre un plano inclinado liso. Determine la longitud natural del resorte cuya constante elástica es de 250 N/m. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A. 0,3 m
- B. 0,2 m
- C. 0,1 m
- D. 0,4 m
- E. 0,5 m

SOLUCIÓN:

Realizamos el DCL del sistema



Sumatoria de fuerzas en el eje de la rampa.

$$\sum F_x = 0$$

$$(8)(10)\text{sen}(30^\circ) - F_e \cos(37^\circ) = 0$$

$$F_e = \frac{(8)(10)\text{sen}(30^\circ)}{\cos(37^\circ)}$$

$$F_e = 50 \text{ N}$$

$$(250)x = 50$$

$$x = 0,2 \text{ m}$$

Se sabe que la deformación es:

$$x = L_f - L_o$$

$$0,2 \text{ m} = 0,5 \text{ m} - l_o$$

De donde:

$$l_o = 0,3 \text{ m}$$

RESPUESTA: "A"

PRIMERA LEY DE NEWTON:

4.7 DINÁMICA

Dinámica es parte de la mecánica que estudia las causas que modifican el movimiento mecánico y establece la relación de causalidad; es decir, estudia el nexo entre el movimiento de los cuerpos y sus causas basadas en la primera y segunda ley de Newton.

4.7.1 CONCEPTOS PREVIOS

A. FUERZA

Toda vez que dos cuerpos interactúan entre sí surge entre ellos una magnitud, que además de valor tiene dirección, sentido y punto de aplicación, llamada fuerza. Es esta la magnitud que hace que los cuerpos estén en equilibrio, que cambien la dirección de su movimiento, que se deformen. (Pérez, 2023, p.289).

B. INERCIA

Propiedad de los objetos materiales que se manifiesta como la tendencia a conservar el estado de reposo o el estado de movimiento rectilíneo uniforme. Todos los cuerpos materiales se resisten a cambiar su estado de reposo o su estado de movimiento.

Recordando el principio de inercia:

- Todos los cuerpos en reposo, tienden a seguir en reposo, mientras no haya una fuerza resultante mayor, que afecte y modifique este estado.
- Todos los cuerpos en movimiento tienden a seguir en movimiento, mientras no haya una fuerza que modifique dicho estado.

La inercia que posee un cuerpo puede ser comparada con la de otro por medio de su MASA, es decir que mientras más masivo sea el cuerpo, mayor será su inercia.

C. MASA INERCIAL

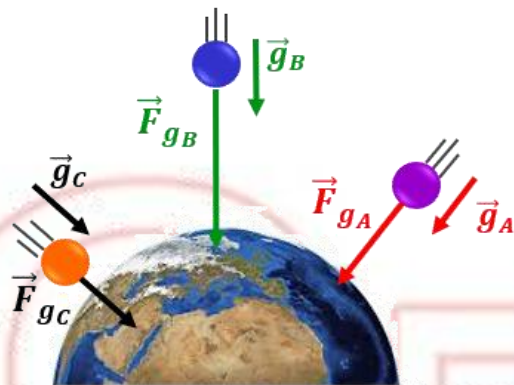
Una fuerza no equilibrada ($\vec{F}$) aplicada sobre una masa, hará que éste acelere con ($\vec{a}$). La masa inercial se define como:

$$m_i = \frac{\text{Fuerza}}{\text{aceleración}} = cte$$

D. MASA GRAVITACIONAL

Para suspender una masa es necesario ejercer una fuerza equivalente a la fuerza gravitatoria ($\vec{F}_g$), esta fuerza depende de la aceleración de la gravedad ($\vec{g}$) del lugar. La masa gravitacional se define como:

Fig.4.27: El peso como una fuerza gravitacional



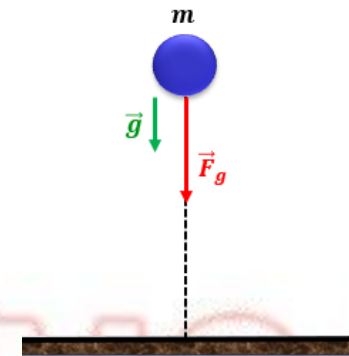
$$m_g = \frac{\vec{F}_{gA}}{\vec{g}_A} = \frac{\vec{F}_{gB}}{\vec{g}_B} = \frac{\vec{F}_{gC}}{\vec{g}_C} = cte$$

E. PESO

El peso de un objeto es la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre un objeto.

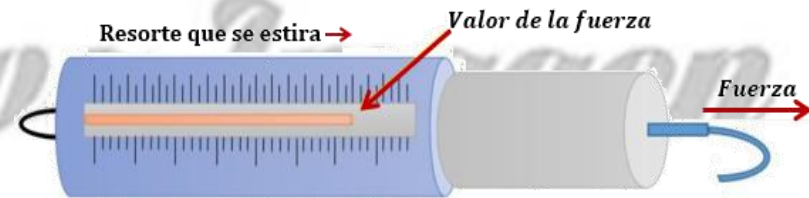
Si un cuerpo de masa " m " se deja caer desde cierta altura sobre la superficie de la tierra, se moverá debido a la acción de su peso. Siendo " F_g " la única fuerza que actúa en él, el cuerpo adquirirá la aceleración de la gravedad " g ". Podemos decir entonces que el peso de un cuerpo es una fuerza que le imprime una aceleración igual a " g ".

Fig. 4.28 Fuerza gravitacional y aceleración de la gravedad



Esta magnitud vectorial se mide con un dinamómetro (balanza de resorte).

Fig. 4.29: Dinamómetro



La unidad del peso según el sistema internacional (S.I.) es el newton (N). El módulo del peso se calcula con la siguiente ecuación:

Donde: F_g : módulo del peso o de la fuerza gravitacional (N) m : Masa (kg)

$$F_g = mg$$

Dado que el peso depende de la gravedad local, un mismo cuerpo puede tener distintos pesos según el lugar en donde se encuentre. Así, por ejemplo, un cuerpo ubicado en los polos de la tierra presenta su peso máximo, y en el Ecuador, su peso mínimo. Asimismo, un cuerpo en la luna pesa la sexta parte de lo que pesa en la tierra, debido a que su gravedad es la sexta parte de la gravedad de la tierra.

F. DIFERENCIAS ENTRE LA MASA Y EL PESO

“La masa no es lo mismo que el peso”

MASA (m)	PESO ($\vec{F}_g$)
- Cantidad de materia que contiene un cuerpo, es una medida de la inercia. - Es una cantidad escalar, se mide en kilogramos (kg)	- Fuerza de atracción terrestre que se ejerce sobre un cuerpo hacia el centro de la Tierra. - Es una cantidad vectorial, se mide en Newton (N)

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> Es independiente del lugar. No varía de un lugar a otro. | <ul style="list-style-type: none"> Es dependiente del lugar. Varía de un lugar a otro. |
|---|--|

4.7.2 SISTEMA DE REFERENCIA

Es aquel lugar del espacio en el cual se situará un observador con la finalidad de analizar un fenómeno físico; como por ejemplo el movimiento mecánico.

En mecánica se utilizará con frecuencia los sistemas de referencia: Inercial y No inercial

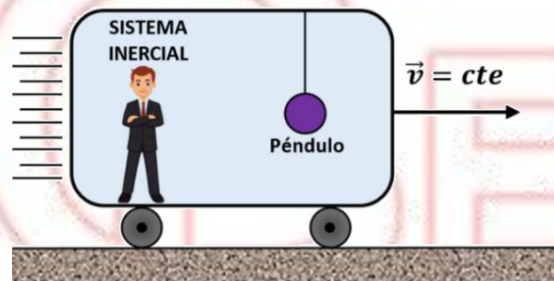
A. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL (S.R.I.)

Un marco (o sistema) de referencia inercial es aquel en el que es válida la primera ley de Newton como muestra la figura 4.30.

Un marco de referencia que se mueve con velocidad constante respecto a las estrellas distantes es la mejor aproximación de un marco inercial. La Tierra no es un marco de referencia inercial debido a su movimiento orbital alrededor del sol y a su movimiento de rotación alrededor de su propio eje. Sin embargo, estas aceleraciones a menudo se pueden despreciar. En la mayoría de los casos se supondrá que la Tierra es un marco inercial.

Todo marco de referencia que se mueva con velocidad constante respecto de otro marco de referencia inercial, será también inercial. En general en todo marco de referencia inercial se cumplen las leyes de Newton.

Fig. 4.30: Sistema inercial

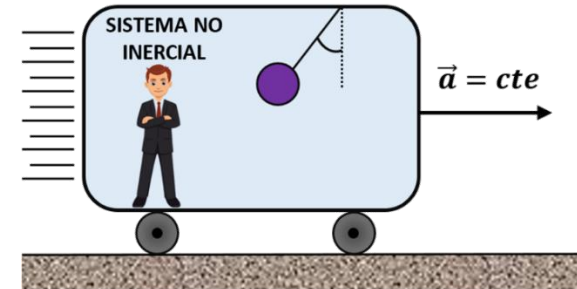


B. SISTEMA DE REFERENCIA NO INERCIAL

Es aquel que se encuentra acelerado con respecto a un observador que está en un marco de referencia inercial.

La figura 4.31 muestra que, en un sistema de referencia no inercial, no se cumplen las leyes de Newton.

Fig. 4.31: Sistema no inercial



4.7.3 UNIDADES DE MASA Y FUERZA

MASA

- La masa es una de las magnitudes fundamentales del sistema internacional (S.I.) su unidad en este sistema es el kilogramo (kg).

FUERZA

- La fuerza se mide en newton (N). Un newton es la fuerza resultante que actuando sobre un cuerpo de un kilogramo le produce aceleración de módulo de $1,0 \text{ m/s}^2$. (Pérez, 2023, p.364).

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2$$

4.7.4 DINÁMICA LINEAL

A. SEGUNDA LEY DE NEWTON

La Segunda Ley de Newton es una de las leyes básicas de la Mecánica, se utiliza en el análisis de los movimientos próximos a la superficie de la tierra y también en el estudio de los cuerpos celestes.

Si sobre un cuerpo actúan varias fuerzas, estas pueden ser reemplazadas por una fuerza resultante ($\vec{F}_R$); esta ley nos dice:

“Toda fuerza resultante desequilibrada que actúe sobre un cuerpo le produce una aceleración que será de la misma dirección y sentido que aquella, y su valor será directamente proporcional con la fuerza, pero inversamente proporcional con su masa” (Pérez, 2023, p.363).

Ecuación vectorial:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}$$

Donde:

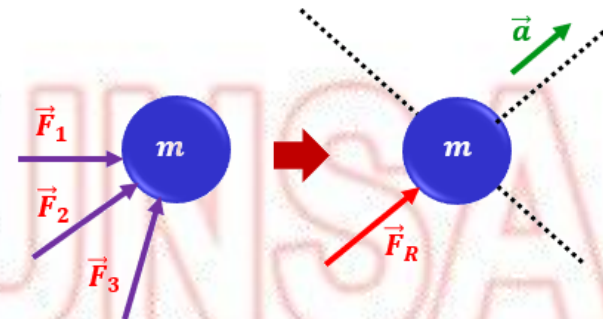
$\vec{F}_R$: vector fuerza resultante (N)

m : Masa (kg)

$\vec{a}$: vector aceleración (m/s²)

En la figura 4.32 se representa la fuerza neta o fuerza resultante en un plano de dos dimensiones, considerando la misma dirección de la aceleración.

Fig. 4.32: Fuerza resultante



Escalarmente tenemos:

$$F_R = ma$$

Donde:

F_R : Módulo de la fuerza resultante (N)

m : Masa (kg)

a : Módulo de la aceleración (m/s²)

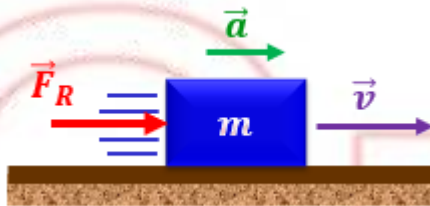
OBSERVACIONES:

De lo anteriormente expuesto es bueno resaltar las siguientes características:

A) La aceleración de un cuerpo tiene la misma dirección y sentido que la fuerza resultante que lo produce.

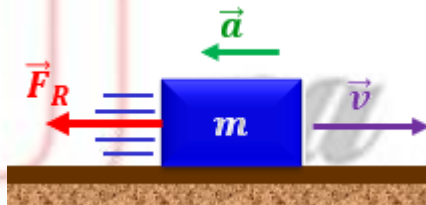
- Si la rapidez aumenta, entonces el movimiento es acelerado

Fig. 4.33: Movimiento acelerado



- Si la rapidez disminuye, entonces el movimiento es desacelerado

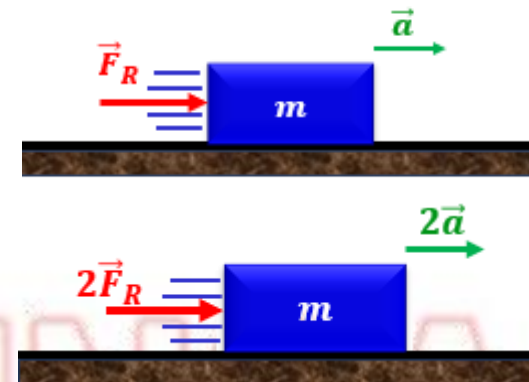
Fig. 4.34: Movimiento desacelerado



B) Si las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo permanecen constantes, entonces la aceleración también será constante

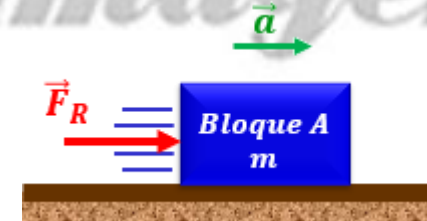
C) La aceleración que se imprime a un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante aplicada. Por lo tanto, si la resultante se duplica, la aceleración también se duplica; si la resultante se reduce a la tercera parte, la aceleración también lo hará.

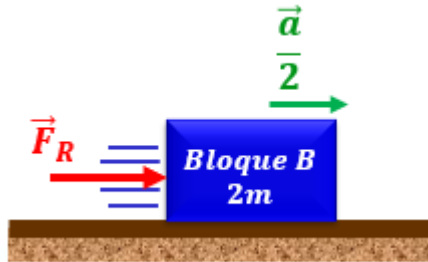
Fig. 4.35: La aceleración directamente proporcional a la fuerza resultante.



D) La aceleración que se imprime a un cuerpo es inversamente proporcional a la masa de dicho cuerpo. Es decir, si aplicamos una misma fuerza a dos bloques A y B, de tal manera que la masa de B sea el doble que la masa de A, entonces la aceleración del bloque B será la mitad de la aceleración del bloque A.

Fig. 4.36: La aceleración inversamente proporcional a la masa.





$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

Se suele usar la forma escalar para poder calcular la fuerza resultante cuando las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son paralelas a la aceleración, como se detalla a continuación.

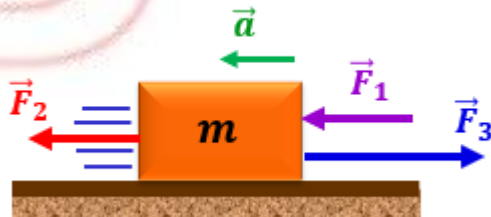
Forma escalar para la segunda Ley de Newton:

$$\sum F_{(a \text{ favor del movimiento})} - \sum F_{(en \text{ contra del movimiento})} = ma$$

E) Cuando un cuerpo se mueve en trayectoria recta, variando su velocidad, la fuerza resultante " $\vec{F}_R$ " siempre es paralela con la velocidad, puede estar en la misma dirección o en dirección contraria.

F) Cuando se tenga situaciones que se presenten un mayor número de fuerzas como muestra la figura 4.37, determinaremos el módulo de la fuerza resultante de la siguiente manera:

Fig. 4.37: Fuerzas actuando sobre un cuerpo acelerado.



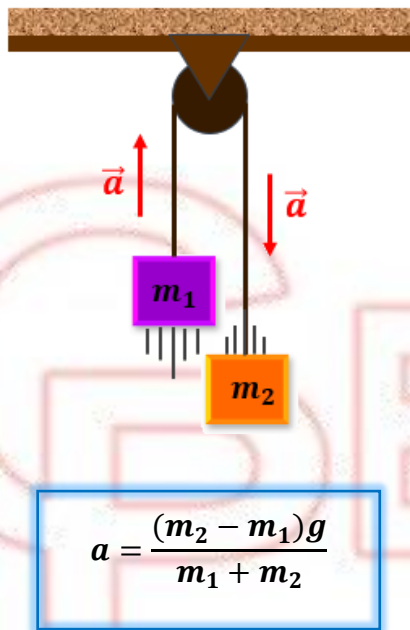
$$\vec{F}_R = \sum \vec{F}$$

4.7.5 CASOS COMPLEMENTARIOS

A. MÁQUINA DE ATWOOD

La máquina de Atwood se usa para hallar la aceleración de un sistema de partículas. La aceleración que adquiere un grupo de bloques entrelazados entre sí por medio de una cuerda que pasa alrededor de una polea fija (Aucallanchi, 2013, p. 110) puede ser determinada directamente por la siguiente ecuación: (ver figura 4.38)

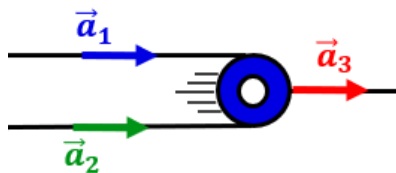
Fig. 4.38: Máquina de Atwood.



B. POLEAS MÓVILES

- Caso cuando las aceleraciones tienen la misma dirección.

Fig. 4.39: Aceleración de una polea móvil

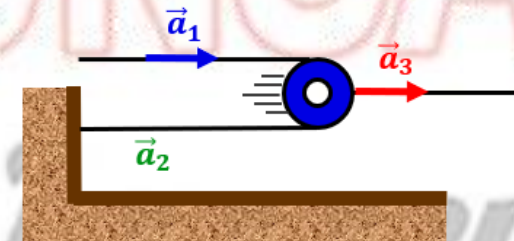


En este caso se cumple la siguiente relación entre los módulos de las aceleraciones:

$$a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

- Poleas móviles, cuando una de las aceleraciones es nula, como en el caso que una cuerda esta fija a una pared.

Fig. 4.40: Polea móvil con una cuerda fija



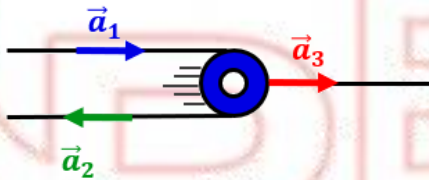
De la figura se observa que $a_2 = 0$, en esta situación la relación entre los módulos de las aceleraciones, es:

$$a_3 = \frac{a_1}{2}$$

$$F_N = \text{Peso}_{\text{aparente}}$$

- Tercer caso de una polea móvil, cuando una de las aceleraciones tiene dirección contraria.

Fig. 4.4: Polea móvil con una cuerda que tiene aceleración con dirección opuesta



En este caso se cumple la siguiente relación entre los módulos de las aceleraciones:

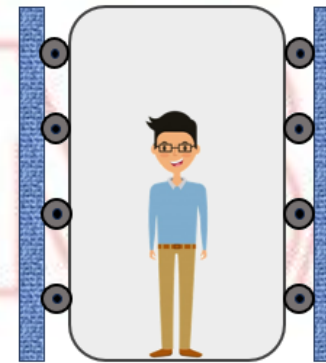
$$a_3 = \frac{a_1 - a_2}{2}$$

C. ASCENSORES

Si una persona se encuentra dentro de un ascensor como se muestra en la figura 4.42, el peso aparente de la persona se determina con el módulo de la fuerza normal. (Ayala, 2012, p.168).

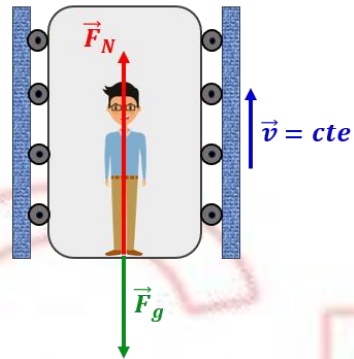
Con respecto a su peso aparente se presentan los siguientes casos:

Fig. 4.42: Persona dentro de un ascensor



Caso 1. Cuando el ascensor sube o baja con velocidad constante, la fuerza resultante sería nula. El peso aparente representado por la fuerza normal con el piso es igual al módulo del peso.

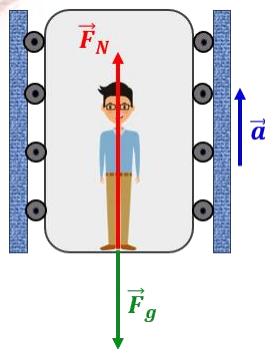
Fig. 4.43: Ascensor sube con aceleración constante



$$\text{Peso}_{\text{aparente}} = F_g$$

Caso 2. Cuando el ascensor sube acelerando a razón de “ a ” el pasajero siente que su peso aumenta porque: $F_R = F_N - F_g$

Fig. 4.44: Persona dentro de un ascensor de subida



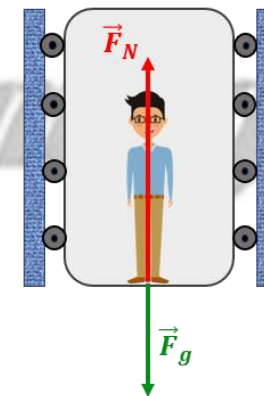
La segunda ley de Newton de forma escalar quedaría de la siguiente manera:

$$F_N - F_g = ma$$

$$\text{Peso}_{\text{aparente}} = m(g + a)$$

Caso 3. Cuando el ascensor baja acelerando a razón de “ a ” el pasajero siente que su peso disminuye porque: $F_R = F_g - F_N$, entonces según la figura 4.45:

Fig. 4.45: Persona dentro de un ascensor de bajada



$$F_N - F_g = ma$$

$$Peso_{aparente} = m(g - a)$$

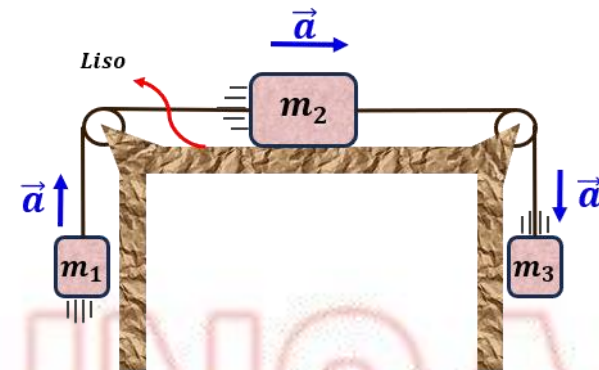
Caso 4. Si el ascensor se suelta en caída libre, entonces baja a razón de $a = g$. Se tiene que $F_R = F_g - F_N$

$$F_N = 0$$

4.7.6 DINÁMICA APLICADA A UN SISTEMA

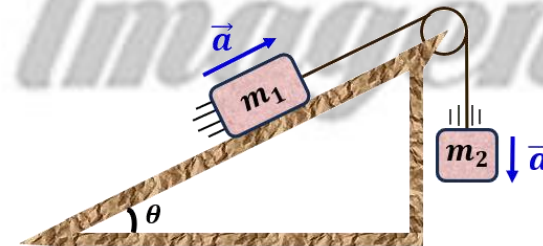
Si se tienen dos o más cuerpos (atados, pegados o unidos por poleas), realizar el análisis como sistema. No se consideran las tensiones en las cuerdas ni las fuerzas de contacto entre los cuerpos. (Pérez, 2012, p.218).

Fig. 4.46: Cuerpos unidos por poleas



$$a = \frac{(m_3 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Fig. 4.47: Cuerpos unidos por poleas y plano inclinado



$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin \theta)g}{m_1 + m_2}$$

4.7.7 SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

SOBRE DINÁMICA LINEAL

Si un objeto o sistema realiza movimiento acelerado, necesariamente sobre él tendrá una fuerza resultante “ $\vec{F}_R$ ”; entonces nuestro trabajo será hallar dicha $\vec{F}_R$ y esto se conseguirá realizando un diagrama de fuerzas, para lo cual debe:

- Aislar imaginariamente el cuerpo o sistema de cuerpos que desee analizar.
- Graficamos las fuerzas sobre el cuerpo o sistema; sin incluir, las fuerzas que el cuerpo ejerce sobre sus alrededores.
- En la dirección del movimiento acelerado o desacelerado estará la $\vec{F}_R$ para ello; si es necesario habrá que descomponer algunas fuerzas en la dirección del movimiento.
- En un movimiento rectilíneo las fuerzas o componentes de las fuerzas que son perpendiculares a la velocidad tienen por resultante cero, ya que en esa dirección no hay desplazamiento, en consecuencia:

$$\vec{F}_R \left(\begin{array}{l} \text{de todas las fuerzas} \\ \text{que son } \perp \text{ a la } \vec{v} \end{array} \right) = \vec{0}$$

Se pueden sugerir los siguientes puntos en los problemas con fuerzas verticales y/o horizontales:

- ✓ Si el movimiento del cuerpo es horizontal, aplicar la ecuación escalar ($F_R = m \cdot a$) solo con las fuerzas horizontales. No considerar la fuerza de gravedad (se anula con los demás verticales).
- ✓ Si el movimiento del cuerpo es vertical, aplicar la ecuación escalar ($F_R = m \cdot a$) solo con las fuerzas verticales. Considerar la fuerza de gravedad.
- ✓ La masa para un sistema de bloques se agrupa ejemplos figura 4.48, figura 4.49 y figura 4.50.

Fig. 4.48: Bloques conectados por cuerdas

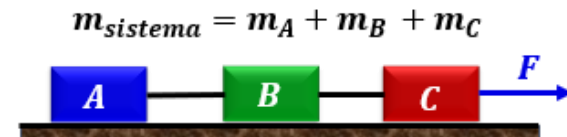


Fig. 4.49: Bloques en contacto

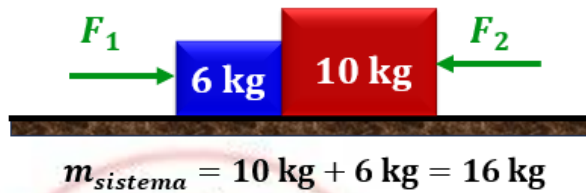
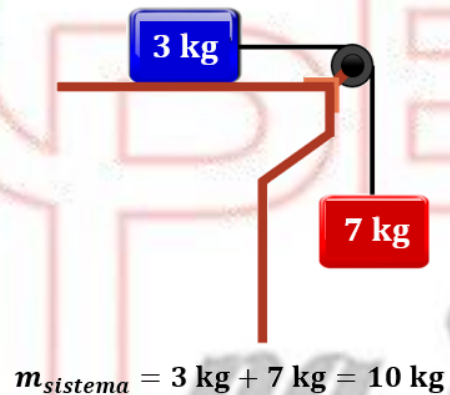


Fig. 4.50: Bloques unidos por una polea



PROBLEMAS RESUELTOS

1. Sobre un bloque de 10 kg se ejerce una fuerza horizontal constante, tal como se observa en la figura. Determine el módulo de la fuerza aplicada al bloque, si el bloque alcanza una rapidez de 24 m/s luego de recorrer 72 m.



- A. 3 N
- B. 24 N
- C. 30 N
- D. 40 N
- E. 80 N

SOLUCIÓN:

Determinamos la aceleración del bloque, aplicando una fórmula de

MRUV:

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad$$

$$24^2 = 0^2 + 2(a)(72)$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

Aplicamos la segunda ley de Newton, para calcular el módulo de la fuerza aplicada al bloque:

$$\Sigma F = ma$$

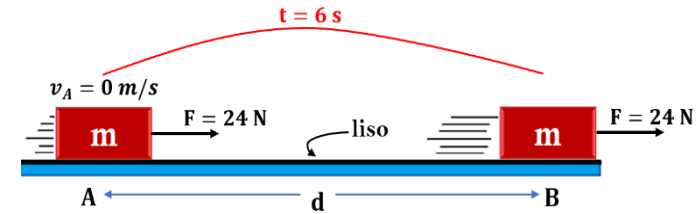
$$F - f_k = (10)(4)$$

$$F - 0 = 40 \text{ N}$$

$$F = 40 \text{ N}$$

RESPUESTA: "D"

2. Un cuerpo de 8 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Si se aplica una fuerza horizontal constante de módulo 24 N. Determine la rapidez (en m/s) que adquiere luego de 6 s.



A. 13

B. 14

C. 15

D. 16

E. 18

SOLUCIÓN:

Hallamos el módulo de aceleración que adquiere el vehículo, aplicando:

$$\Sigma F = ma$$

$$24 = (8) \cdot (a)$$

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

Luego aplicamos M.R.U.V:

Siendo:

$$v_0 = 0 \text{ m/s}; t = 6 \text{ s}; a = 3 \text{ m/s}^2$$

Hallamos la rapidez que adquiere luego de 6 s, aplicando:

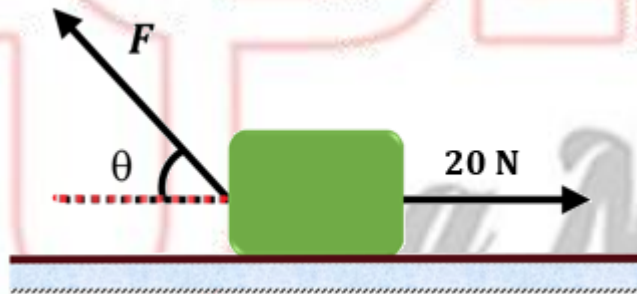
$$v_f = v_0 + at$$

$$v_f = 0 + (3) \cdot (6)$$

$$v_f = 18 \text{ m/s}$$

RESPUESTA: "E"

3. Del gráfico calcular el módulo de la fuerza "F" si el bloque de masa 10 kg se desplaza hacia la izquierda con una aceleración de magnitud $0,3 \text{ m/s}^2$ ($\theta = 60^\circ$).

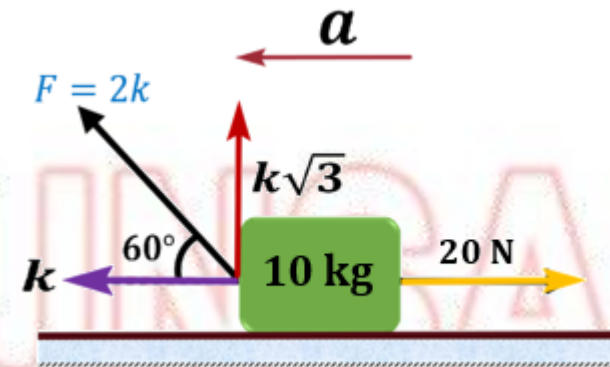


- A. 6 N
- B. 50 N
- C. 49 N
- D. 20 N

E. 46 N

SOLUCIÓN:

Realizamos el diagrama de cuerpo libre de las fuerzas sobre el bloque:



Aplicamos dinámica lineal en el eje horizontal para determinar el valor de k:

$$\sum F = m \cdot a$$

$$k - 20 = 10(0,3)$$

$$k = 3 + 20$$

$$k = 23$$

Entonces:

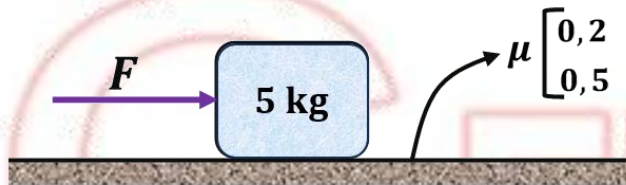
$$F = 2k$$

$$F = 2(23)$$

$$F = 46 \text{ N}$$

RESPUESTA: "E"

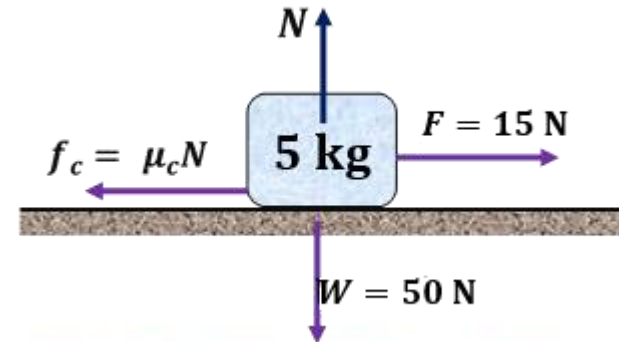
4. El bloque de 5 kg de masa se encuentra en reposo sobre la superficie indicada. Al aplicarle una fuerza horizontal de 15 N, determinar la distancia recorrida (en m) luego de 10 s.



- A. 25
- B. 50
- C. 40
- D. 30
- E. 45

SOLUCIÓN:

Graficamos las fuerzas que actúan en la caja:



Luego de analizar la imagen utilizamos la segunda ley de Newton para calcular la aceleración:

$$F_R = ma$$

$$F - \mu_c N = ma$$

Utilizamos el menor coeficiente de rozamiento y reemplazamos:

$$15 - (0,2)(50) = 5a$$

$$15 - 10 = 5a$$

$$a = 1 \text{ m/s}^2$$

Aplicamos MRUV para calcular la distancia recorrida en 10 segundos:

$$d = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Reemplazamos:

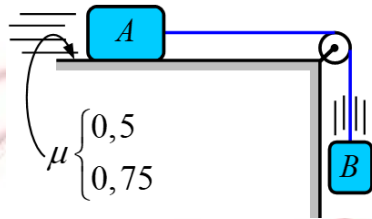
$$d = \frac{(1)(10)^2}{2}$$

$$d = 50 \text{ m}$$

RESPUESTA: "B"

5. En el gráfico mostrado, el bloque "A" se desliza con una aceleración constante de módulo 4 m/s^2 . Determine la masa del bloque "B".

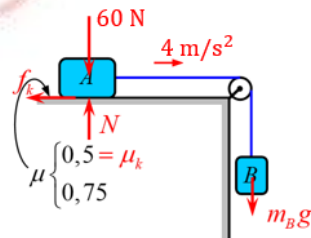
Datos: $m_A = 6 \text{ kg}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$



- A. 9,0 kg
- B. 9,5 kg
- C. 8,0 kg
- D. 8,5 kg
- E. 7,5 kg

SOLUCIÓN:

Hacemos el DCL y el registro de datos:



Observando la figura, concluimos que la aceleración del del bloque "A", es la aceleración del sistema y verifica la 2da ley de Newton:

$$\Sigma F = ma$$

$$m_B g - f_k = (m_A + m_B)a \Rightarrow 10m_B - \mu_k N = (6 + m_B)4$$

Para el bloque "A", verticalmente:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = 60 \text{ N}$$

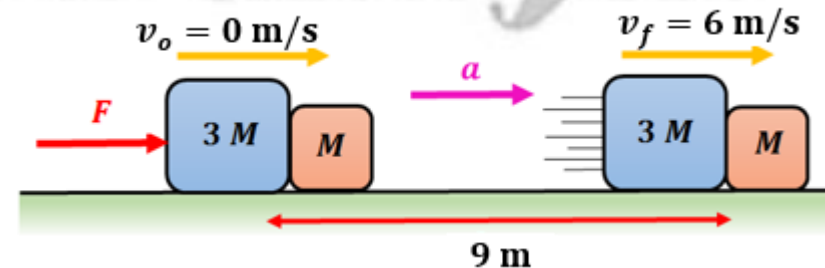
Luego:

$$10m_B - 0,5(60) = (6 + m_B)4 \Rightarrow 10m_B - 30 = 24 + 4m_B$$

$$6m_B = 54 \Rightarrow m_B = 9 \text{ kg}$$

RESPUESTA: "A"

6. Se muestra dos cuerpos, que se mueven debido a una fuerza constante de módulo de 24 N , teniendo uno de ellos el triple de masa del otro. Determine el módulo de la fuerza de reacción entre ellos. No tome en cuenta el rozamiento.



A. 12 N

B. 8 N

- C. 6 N
D. 18 N
E. 16 N

SOLUCIÓN:

Aplicando MRUV, para hallar el módulo de la aceleración:

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad$$

$$6^2 = 0 + 2(a)(9)$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

Siendo la masa del sistema:

$$3M + M = 4M$$

Aplicando la segunda Ley de Newton:

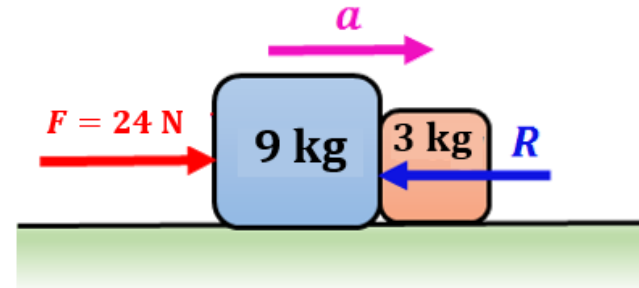
$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$24 = (4M) \cdot (2)$$

$$24 = 8M$$

$$M = 3 \text{ kg}$$

Por tanto, las fuerzas horizontales que se aplican al bloque de 9 kg, serán:



Aplicando la segunda Ley de Newton al bloque de 9 kg:

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$24 - R = (9)(2)$$

$$R = 6 \text{ N}$$

RESPUESTA: "C"

TEMA 5: TRABAJO, ENERGÍA Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

En este capítulo se aborda principalmente la energía mecánica, que es la suma de la energía cinética (asociada al movimiento) y la energía potencial (asociada a la posición relativa). Al resolver problemas mediante un enfoque basado en la energía, permite un desarrollo más sencillo que usar fuerzas y las leyes de Newton. Estos dos enfoques tan distintos se conectan a través del concepto de trabajo.



5.1 TRABAJO

Young y Freedman (2018) señalan que: “El trabajo realizado sobre una partícula por todas las fuerzas que actúan sobre ella es igual al cambio en su energía cinética: una cantidad relacionada con la masa y la rapidez de la partícula.” (p.173)

Fig. 5.32: Representación del trabajo nulo



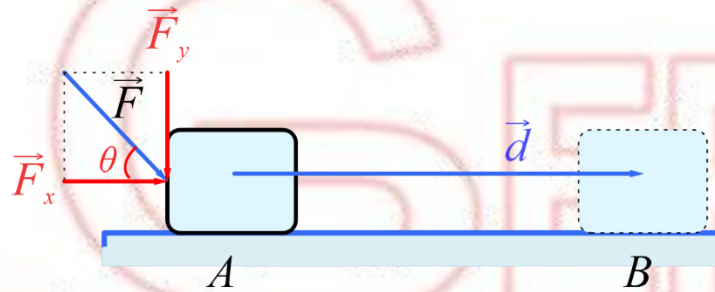
Si la fuerza que se aplica sobre el auto no logra desplazarlo; entonces dicha fuerza no realiza trabajo.

No siempre que se ejerce una fuerza, está realiza trabajo, una clara representación de esta situación se observa en la figura 5.1. Muchas veces asociamos el concepto de trabajo con “cansarse”, pero en Física el trabajo mecánico es realizado siempre que haya movimiento por la aplicación de una fuerza.

5.1.1 TRABAJO EFECTUADO POR EL MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN CON FUERZAS CONSTANTES

El trabajo realizado por una fuerza constante como el producto de la magnitud de la fuerza por la magnitud del desplazamiento.

Fig. 5.33: Trabajo realizado por una fuerza constante.



Es el producto punto o escalar de los vectores fuerza y desplazamiento, como se muestra en la figura 5.2.

$$W_{A \rightarrow B}^F = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$W_{A \rightarrow B}^F = (F_x; F_y)(d_x; d_y)$$

$$W_{A \rightarrow B}^F = F_x d_x + F_y d_y$$

En el caso que la fuerza y el desplazamiento se encuentren en tres dimensiones, se tendría:

$$W_{A \rightarrow B}^F = \vec{F} \cdot \vec{d} = (F_x; F_y; F_z)(d_x; d_y; d_z)$$

$$W_{A \rightarrow B}^F = F_x d_x + F_y d_y + F_z d_z$$

La magnitud de la componente de la fuerza actuante en la misma dirección en que se efectúa el movimiento del bloque está dada por $F_x = F \cos \theta$ y el módulo del desplazamiento $|\vec{d}| = d$, entonces por definición se tiene:

$$W_{A \rightarrow B}^F = Fd \cos \theta$$

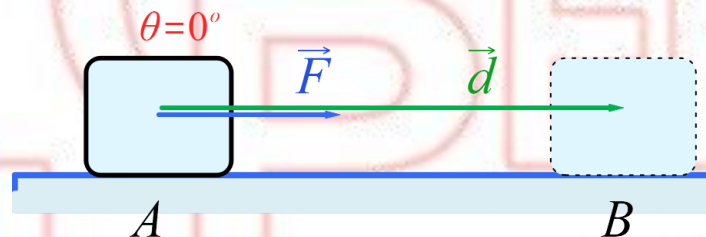
Unidades en el S.I.

F	d	W
newton	metro	joule (J)

A. TRABAJO POSITIVO

Si $\theta = 0^\circ$, la fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección, como se muestra en la figura 5.3.

Fig. 5.34: Fuerza aplicada en la misma dirección que el desplazamiento



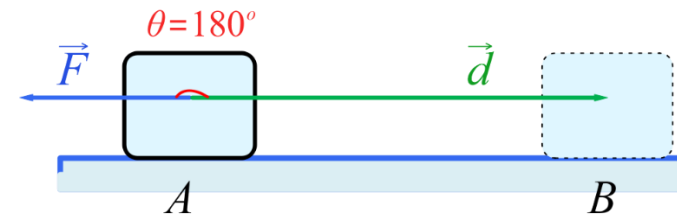
En este caso, concluimos que el trabajo es *positivo*:

$$W_{A \rightarrow B}^F = Fd \cos 0^\circ \Rightarrow W = +Fd$$

B. TRABAJO NEGATIVO

Si $\theta = 180^\circ$, la fuerza y el desplazamiento tienen direcciones opuestas, como se muestra en la figura 5.4.

Fig. 5.35: Fuerza aplicada en la dirección opuesta al desplazamiento



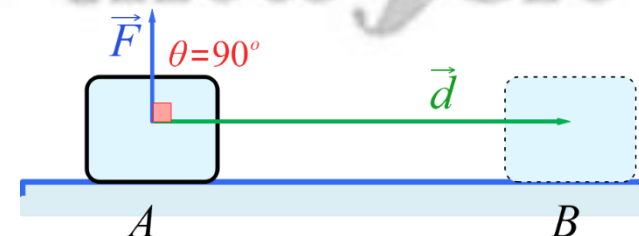
En este caso, concluimos que el trabajo es *negativo*:

$$W_{A \rightarrow B}^F = Fd \cos 180^\circ \Rightarrow W = -Fd$$

C. TRABAJO NULO

Si $\theta = 90^\circ$, la fuerza y el desplazamiento tienen direcciones perpendiculares, como se muestra en la figura 5.5.

Fig. 5.36: Fuerza aplicada en dirección perpendicular al desplazamiento



En este caso, concluimos que el trabajo es *nulo*:

$$W_{A \rightarrow B}^F = Fd \cos 90^\circ \Rightarrow W = 0$$

En el caso de la *fuerza de gravedad* o también conocido como *peso* también es una fuerza constante y vertical, se cumple que, para un determinado movimiento, cuyo desplazamiento vertical tiene por magnitud " h ", se cumple que el trabajo realizado por dicha fuerza viene dado por la siguiente ecuación:

$$W_{Fg} = \pm mgh$$

Habiendo dos posibles situaciones:

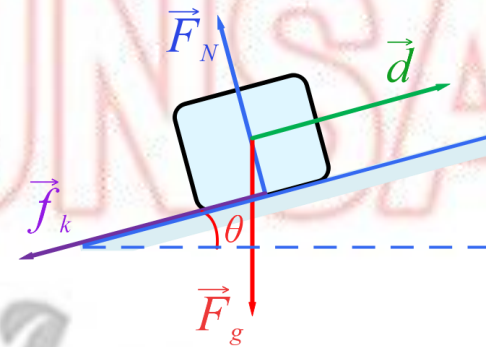
- El trabajo realizado por la *fuerza de la gravedad* será positivo si el cuerpo cae.
- El trabajo realizado por la *fuerza de la gravedad* será negativo si el cuerpo sube.

5.1.2 TRABAJO NETO

Por lo general no hay solamente una fuerza aplicada sobre un cuerpo, por ejemplo, la figura muestra la intervención de tres fuerzas sobre el

auto, mientras sube por la rampa, como se muestra en la figura 5.6. Resulta pues de que, cada una de estas fuerzas realizará trabajo, por lo cual, se define como trabajo neto o trabajo total sobre un cuerpo a la suma algebraica de los trabajos efectuados por cada una de las fuerzas que actúan sobre él, por otro lado, el trabajo neto también es igual al trabajo realizado por la fuerza resultante.

Fig. 5.37: Fuerzas que actúan sobre un cuerpo o móvil



El trabajo neto en la figura mostrada está dado por $W^{NETO} = W^{f_k} + W^{F_g} + W^{F_N}$, en general:

$$W^{NETO} = \sum W = W^1 + W^2 + \dots + W^n$$

También:

$$W^{NETO} = W_{\text{fuerza resultante}}$$

De esta última ecuación, el $W^{NETO} = F_R \cdot d$ y por la segunda ley de Newton se sabe que $F_R = ma$

Luego:

$$W^{NETO} = mad$$

En consecuencia, solo habrá trabajo neto sobre un cuerpo, si sobre éste existe una fuerza resultante que logre desplazarlo. Si un cuerpo se mueve con velocidad constante (MRU), entonces el trabajo neto es cero, puesto que para un MRU la aceleración es cero.

5.2 ENERGÍA

La energía siempre estuvo ligada con las actividades cotidianas del ser humano, por ejemplo, cuando se realiza trabajo para tensar la cuerda

de un arco, el arco doblado adquiere la capacidad de realizar trabajo sobre la flecha. Podemos afirmar que convivimos con diferentes formas de energía, cuya característica es que la suma de todas ellas es siempre una constante.

Hewitt (2016) señala que: “Este *algo* que permite a un objeto realizar trabajo es la *energía*. Estrictamente hablando, lo que permite a un objeto realizar trabajo es su energía disponible pues no toda la energía en un objeto puede transformarse en trabajo.” (p.113)

Al igual que el trabajo, la energía se mide en joules (J).

5.2.1 ENERGÍA MECÁNICA

Hewitt (2016) señala que: “La energía mecánica se centra en la energía debida a la posición de algo y la debida al movimiento de algo. La energía mecánica puede estar en la forma de energía potencial, energía cinética o la suma de las dos.” (p.113)

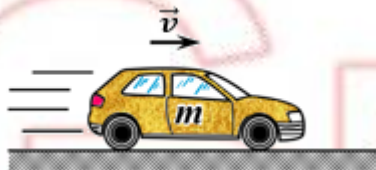
A. ENERGÍA CINÉTICA

Young y Freedman (2018) señalan que:

La energía cinética de una partícula es una cantidad escalar: tan sólo depende de la masa y la rapidez de la partícula, no de la dirección del

movimiento. La energía cinética nunca puede ser negativa y es cero únicamente si la partícula está en reposo. (p.178)

Fig. 5.38: Móvil con energía cinética



$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Unidades en el S.I.:

m	v	E_k
kg	m/s	joule (J)

B. ENERGÍA POTENCIAL

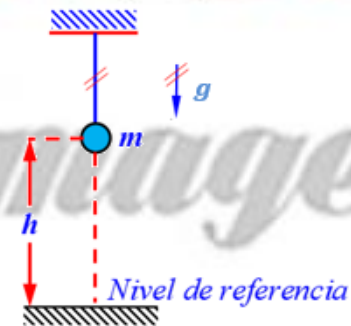
Young y Freedman (2018) señalan que:

La energía potencial es la energía asociada con la posición de un sistema, no con su movimiento. En este enfoque, hay una energía potencial gravitacional que puede transformarse en energía cinética y también la energía potencial elástica que está relacionada a sistemas sencillos como un resorte estirado o comprimido. (p.203)

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

Es la medida escalar asociada a la posición (altura) de un cuerpo respecto de un nivel de referencia, está afectado por el campo gravitatorio de la tierra.

Fig. 5.39: Móvil con energía potencial gravitatoria

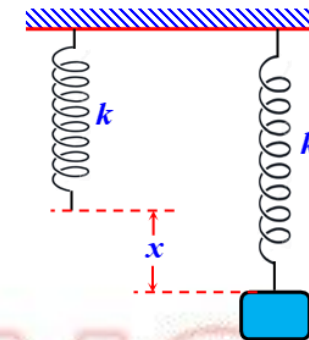


$$E_{PG} = mgh$$

Unidades en el S. I.

m	g	h	E_{PG}
kg	m/s ²	m	joule (J)

Fig. 5.40: Móvil con energía potencial elástica



$$E_{PE} = \frac{1}{2} kx^2$$

Unidades en el S. I.

k	x	E_{PE}
N/m	m	joule (J)

La energía potencial gravitatoria puede ser positiva, negativa o nula; depende de dónde se toma el nivel de referencia.

- Si el cuerpo está por encima del nivel de referencia, entonces es positiva.
- Si el cuerpo está por debajo del nivel de referencia, entonces es negativa.
- Si el cuerpo está en el nivel de referencia, entonces es nula.

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Es la medida escalar de la energía que acumulan los cuerpos elásticos, cuando se les deforma parcialmente ya sea estirándolo o comprimiéndolo longitudinalmente.

La energía potencial elástica, siempre es positiva y se encuentra presente solo cuando está deformado (comprimido o estirado); es decir, si el cuerpo elástico no está deformado, la energía potencial elástica es nula.

Por lo tanto, la energía mecánica queda determinada por la suma de la energía cinética y energía potencial (gravitatoria y/o elástica).

$$E_M = E_k + E_P = E_k + E_{PG} + E_{PE}$$

$$E_M = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}kx^2$$

Luego:

$$W^{NETO} = m \left(\frac{v_f^2 - v_o^2}{2} \right)$$

$$W^{NETO} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$W^{NETO} = E_{kf} - E_{ko}$$

$$W^{NETO} = \Delta E_k$$

5.3 TEOREMA DEL TRABAJO NETO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Recordemos que:

$$W^{NETO} = W_{\text{fuerza resultante}} \Rightarrow W^{NETO} = F_R d$$

Por la segunda Ley de Newton:

$$W^{NETO} = mad$$

En el M.R.U.V. se verifica que:

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad \Rightarrow ad = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2}$$

Por lo tanto, se puede entender que: “El trabajo neto realizado sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética entre dos puntos de la trayectoria.”

Es decir:

- Si el trabajo neto es *positivo*, entonces tiene *movimiento acelerado*.
- Si el trabajo neto es *negativo*, entonces tiene *movimiento desacelerado*.

5.3.1 FUERZAS CONSERVATIVAS

Son aquellas fuerzas que dependen de la posición (altura o deformación). Las fuerzas elásticas, gravitatorias y eléctricas son

ejemplos de fuerzas conservativas. Se denominan así, porque conservan la energía mecánica y dan lugar a la energía potencial; por ello el trabajo del peso y de la fuerza elástica se expresan como variación de la energía potencial:

$$W^{peso} = -\Delta E_{PG} \quad \text{y} \quad W^{Fuerza\ elástica} = -\Delta E_{PE}$$

Donde:

ΔE_{PG} : Variación de energía potencial gravitatoria

ΔE_{PE} : Variación de energía potencial elástica

Las fuerzas conservativas, se caracterizan porque:

- Desarrollan un trabajo que es independiente de la trayectoria.
- En una trayectoria cerrada el trabajo desarrollado por estas fuerzas es cero.

5.3.2 FUERZAS NO CONSERVATIVAS

Son aquellas que producen un cambio en la energía mecánica del cuerpo (no conservan la energía mecánica), en el campo de la energía mecánica las FNC son todas las fuerzas, excepto el peso (Fuerza de gravedad) y la fuerza elástica.

Se caracterizan porque:

- Es disipativa, pues una parte de la energía mecánica se “pierde” (se disipa) en forma de energía calorífica (calor), debido al rozamiento.
- Desarrollan un trabajo que depende de la trayectoria.
- En una trayectoria cerrada el trabajo desarrollado por estas fuerzas es diferente de cero

5.4 PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Por el teorema del trabajo neto y la energía cinética:

$$W^N = E_{kf} - E_{ko}$$

Como la fuerza es neta, pueden intervenir FC y FNC, entonces:

$$W^{FC} + W^{FNC} = E_{kf} - E_{ko}$$

Como pretendemos que la energía mecánica se conserve, hacemos que

$$W_{FNC} = 0, \text{ luego:}$$

$W^{FC} = E_{kf} - E_{ko}$, pero el W^{FC} , se expresa como $-\Delta E_{PG}$, si tomamos como FC la fuerza de gravedad (peso), entonces:

$$-\Delta E_{PG} = E_{k_f} - E_{k_o} \Rightarrow -E_{PG_f} + E_{PG_o} = E_{k_f} - E_{k_o}$$

Recordemos que el teorema del trabajo neto y la energía cinética garantiza que:

$$W^N = E_{k_f} - E_{k_o}$$

$$W^{FC} + W^{FNC} = E_{k_f} - E_{k_o}$$

Ordenando:

$$E_{PG_o} + E_{k_o} = E_{PG_f} + E_{k_f}$$

De donde:

$$E_{M_o} = E_{M_f}$$

Además

$$W^{FC} = -\Delta E_{PG}$$

Luego:

$$-\Delta E_{PG} + W^{FNC} = E_{k_f} - E_{k_o}$$

$$W^{FNC} = E_{k_f} - E_{k_o} + \Delta E_{PG}$$

$$W^{FNC} = E_{k_f} - E_{k_o} + E_{PG_f} - E_{PG_o}$$

Es decir: “Cuando sobre un cuerpo o sistema actúan solamente fuerzas conservativas, su energía mecánica se conserva (permanece constante)”

Ordenando:

$$W^{FNC} = (E_{PG_f} + E_{k_f}) - (E_{PG_o} + E_{k_o})$$

$$W^{FNC} = E_{M_f} - E_{M_o}$$

5.5 TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECÁNICA

La ley de conservación de la energía mecánica establece que la energía mecánica total de un sistema permanece constante, si la única fuerza que realiza trabajo es una fuerza conservativa. Este teorema resuelve la interrogante de: ¿Qué ocurre si $W^{FNC} \neq 0$?

Por tanto:

$$W^{FNC} = \Delta E_M$$

“Cuando un cuerpo o sistema se ve afectado ante fuerzas no conservativas, su energía mecánica no se conserva (varía)”

5.6 POTENCIA

Young y Freedman (2018) señalan que: “La potencia es la rapidez con que se efectúa trabajo; al igual que el trabajo y la energía, la potencia es una cantidad escalar.” (p.173)

Fig. 5.41: Móvil con gran potencia mecánica



5.6.1 POTENCIA MECÁNICA

Cantidad escalar que expresa la medida de la rapidez con la cual se transmite movimiento.

A. POTENCIA MEDIA

La potencia media que desarrolla una fuerza, máquina o sistema físico en general, se determina por el trabajo realizado en un intervalo de tiempo definido.

$$P = \frac{W}{t}$$

Unidades en el S. I.

w	t	P
J	s	J/s = W (watt)

Otras unidades en las que se puede expresar la potencia son:

- Horse Power (HP) $\cong 746$ W
- Kilowatt-hora (kWh) = $3,6 \times 10^6$ J

B. POTENCIA INSTANTÁNEA

Si la potencia es mecánica y la desarrolla una fuerza " F " sobre un cuerpo que se desplaza con una rapidez " v " con la que forma un ángulo " θ ", tiene un valor instantáneo determinado por:

$$P = Fv \cos \theta$$

Donde:

P: Potencia, F: Fuerza y v : Rapidez

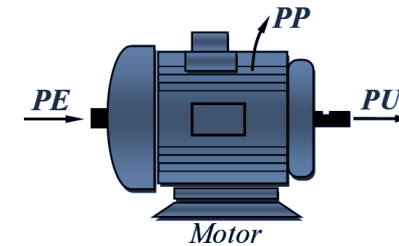
5.7 EFICIENCIA MECÁNICA (η)

Es aquel factor porcentual que nos expresa el grado de utilidad que poseen las máquinas, es el índice o grado de perfección alcanzado por una máquina.

El trabajo útil o la potencia que entrega una máquina nunca es igual a la que se le entrega, estas diferencias se deben a la fricción, enfriamiento, etc. La eficiencia nos expresa la razón entre la potencia útil y la potencia de entrada:

$$\eta = \frac{PU}{PE} \cdot 100\%$$

Fig. 5.42: Eficiencia mecánica de un motor



También se aprecia que:

$$PE = PU + PP$$

Donde:

η : Eficiencia o rendimiento.

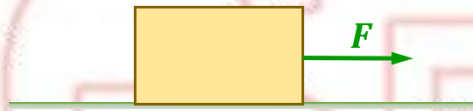
PE: Potencia de entrada.

Se observa que:

- $\eta < 1$ o bien $\eta < 100\%$, pues $PU < PE$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un bloque de 200 g se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal libre de fricción. Al aplicarle una fuerza constante de módulo “ F ”, el bloque llega a desplazarse 5 m alcanzando una rapidez de 6 m/s en 300 ms. Hallar el trabajo realizado por la fuerza.



- A. 20 J
- B. 25 J
- C. 30 J
- D. 35 J
- E. 15 J

SOLUCIÓN

El bloque posee un movimiento acelerado, ya que parte del reposo ($v_0 = 0$ m/s) y alcanza ($v_f = 6$ m/s) en 300 ms.

No olvidar convertir el tiempo al Sistema Internacional:

$$t = 300 \text{ ms}$$

$$t = 0,3 \text{ s}$$

Ahora, hallamos el módulo de la aceleración del bloque:

$$v_f = v_0 \pm at$$

$$6 = 0 + a(0,3)$$

$$6 = 0,3a$$

$$20 \text{ m/s}^2 = a$$

No olvidar convertir la masa al Sistema Internacional:

$$m = 200 \text{ g}$$

$$m = 0,2 \text{ kg}$$

A continuación, hallamos el módulo de la fuerza constante:

$$\sum F = ma$$

$$F = (0,2)20$$

$$F = 4 \text{ N}$$

Finalmente, obtendremos el trabajo realizado por la fuerza constante gracias a:

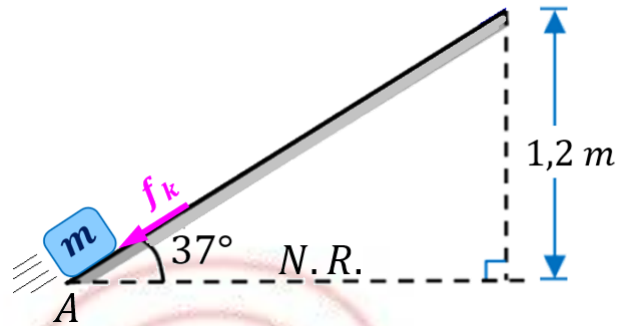
$$W^F = Fd$$

$$W^F = (4)(5)$$

$$W^F = 20 \text{ J}$$

RESPUESTA: “A”

2. El bloque de 5 kg de la figura, es lanzado desde el punto “A” sobre una superficie rugosa, alcanzando una altura de 90 cm respecto del nivel de referencia N.R. Si la fuerza de fricción entre la superficie y el bloque tiene un módulo de 2,5 N. Halle el trabajo efectuado por la fuerza de fricción desde el punto “A” hasta que se detiene.



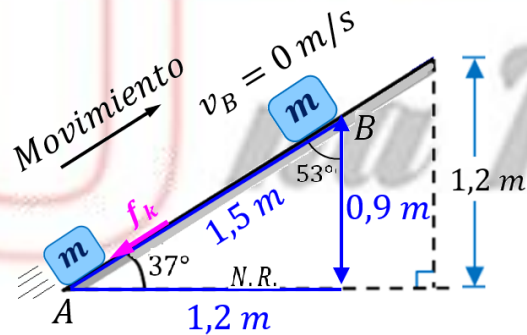
$$W^{f_k} = -(2,5)(1,5)$$

$$W^{f_k} = -3,75 \text{ J}$$

RESPUESTA: "B"

- A. $-1,75 \text{ J}$
- B. $-3,75 \text{ J}$
- C. $1,75 \text{ J}$
- D. $3,75 \text{ J}$
- E. $-4,75 \text{ J}$

SOLUCIÓN



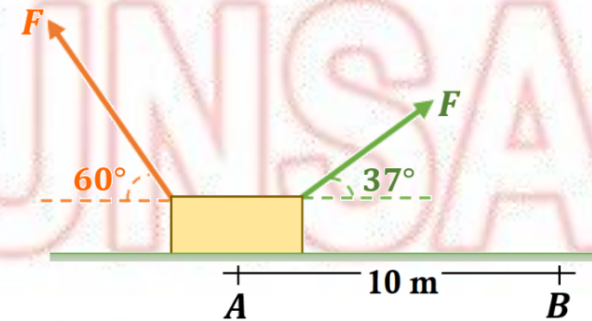
Por triángulos notables, la distancia para la fuerza de fricción es:

$$d_f = 1,5 \text{ m}$$

Hallamos el trabajo de la fuerza de fricción:

$$W^{f_k} = -f_k d$$

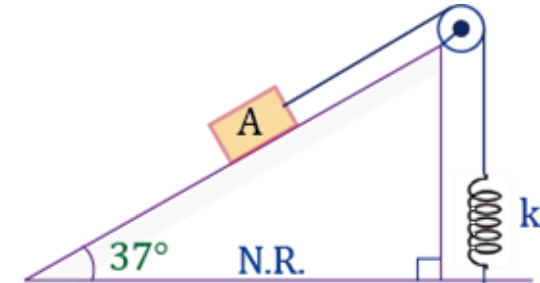
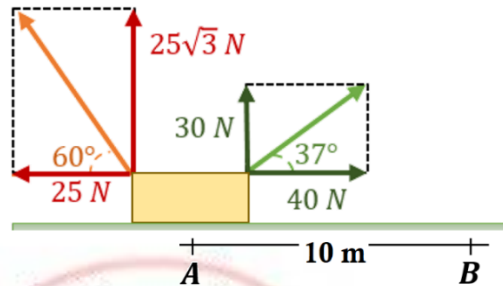
3. Calcular el trabajo neto sobre el bloque, siendo la masa del bloque 10 kg; $F = 50 \text{ N}$. El desplazamiento es de "A" hasta "B".



- A. 80 J
- B. 100 J
- C. 120 J
- D. 150 J
- E. 180 J

SOLUCIÓN

Descomponemos las fuerzas oblicuas:



Calculamos el trabajo neto:

$$W_{neto} = W_{F_1} + W_{F_2}$$

$$W_{neto} = W_{F_1} + (-W_{F_2})$$

$$W_{neto} = (F)(d) - (F)(d)$$

$$W_{neto} = (40)(10) - (25)(10)$$

$$W_{neto} = (400) - (250)$$

$$W_{neto} = 150 \text{ J}$$

RESPUESTA: "D"

4. Cuando el sistema llega al equilibrio la altura del bloque "A" respecto al nivel de referencia N.R., es de 2,4 m, la constante elástica del resorte es de 150 N/m y la masa del bloque es 5 kg. Calcule la energía mecánica total del sistema, desprecie toda rugosidad en las superficies.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A. 120 J

B. 123 J

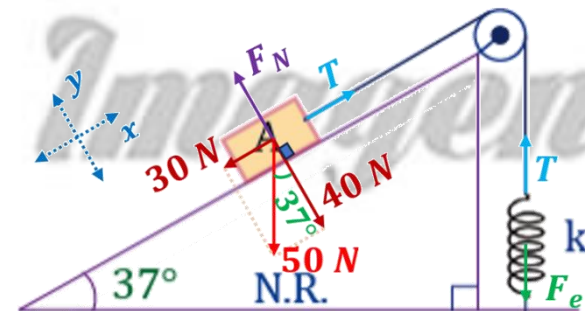
C. 150 J

D. 140 J

E. 132 J

SOLUCIÓN

Realizamos el D.C.L. para el sistema:



Calculamos la tensión de la cuerda:

$$\sum F_x = 0$$

$$T - 30 = 0$$

$$T = 30 \text{ N}$$

Determinamos la deformación del resorte, sabiendo que se cumple:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_e - T = 0$$

$$kx = 30$$

$$(150)x = 30$$

$$x = 0,2 \text{ m}$$

Calculamos la energía mecánica total:

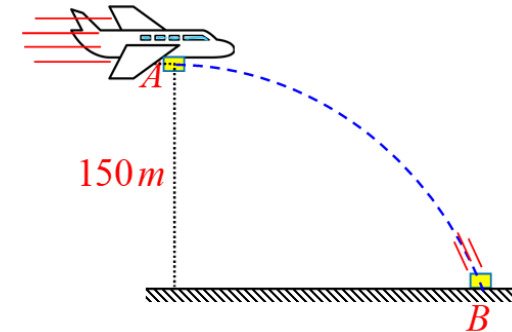
$$EM = E_{PG} + E_{PE}$$

$$EM = mgh + \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_M = (5)(10)(2,4) + \frac{1}{2}(150)(0,2)^2$$

$$E_M = 123 \text{ J}$$

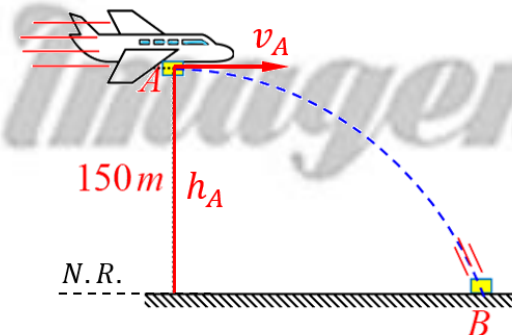
RESPUESTA: "B"



- A. $5\sqrt{6} \text{ m/s}$
- B. $10\sqrt{6} \text{ m/s}$
- C. $9\sqrt{6} \text{ m/s}$
- D. $6\sqrt{10} \text{ m/s}$
- E. $10/\sqrt{6} \text{ m/s}$

SOLUCIÓN

5. Una avioneta vuela horizontalmente y suelta una caja con provisiones que llega al suelo en el punto "B" con una rapidez de 60 m/s. Determine la rapidez de la avioneta. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



De la figura:

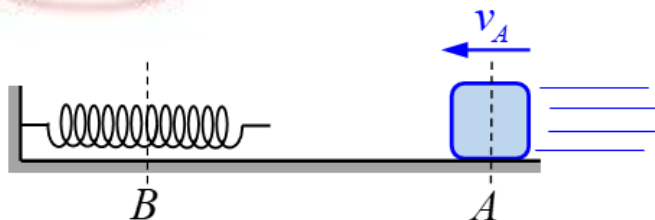
$$h_A = 150 \text{ m}$$

Supongamos que en el punto "A" desarrolla una rapidez " v_A ", sea la masa de la caja de provisiones " m " y se observa que la energía mecánica se conserva:

$$\begin{aligned}
 EM_A &= EM_B \\
 mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 &= \frac{1}{2}mv_B^2 \\
 10(150) + \frac{1}{2}v_A^2 &= \frac{1}{2}(60)^2 \\
 \frac{1}{2}v_A^2 &= 300 \\
 v_A^2 &= 600 \\
 v_A &= 10\sqrt{6} \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

RESPUESTA: "B"

6. Un cuerpo de 4 kg es lanzado con una rapidez de $v_A = 15 \text{ m/s}$. Determine la máxima deformación que el resorte alcanza en "B", si el tramo $\overline{AB}$ es rugoso con coeficiente de rozamiento cinético $\mu_k = 1/4$. Considere: $\overline{AB} = 20 \text{ m}$, $k = 100 \text{ N/cm}$ y $g = 10 \text{ m/s}^2$.

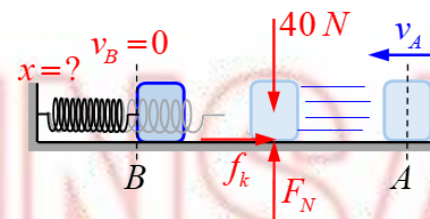


- A. $\sqrt{5}/5 \text{ m}$
 B. $\sqrt{5}/10 \text{ m}$

- C. $2\sqrt{5}/5 \text{ m}$
 D. $\sqrt{5}/20 \text{ m}$
 E. $20/\sqrt{5} \text{ m}$

SOLUCIÓN

Consideremos el gráfico:



La EM no se conserva en $\overline{AB}$:

$$\begin{aligned}
 W_{f_k} &= EM_B - EM_A \\
 -f_k d_{AB} &= \frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \\
 -\mu_k F_N d_{AB} &= \frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \\
 -\frac{1}{4}(40)(20) &= \frac{1}{2}\left(\frac{100}{10^{-2}}\right)x_B^2 - \frac{1}{2}(4)(15)^2 \\
 -200 &= 5000x_B^2 - 450 \Rightarrow x_B = \frac{\sqrt{5}}{10} \text{ m}
 \end{aligned}$$

RESPUESTA: "B"

7. Juan utiliza una bomba hidráulica para regar su jardín. ¿Qué potencia gasta esta bomba hidráulica para elevar 4,8 kg de agua por minuto hasta una altura de 10 m? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 6 W
- B. 7 W
- C. 13 W
- D. 8 W
- E. 5 W

SOLUCIÓN

El módulo de la fuerza es equivalente al peso del agua:

$$F = mg = 4,8(10) = 48 \text{ kg}$$

Por tanto, el trabajo necesario es:

$$W = Fd$$

$$W = 48(10)$$

$$W = 480 \text{ J}$$

Si el tiempo es: $t = 1 \text{ min} \rightarrow t = 60 \text{ s}$

Finalmente, la potencia que gasta la bomba es:

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = \frac{480}{60}$$

$$P = 8 \text{ W}$$

RESPUESTA: "D"

8. Una máquina absorbe 60 W de potencia y realiza un trabajo de 360 J en 1 min. ¿Cuál es la eficiencia de esta máquina?

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{2}{5}$
- C. $\frac{1}{10}$
- D. $\frac{3}{8}$
- E. $\frac{5}{9}$

SOLUCIÓN

Tenemos los siguientes datos:

$$PE = 60 \text{ W}$$

$$W = 360 \text{ J}$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\eta = ?$$

Determinamos la potencia útil de la máquina:

$$PU = \frac{W}{t}$$

$$PU = \frac{360}{60}$$

$$PU = 6 \text{ W}$$

Calculamos la eficiencia mecánica de la máquina:

$$\eta = \frac{PU}{PE}$$

$$\eta = \frac{6}{60}$$

$$\eta = \frac{1}{10}$$

$$\eta = \frac{PU}{PE}$$

$$\eta = \frac{PU}{1,6 PU} = 0,625$$

$$\eta = 62,5 \%$$

RESPUESTA: "C"

RESPUESTA: "A"

9. Determinar la eficiencia de una bomba centrífuga, sabiendo que la potencia de pérdidas que experimentan durante su operación es el 60% de su potencia de bombeo.

- A.** 62,5 %
- B.** 70 %
- C.** 80 %
- D.** 91 %
- E.** 95 %

SOLUCIÓN

$$\eta = ?$$

$$\text{Por dato: } PP = 60 \% PU = 0,6 PU$$

$$\text{Se sabe: } PE = PU + PP$$

$$PE = PU + 0,6 PU$$

$$PE = 1,6 PU$$

Por consiguiente, calculamos la eficiencia de la bomba:

TEMA 6: FLUIDOS

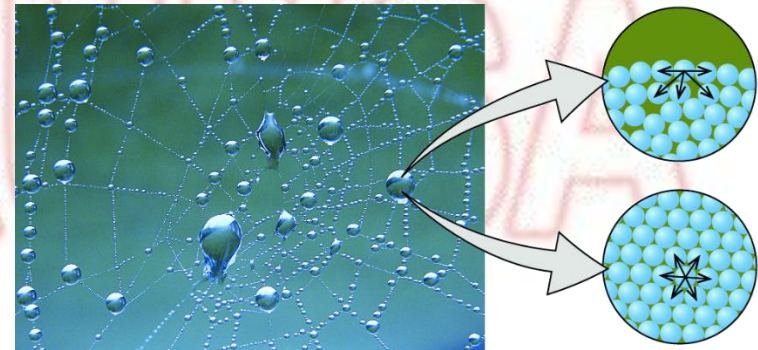
Los globos de Cantoya, flotan porque tienen aire caliente en su interior, rodeados de aire más denso a menor temperatura. En este capítulo abordaremos el empuje hidrostático que sostiene estos globos y otros cuerpos flotantes.



6.1 FLUIDO

Serway y Jewett (2018) señalan que: “Un fluido es un conjunto de moléculas que se ordenan aleatoriamente y se mantienen juntas a partir de fuerzas cohesivas débiles y fuerzas que ejercen las paredes de un contenedor. Tanto líquidos como gases son fluidos.” (p. 389).

Fig. 6.1: Fuerza de cohesión en una gota de agua.



Un fluido es una sustancia que puede escurrir fácilmente y que puede cambiar de forma debido a la acción de pequeñas fuerzas.

6.1.1 PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

Los fluidos que existen en la naturaleza siempre presentan una especie de fricción interna o viscosidad que complica un poco el estudio de su movimiento, motivo por el cual nosotros estudiaremos a los fluidos

ideales o sea aquellos fluidos en los cuales no existe ningún tipo de viscosidad.

Fig. 6.2: Los fluidos toman la forma del recipiente que los contienen.



Los fluidos se pueden comprimir y su volumen se reduce cuando se aplica una fuerza. Los gases son muy compresibles, mientras que los líquidos lo son poco.

Las propiedades fundamentales de los fluidos incluyen la presión, densidad, temperatura, energía interna y viscosidad.

6.1.2 DENSIDAD

Es una magnitud escalar. Medida que representa la cantidad de materia que hay por cada unidad de volumen de un cuerpo.

Su valor se determina dividiendo la masa (m) de la sustancia entre el volumen (V) que ocupa:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

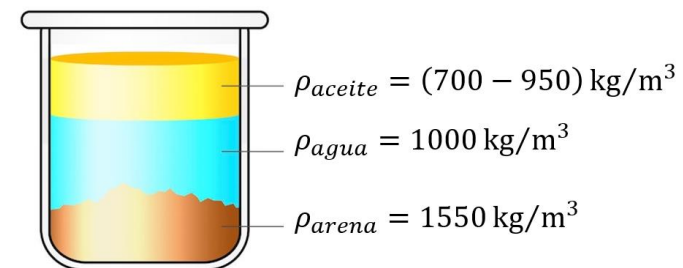
ρ : densidad (kg/m^3 , g/cm^3)
 m : masa (kg , g)
 V : volumen (m^3 , cm^3)

Observación: Para convertir las unidades de la densidad de g/cm^3 a kg/m^3 basta con multiplicar por 1000.

Dos cuerpos hechos del mismo material tienen igual densidad, aunque tengan masas y volúmenes diferentes. Eso se debe a que la razón entre masa y volumen es la misma para ambos objetos.

La densidad es una propiedad intensiva, es decir, que no depende de la masa ni del volumen del cuerpo o sistema estudiado.

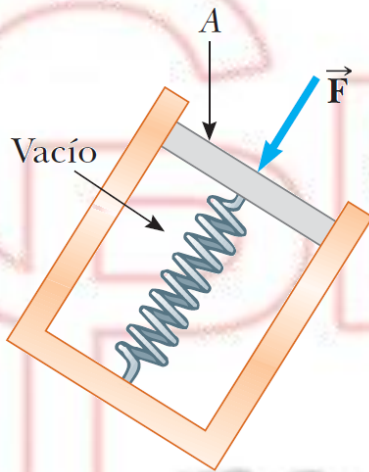
Fig. 6.3: Los materiales más densos se ubican debajo de los menos densos



6.2 PRESIÓN

Serway y Jewett (2018) señalan que la presión es una cantidad escalar porque es proporcional a la magnitud de la fuerza sobre el pistón como se muestra en la figura 6.4.

Fig. 6.4: Dispositivo sencillo para medir la presión que ejerce un fluido



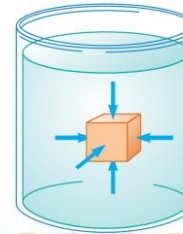
Si F es la magnitud de la fuerza que se ejerce sobre el pistón y A es el área del pistón, la presión P del fluido en el nivel al que el dispositivo se sumergió, se define como la relación de la fuerza al área:

$$P = \frac{F}{A}$$

P : presión ($\text{N/m}^2 = \text{Pa}$)
 F : fuerza (N)
 A : área (m^2)

Observación: $1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa} = 1 \text{ pascal}$

Fig. 6.5: La fuerza que ejerce el fluido en las paredes del contenedor es perpendicular a las paredes en cualquier punto



Los fluidos no soportan esfuerzos cortantes o de tensión; debido a eso, el único esfuerzo que se puede ejercer sobre un objeto sumergido en un fluido estático es el que tiende a comprimir el objeto desde todos los lados. En otras palabras, la fuerza que ejerce el fluido estático sobre un objeto siempre es perpendicular a las superficies del objeto.

6.2.1 PRESIÓN ATMOSFÉRICA ($P_0 = P_{atm}$)

El aire, como cualquier sustancia cercana a la Tierra es atraído por ella, es decir, el aire tiene peso. Debido a esto, la capa atmosférica que envuelve a la Tierra y que alcanza una altura de decenas de kilómetros, ejerce una presión sobre los cuerpos sumergidos en ella. Esta presión se denomina presión atmosférica.

La presión atmosférica P_0 normal a nivel del mar (valor medio), es igual a:

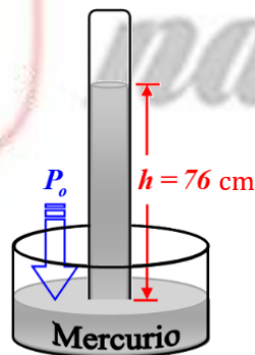
$P_0 = 1 \text{ atm}$	$P_0 = 1,01325 \times 10^5 \text{ Pa}$
$P_0 = 1,01325 \text{ bar}$	$P_0 = 76 \text{ cm Hg}$
$P_0 = 760 \text{ mm Hg}$	$P_0 = 29,92 \text{ pu Hg}$

Es la presión que ejerce el aire sobre los cuerpos sumergidos debido a la acción del campo gravitatorio.

6.2.2 EXPERIMENTO DE TORRICELLI

El físico italiano Evangelista Torricelli, contemporáneo de Galileo, para efectuar su experimento, tomó un tubo de vidrio de casi 1 metro de longitud y cerrado por uno de sus extremos, y lo llenó de mercurio, ver figura. Tapando el extremo abierto con un dedo e invirtiendo el tubo, sumergió este extremo en un recipiente que también contenía mercurio. Al destapar el tubo, estando este en posición vertical, Torricelli comprobó que la columna líquida bajaba hasta tener una altura de 76 cm, al nivel del mar.

Fig. 6.6: Barómetro de Torricelli



Torricelli, llegó a la conclusión que el valor de la presión atmosférica P_{atm} es equivalente a la presión que ejerce una columna de mercurio de 76 cm de altura.

$$P_o = P_{atm} = \rho_{Hg}gh$$

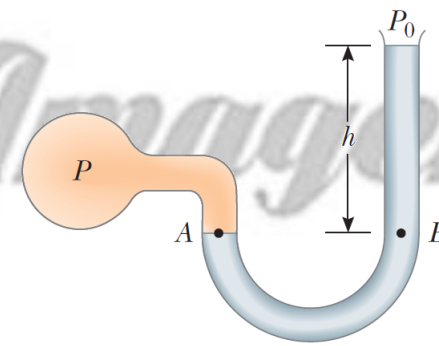
$$P_o = \left(13,6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (76 \times 10^{-2} \text{ m})$$

$$P_o = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 100 \text{ kPa}$$

6.2.3 PRESIÓN MANOMÉTRICA (P_{man})

Un dispositivo para medir la presión de un gas contenido en un recipiente es el manómetro de tubo abierto que se ilustra en la figura.

Fig. 6.7: Manómetro de tubo abierto



Un extremo de un tubo con forma de U que contiene un líquido está abierto a la atmósfera, y el otro extremo está conectado a un sistema de presión desconocida P . En una situación de equilibrio, las presiones

en los puntos A y B deben ser iguales (de otro modo, la porción curva del líquido experimentaría una fuerza neta y aceleraría), y la presión en A es la presión desconocida del gas. Por tanto, al igualar la presión desconocida P con la presión en el punto B, se ve que $P = P_o + \rho gh$. La diferencia en presión $P - P_o$ es igual a ρgh . La presión P se llama presión absoluta, y la diferencia $P - P_o$ se llama presión manométrica. Por ejemplo, la presión que mide en la llanta de su bicicleta es presión manométrica. Serway y Jewett (2018).

6.2.4 PRESIÓN ABSOLUTA (P_{abs})

Llamado también presión total, para medirla se toma como base el cero absoluto (Presión en el vacío). En la práctica es igual a la suma de las presiones atmosférica (P_o) y manométrica (P_m), es decir la suma de todas las presiones.

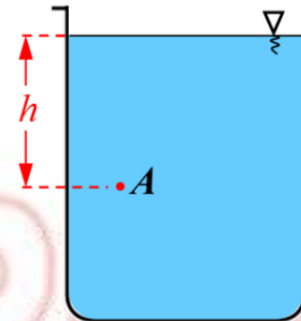
$$P_{abs} = P_o + P_{man}$$

6.2.5 PRESIÓN HIDROSTÁTICA (P_h)

Es la presión ejercida por un líquido estático; actúa en todos los puntos del líquido y las paredes del recipiente que lo contiene. La presión

aumenta conforme sea mayor la profundidad y solo es nula en la superficie libre del líquido. Está dada por:

Fig. 6.8: Presión hidrostática en el punto A



$$P_{hA} = \rho_{liq} gh$$

Donde:

ρ_{liq} : Densidad del líquido.

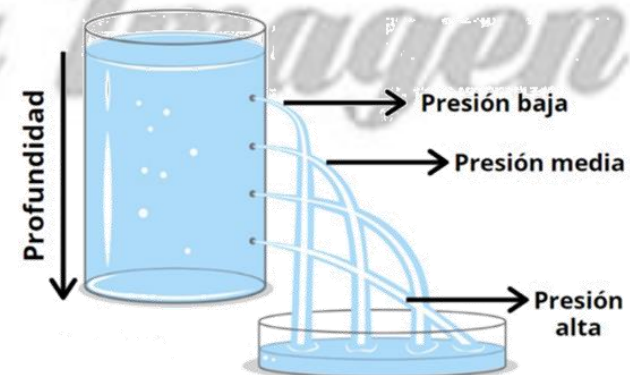
h : Altura (Profundidad)

g : Aceleración de la gravedad

P_{hA} : presión hidrostática en el punto A

En el siguiente ejemplo observamos que, a mayor profundidad, mayor es la presión.

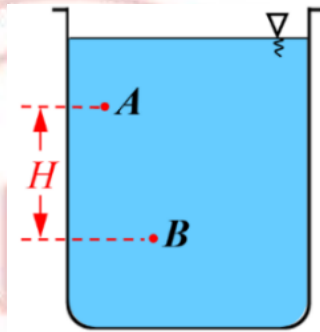
Fig. 6.9: Presión hidrostática varía con la profundidad



6.2.6 PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA

La diferencia de presiones entre dos puntos A y B de un mismo líquido situados a diferentes niveles, es igual al peso específico del líquido multiplicado por la altura que separa a los puntos.

Fig. 6.10: Diferencia de presión hidrostática entre dos puntos



$$P_B - P_A = \rho_{\text{liq}} g H$$

Donde:

$P_B - P_A$: Diferencia de presiones entre B y A.

H : Diferencia de profundidades.

g : Aceleración de la gravedad

Peso específico (γ): Es una magnitud física que nos informa el peso que posee un cuerpo por cada unidad de volumen.

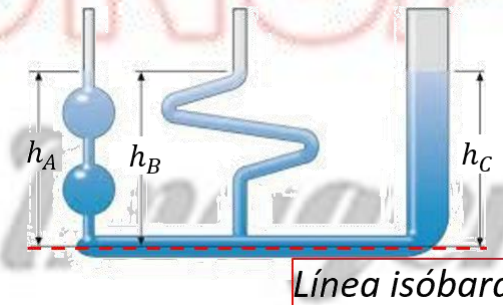
$$\gamma = \frac{mg}{V} = \rho \cdot g$$

γ : peso específico (N/m^3)
 mg : peso (N)
 V : volumen (m^3)

6.2.7 VASOS COMUNICANTES

Es un conjunto de recipientes comunicados inferiormente tal que contienen un líquido. Se observa que cuando el líquido está en reposo alcanza el mismo nivel en los recipientes, sin influir la forma, volumen, ni el tipo de líquido.

Fig. 6.11: La presión en el fondo de vasos comunicantes



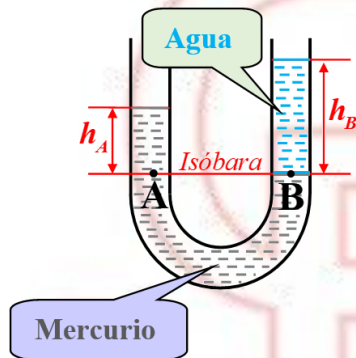
$$h_A = h_B = h_C$$

“Los puntos ubicados sobre la línea isóbara, soportan la misma presión absoluta”

6.2.8 LÍQUIDOS INMISCIBLES EN UN TUBO EN U

Se llaman líquidos inmiscibles a aquellos que cuando se juntan no llegan a mezclarse. Los menos densos tienden a subir y los más densos tratan de quedarse en el fondo.

Fig. 6.12: Líquidos inmiscibles



De la figura:

$$P_A + P_0 = P_B + P_0$$

$$\rho_A g h_A = \rho_B g h_B$$

Luego:

$$\frac{h_A}{\rho_B} = \frac{h_B}{\rho_A}$$

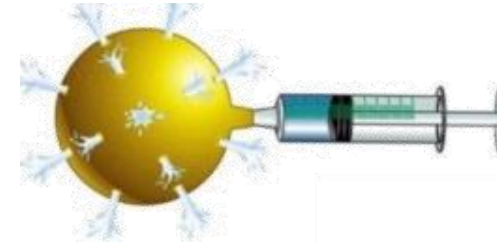
“Las alturas de sus superficies libres con relación a las superficies de separación son inversamente proporcionales a sus densidades”

6.3 PRINCIPIO DE PASCAL

Jeringa de Pascal

Pascal concluyó que la presión que se ejerce sobre un líquido dentro de un recipiente, se transmite con la misma intensidad en todas las direcciones.

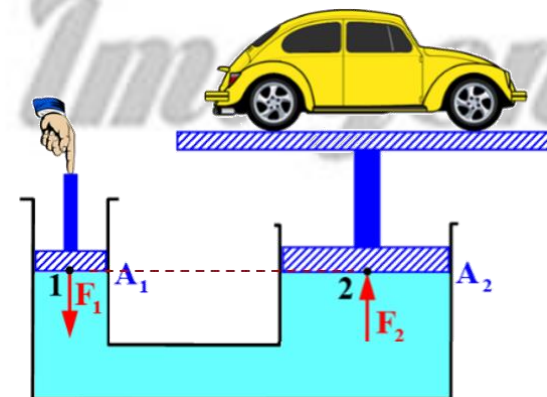
Fig. 6.13: La presión en un recipiente cerrado



6.3.1. PRENSA HIDRÁULICA

Consta de dos cilindros de diferente sección comunicados entre sí; es una máquina que permite amplificar las fuerzas y constituye el fundamento de los elevadores, frenos y otros dispositivos hidráulicos, son pues, la aplicación fundamental del principio de Pascal.

Fig. 6.14: Principio de Pascal



El émbolo “1” está conectado con el segundo, por lo que cualquier cambio en la presión será transmitido al resto del recipiente a través del fluido, de manera que todas las paredes estarán sometidas a la misma presión:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2$$

Luego:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

“Las fuerzas de los émbolos son directamente proporcionales a sus áreas”

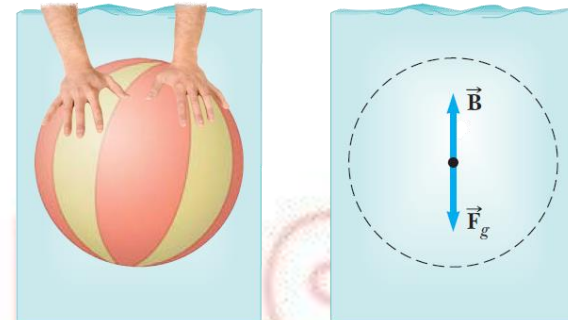
Ventaja mecánica

- La mayor fuerza se encuentra en el émbolo de mayor área:
 $F_2 > F_1$
- El émbolo menor es el que más se desplaza, de modo que:
 $h_1 > h_2$
- Como $F_2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right) F_1$ y $\frac{A_2}{A_1} > 0$, pues $A_2 > A_1$, el factor $\frac{A_2}{A_1}$ se llama ventaja mecánica (VM), luego:

$$VM = \frac{A_2}{A_1} = \frac{A_{salida}}{A_{entrada}} = \frac{F_2}{F_1}$$

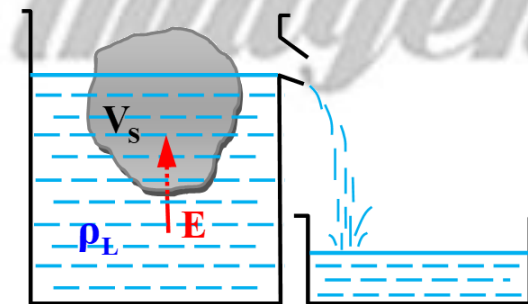
6.4 PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

Fig. 6.15: Fuerza de flotación en una pelota de playa



“Todo cuerpo total o parcialmente sumergido en un líquido, experimenta la acción de una fuerza vertical dirigida hacia arriba denominada empuje, cuyo valor es igual al peso del líquido desalojado”

Fig. 6.16: Experimento de volumen desalojado



$$E = W_{\text{Líquido desalojado}}$$

De donde se obtiene la siguiente expresión:

Donde:

E : Empuje

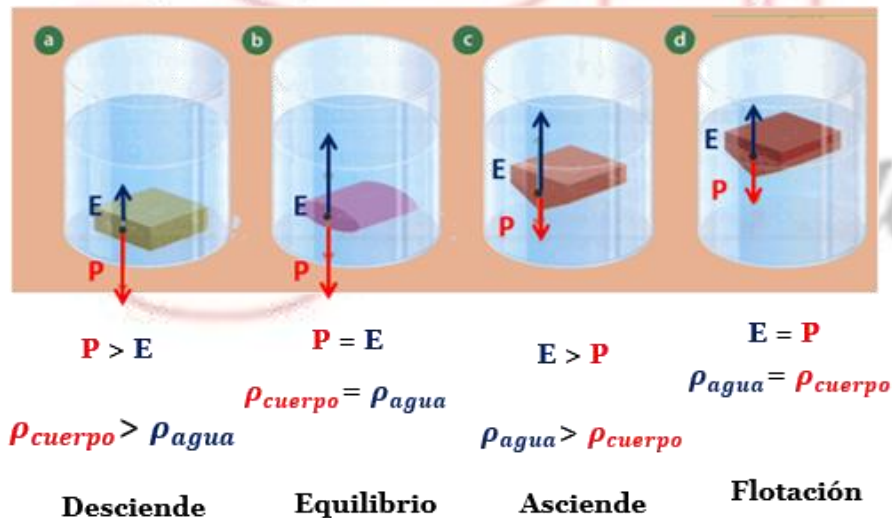
ρ_{liq} : Densidad del líquido.

g : Aceleración de la gravedad

V_S : Volumen sumergido

$$E = \rho_{\text{liq}} g V_S$$

Casos cuando se sumerge un cuerpo



6.5 FLUIDOS EN MOVIMIENTO

Hasta ahora, nuestro estudio se ha centrado en los fluidos en estado de reposo, los cuales son considerablemente más sencillos de analizar en comparación con los fluidos en movimiento. A partir de este punto, nos concentraremos en la dinámica de fluidos, que se ocupa específicamente del comportamiento de los fluidos en movimiento.

En general, es difícil analizar el movimiento real de los fluidos. Sin embargo, podemos aproximar el flujo real de un fluido a un modelo teórico más simple, conocido como fluido ideal.

A. FLUIDO IDEAL:

J. D. Wilson • A. J. Buffa • B. Lou (2011), define un fluido ideal como aquel que tiene un flujo constante, irrotacional, no viscoso e incompresible.

Un flujo constante implica que todas las partículas de un fluido tienen la misma velocidad al pasar por un punto dado (misma línea de corriente). Este tipo de flujo también puede describirse como suave, regular o liso.

Para que haya flujo constante, la velocidad del fluido debe ser baja. Si la velocidad de flujo es alta, tienden a aparecer remolinos, sobre todo cerca de las fronteras, y el flujo se vuelve turbulento

La trayectoria de flujo constante puede representarse con líneas de corriente. Las líneas de corriente también indican la magnitud relativa de la velocidad de un fluido. La velocidad es mayor donde las líneas de corriente están más juntas.

Un flujo irrotacional significa que un elemento de fluido (un pequeño volumen del fluido) no posee una velocidad angular neta, eliminando así la posibilidad de remolinos. Esto implica que el flujo no es turbulento.

Un flujo no viscoso implica que la viscosidad del fluido es insignificante. La viscosidad se refiere a la fricción interna o resistencia al flujo de un fluido (por ejemplo, la miel es mucho más viscosa que el agua). Un fluido verdaderamente no viscoso fluiría libremente sin pérdida de energía en su interior. Además, no habría resistencia por fricción entre el fluido y las paredes que lo contienen

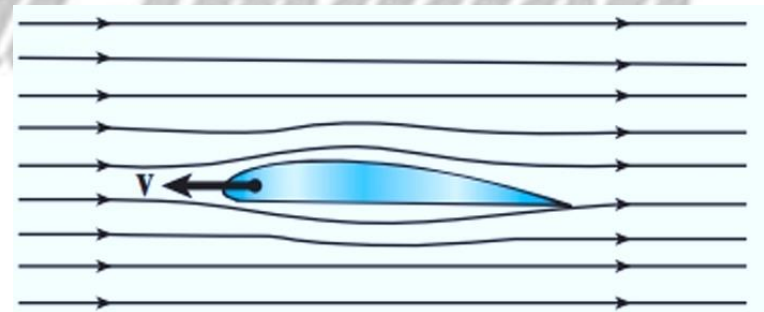
Un flujo incompresible significa que la densidad del fluido es constante. Generalmente, los líquidos se consideran incompresibles. En cambio, los gases son muy compresibles. No obstante, en algunas ocasiones, los gases pueden fluir de forma casi incompresible.

En los fluidos en movimiento, podemos distinguir dos tipos principales de flujo:

a) Flujo aerodinámico o laminar, Paul E. Tippens (2020), señala que:

El flujo aerodinámico o laminar es el movimiento de un fluido en el cual cada partícula en el fluido sigue la misma trayectoria (pasa por un punto particular) que siguió la partícula anterior.

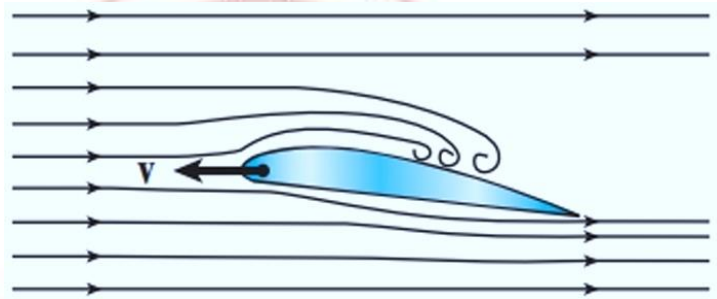
Fig.6.17 Flujo laminar



b) Flujo turbulento

Más allá de cierta rapidez el flujo se vuelve turbulento. Este flujo se caracteriza por torbellinos pequeños y erráticos llamados remolinos.

Fig. 6.18 Flujo turbulento



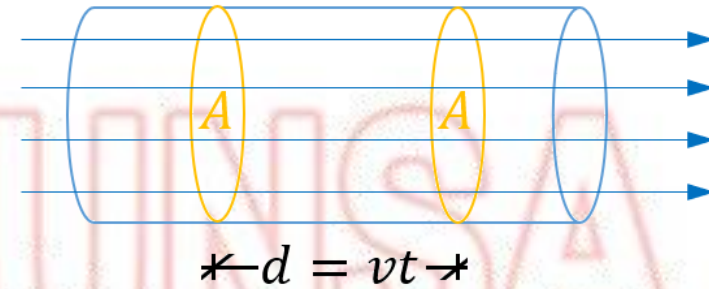
B. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Caudal o gasto (Q): es el flujo del fluido

Paul E. Tippens (2008), señala que: el flujo del fluido (gasto) se define como el volumen de fluido que pasa a través de cierta sección transversal en una unidad de tiempo.

Para expresar esta razón en forma cuantitativa, consideraremos el caso de un líquido que fluye a lo largo de una tubera como la que se ilustra en la figura 6.19, con una rapidez media v .

Fig. 6.19 Flujo de un fluido a través de un tubo de diámetro uniforme.



En un intervalo de tiempo t , cada partícula en la corriente mueve a través de una distancia vt . El volumen V que fluye a lo largo de la sección transversal A está dado por:

$$V = Avt$$

Por tanto, el gasto R llamado también se llama flujo volumétrico o caudal volumétrico. (volumen por unidad de tiempo) puede calcularse:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{Avt}{t}$$

$$Q = Av$$

Donde:

Q : gasto

A : área de sección transversal

t : tiempo

v : rapidez

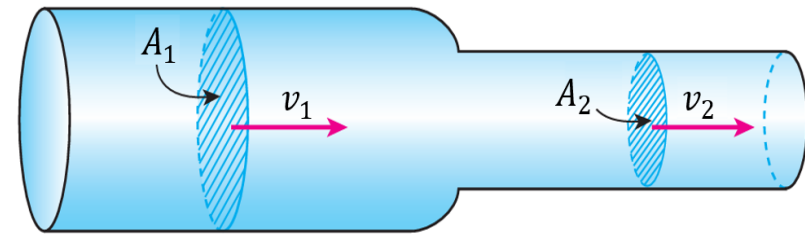
V : volumen

Cantidad o Magnitud física	Unidad en el S.I.
Caudal o gasto	m^3/s
Área	m^2
Tiempo	s
Rapidez	m/s

Si no hay pérdidas de fluido dentro de un tubo uniforme, la masa de fluido que entra en un tubo en un tiempo dado debe ser igual a la masa que sale del tubo en el mismo tiempo (por la conservación de la masa). Esto conduce a una relación cuantitativa importante llamada ecuación de continuidad

Considere una parte de un tubo de flujo entre dos secciones transversales estacionarias con áreas A_1 y A_2 (figura 6.20). Los valores de la rapidez del fluido en estas secciones son v_1 y v_2 , respectivamente.

Fig. 6.20 Flujo de un fluido a través de un tubo de diámetro variable.



Si el fluido es incompresible y no consideramos los efectos de la fricción, el gasto Q permanecer constante. Del líquido, escribimos:

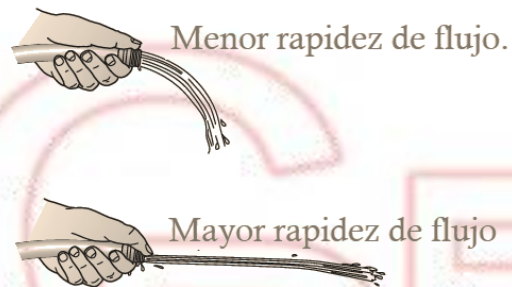
$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

Esta expresión se llama ecuación de continuidad para fluidos. Establece que el producto del área y la rapidez del fluido en todos los puntos a lo largo de una tubería es constante para un fluido incompresible.

Usted demuestra la ecuación de continuidad cada vez que riega su jardín y pone su pulgar sobre el extremo de una manguera de jardín, como en la figura 6.21. Al bloquear parcialmente la abertura con su pulgar, reduce el área de sección transversal por la que pasa el agua.

Como resultado, la rapidez del agua aumenta en la salida de la manguera, y se puede rociar a gran distancia.

Fig. 6.21 Las líneas de flujo representan el patrón de flujo y su rapidez.

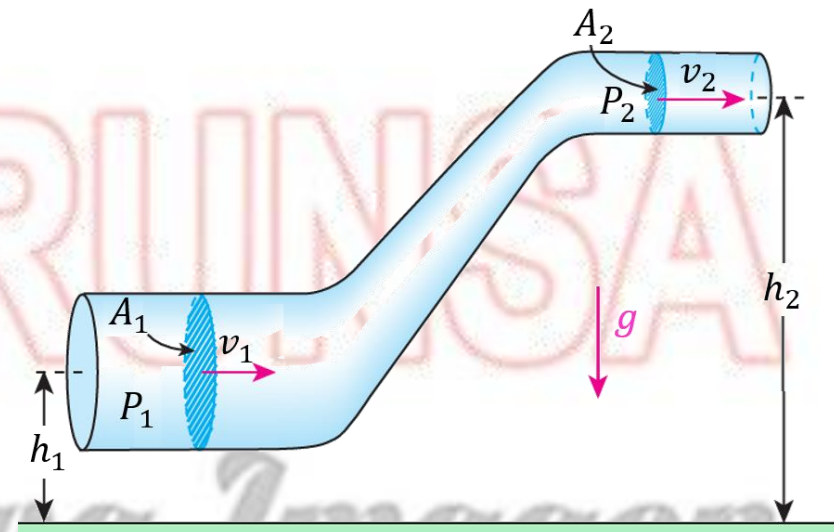


C. ECUACIÓN DE BERNOULLI

Según la ecuación de continuidad, la rapidez de flujo de un fluido puede variar a lo largo de sus trayectorias. La presión también puede cambiar, dependiendo tanto de la altura, como ocurre en situaciones estáticas, como de la rapidez de flujo. Existe una relación crucial conocida como la ecuación de Bernoulli, que relaciona la presión, la rapidez de flujo y la altura en el flujo de un fluido ideal e incompresible. Esta ecuación es una herramienta indispensable para analizar diferentes tipos de flujo de fluidos.

La ecuación de Bernoulli, que establece la relación entre la rapidez del fluido, la presión y la altura, fue deducida por primera vez en 1738 por el físico suizo Daniel Bernoulli.

Fig. 6.22 Flujo de un fluido: para la obtención de la ecuación de Bernoulli.



De la figura:

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Donde:

P: presión absoluta

ρ : densidad

h: altura

v: rapidez

Cantidad o Magnitud física	Unidad en el S.I.
Presión absoluta	Pa
Densidad	kg/m ³
Altura	m
Rapidez	m/s
Aceleración de la gravedad	m/s ²

disminuye conforme aumenta la elevación. Este último punto explica por qué la presión del agua en los grifos de los pisos superiores de un edificio alto es débil, a menos que se tomen medidas para proporcionar una mayor presión en dichos edificios.

Ecuación de Bernoulli para un fluido ideal incompresible:

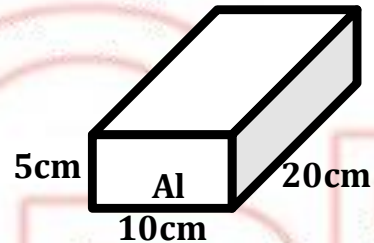
$$P + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{constante}$$

Paul E. Tippens (2020), señala que: “La presión P debe reconocerse como la presión absoluta y no la manométrica”.

La ecuación de Bernoulli muestra que la presión de un fluido disminuye a medida que aumenta su rapidez. Además, la presión también

PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Un bloque de plomo de densidad 2700 kg/m^3 y de dimensiones 5 cm, 10 cm y 20 cm, descansa en un piso horizontal sobre su cara más grande. Determine la magnitud de la presión que ejerce el bloque sobre el piso. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A. 5,4 kPa
- B. 2,7 kPa
- C. 1,35 kPa
- D. 0,675 kPa
- E. 10,8 kPa

SOLUCIÓN:

Se sabe que:

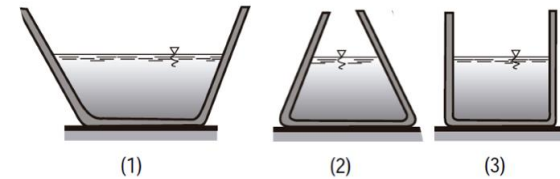
$$F = W = mg; m = \rho V$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho_{Al} V g}{A} = \frac{2700 \times 5 \times 10 \times 20 \times 10^{-6} \times 10}{10 \times 20 \times 10^{-4}} = 1350 \text{ Pa}$$

$$P = 1,35 \text{ kPa}$$

RESPUESTA: "C"

2.- Los siguientes recipientes contienen agua hasta el mismo nivel y tienen igual área en la base.



Acerca de su peso, es posible afirmar como correcta:

- A. $W_1 > W_2 > W_3$
- B. $W_3 > W_2 > W_1$
- C. $W_1 = W_2 = W_3$
- D. $W_1 > W_3 > W_2$
- E. $W_2 > W_3 > W_1$

SOLUCIÓN:

Se sabe que: $W_{\text{líquido}} = (\gamma_{\text{líquido}})(V)$

Es decir, el Peso es D.P. al Volumen.

Considerando los gráficos, se tiene: $V_1 > V_3 > V_2$.

Se concluye que: $W_1 > W_3 > W_2$

RESPUESTA: "D"

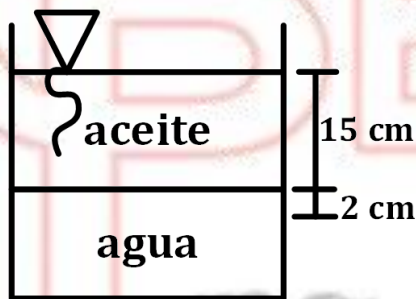
3.- En un recipiente cilíndrico se vierte una columna de 15 cm de aceite y 15 cm de agua. Determine el valor de la presión hidrostática en un punto ubicado a 17 cm de profundidad con respecto a la superficie libre del aceite. ($\rho_{\text{aceite}} = 800 \text{ kg/m}^3 \wedge \rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3 \wedge g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 2700 Pa

- B. 1400 Pa
C. 1660 Pa
D. 1360 Pa
E. 2000 Pa

SOLUCIÓN:

Debido a que la densidad del aceite es menor que la del agua y estos líquidos son inmiscibles (no se mezclan), entonces el aceite se coloca sobre el agua. Por lo tanto, la presión hidrostática sobre el punto mencionado es la suma de la presión hidrostática ejercida por una columna de 15 cm de aceite y 2 cm de agua.



$$P_{h(total)} = P_{15\text{ cm}(aceite)} + P_{2\text{ cm}(agua)}$$

$$P_{h(total)} = (\rho g h)_{aceite} + (\rho g h)_{agua}$$

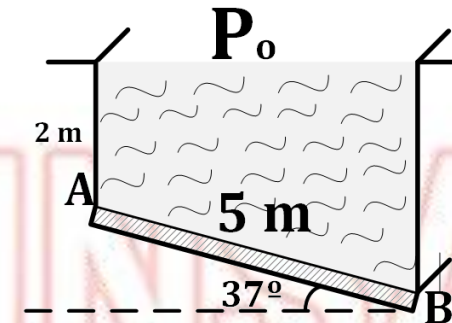
$$P_{h(total)} = (800)(10)(0,15) + (1000)(10)(0,02)$$

$$P_{h(total)} = 1200 + 200 = 1400 \text{ Pa}$$

RESPUESTA: "B"

4.- En la figura, el agua permanece en reposo mediante una compuerta. Determine el valor de la diferencia de presiones entre los puntos A y B ($P_B - P_A$) en la compuerta.

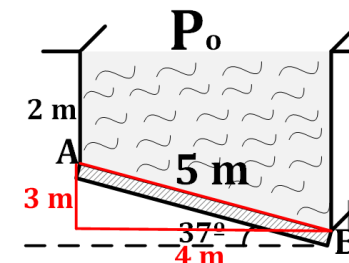
$$(P_o = 10^5 \text{ N/m}^2 \wedge g = 10 \text{ m/s}^2 \wedge \rho_{agua} = 10^3 \text{ kg/m}^3)$$



- A. 10^4 N/m^2
B. $2 \times 10^4 \text{ N/m}^2$
C. $3 \times 10^4 \text{ N/m}^2$
D. $4 \times 10^4 \text{ N/m}^2$
E. $5 \times 10^4 \text{ N/m}^2$

SOLUCIÓN:

De la figura



$$P_B - P_A = \rho g (h_B - h_A)$$

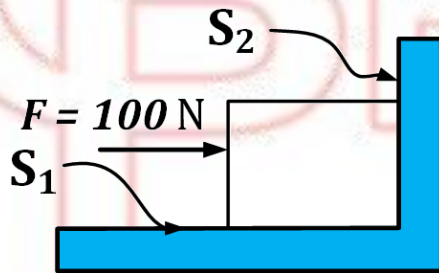
$$P_B - P_A = 3\rho g$$

$$P_B - P_A = 3 \times 10^3 \times 10$$

$$P_B - P_A = 3 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

RESPUESTA: "C"

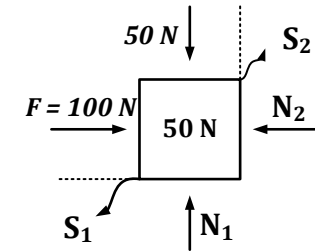
5.- Se tiene un cubo de 4 cm de lado y un peso de módulo de 50 N apoyado sobre dos superficies S_1 y S_2 . Halle los módulos de las presiones (en kPa) sobre las superficies S_1 y S_2 en contacto, cuando sobre una de las caras se aplica una fuerza horizontal "F", cuyo módulo es 100 N como se muestra en la figura.



- A. 31,25; 62,5
- B. 312,5; 625
- C. 3125; 6250
- D. 3,125; 6,25
- E. 0,6125; 0,625

SOLUCIÓN:

Haciendo su DCL



Debido al equilibrio, el valor de las fuerzas N_1 y N_2 es:

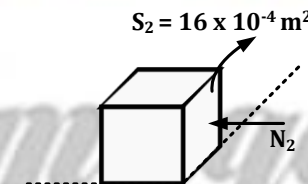
$$N_1 = 50 \text{ N y } N_2 = 100 \text{ N}$$

Como el área de cada cara es:

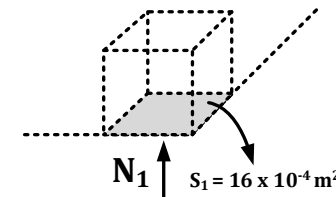
$$S_1 = S_2 = (4 \text{ cm})(4 \text{ cm}) = 16 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = S_2 = 16 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Analizando las presiones en las caras indicadas S_1 y S_2



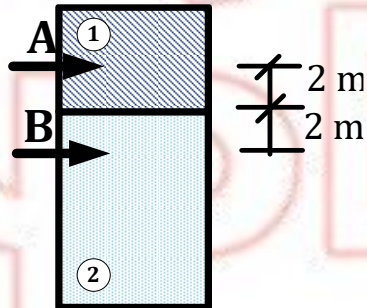
$$P_2 = \frac{N_2}{S_2} = \frac{100}{16 \times 10^{-4}} = 62500 \text{ Pa} = 62,5 \text{ kPa}$$



$$P_1 = \frac{N_1}{S_1} = \frac{50}{16 \times 10^{-4}} = 31250 \text{ Pa} = 31,25 \text{ kPa}$$

RESPUESTA: "A"

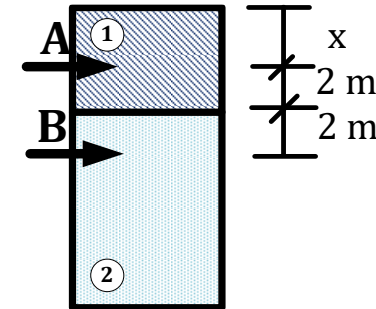
6.- En el sistema mostrado, determinar el valor de la diferencia de presiones entre los puntos A y B (en kPa). ($\rho_1 = 1500 \text{ kg/m}^3 \wedge \rho_2 = 1800 \text{ kg/m}^3 \wedge g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A. 15
- B. 55
- C. 66
- D. 77
- E. 44

SOLUCIÓN:

Considerando una distancia "x" desde la superficie libre hasta el punto "A"



Cálculo de la presión hidrostática P_{HA} : $P_{HA} = \rho_1 g x$

Cálculo de la presión hidrostática P_{HB} : $P_{HB} = \rho_1 g(x + 2) + \rho_1 g(2)$

Por lo tanto, la diferencia de presiones será:

$$P_{HB} - P_{HA} = \rho_1 g x + \rho_1 g(2) + \rho_2 g(2) - \rho_1 g x$$

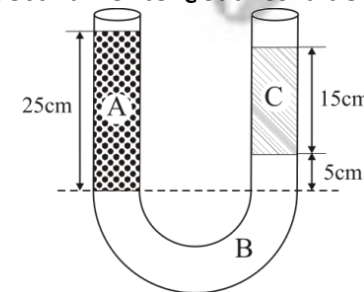
$$P_{HB} - P_{HA} = \rho_1 g(2) + \rho_2 g(2)$$

$$P_{HB} - P_{HA} = (1500)(10)(2) + (1800)(10)(2)$$

$$P_{HB} - P_{HA} = 66000 \text{ Pa} = 66 \text{ kPa}$$

RESPUESTA: "C"

7.- En un tubo en U se vierten tres líquidos, "A", "B" y "C" quedando en equilibrio el sistema mostrado, si las densidades de "A" y "C" son 5 g/cm^3 y 3 g/cm^3 respectivamente. ¿Cuál es la densidad del líquido "B"?



- A. 8 g/cm^3
- B. 18 g/cm^3

- C. 12 g/cm^3
 D. 16 g/cm^3
 E. 20 g/cm^3

SOLUCIÓN

Sabemos que la presión en la línea punteada, debe de ser la misma, por lo tanto, aplicamos:

$$P_{HA} = P_{HB} + P_{HC}$$

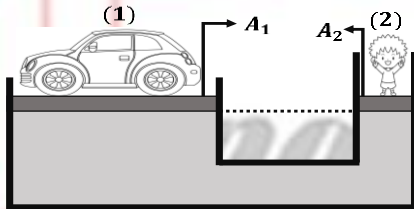
$$\rho_A \cdot g \cdot h_A = \rho_B \cdot g \cdot h_B + \rho_C \cdot g \cdot h_C$$

$$5(25) = \rho_B \cdot 5 + 3(15)$$

$$\rho_B = 16 \text{ g/cm}^3$$

RESPUESTA: "D"

8.- En la siguiente imagen se observa a un niño sobre un pistón de área A_2 y un automóvil sobre el pistón de área A_1 . Si los pistones permanecen en reposo y las presiones de los pistones 1 y 2 son P_1 y P_2 respectivamente, señale la alternativa correcta.



- A. $F_1 = F_2$
 B. $F_1 A_1 = F_2 A_2$
 C. $P_1 A_1 = P_2 A_2$
 D. $F_1 A_2 = F_2 A_1$
 E. $P_1 A_2 = P_2 A_1$

SOLUCIÓN:

Por el principio de Pascal se cumple que:

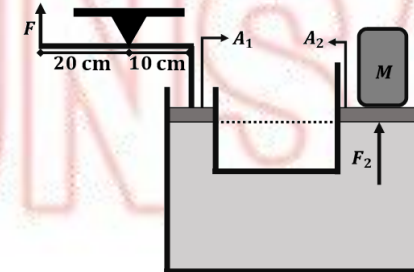
$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1 A_2 = F_2 A_1$$

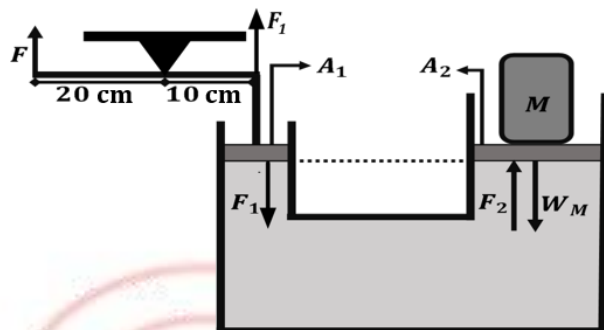
RESPUESTA: "D"

9.- E la figura mostrada se tiene una prensa hidráulica. Si la relación de las áreas de los émbolos es de 1 a 20 determinar la magnitud de la fuerza "F" que se debe aplicar a la palanca para mantener en equilibrio el bloque "M" de 300 kg de masa. Desprecie el peso de los émbolos y de la palanca. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A. 50 N
 B. 75 N
 C. 90 N
 D. 100 N
 E. 60 N

SOLUCION:



Para el bloque “M” en equilibrio, la fuerza F_2 aplicada al émbolo de área A_2 , debe ser igual al peso de M entonces:

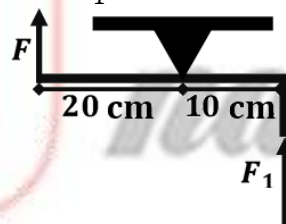
$$F_2 = W_M = 3000 \text{ N}$$

Por teoría:

$$F_2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right) F_1$$

$$3000 = \left(\frac{20}{1}\right) F_1$$

$$F_1 = 150 \text{ N}$$



Realizamos el DCL de la palanca:

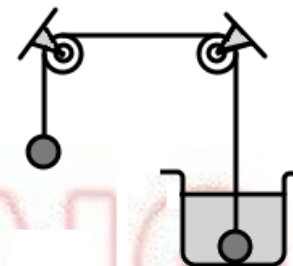
Por momento de fuerza:

$$F(20) = F_1(10)$$

$$F(20) = (150)(10)$$

$$F = 75 \text{ N}$$

10.- Se deja caer en un recipiente con agua una esfera metálica de volumen 10^{-3} m^3 y 2 g/cm^3 de densidad, quedando como se muestra en la figura. Halle la fuerza que ejerce la esfera metálica sobre el fondo del recipiente, si la esfera que cuelga del otro extremo es de $0,4 \text{ kg}$. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A. 3 N
- B. 4 N
- C. 5 N
- D. 6 N
- E. 7 N

SOLUCIÓN:

Datos:

$$V_s = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\rho = (2 \text{ g/cm}^3) = 2000 \text{ kg/m}^3$$

De la densidad, deducimos que la masa de la esfera sumergida es:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V = (2000) (10^{-3}) = 2 \text{ kg}$$

Sean:

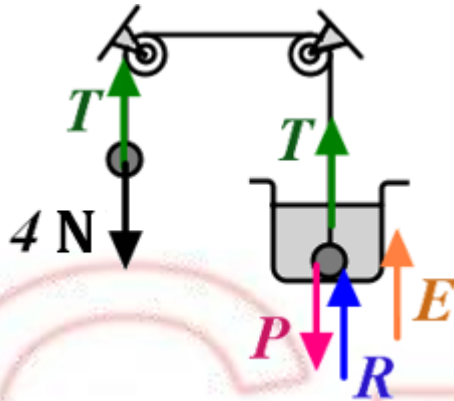
P: el peso de la esfera sumergida.

E: el empuje.

R: la reacción sobre el fondo del recipiente.

Considerando el siguiente diagrama

RESPUESTA: “B”



Por equilibrio de fuerzas, tenemos que:

$$\begin{aligned} T &= 4 \text{ N} \\ E + T + R &= P \\ \rho_L \cdot g \cdot V_s + 4 + R &= (mg) \\ 1000(10)(10^{-3}) + 4 + R &= 20 \\ 10 + 4 + R &= 20 \\ R &= 6 \text{ N} \end{aligned}$$

RESPUESTA: "D"

11. El agua fluye a través de una manguera de hule con un área transversal de $0,0002 \text{ m}^2$ a una velocidad de módulo 4 m/s . Si el área transversal de la manguera se incrementa a $0,00025 \text{ m}^2$, halle la rapidez con la que el chorro de agua sale de la manguera.

- A. $2,0 \text{ m/s}$
- B. $2,4 \text{ m/s}$
- C. $1,8 \text{ m/s}$
- D. $3,2 \text{ m/s}$
- E. $4,2 \text{ m/s}$

SOLUCIÓN

Tomamos datos:

$$\begin{aligned} A_1 &= 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ v_1 &= 4 \text{ m/s} \\ A_2 &= 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ v_2 &=? \end{aligned}$$

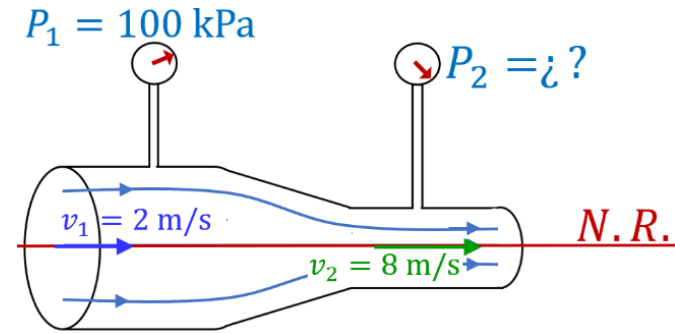
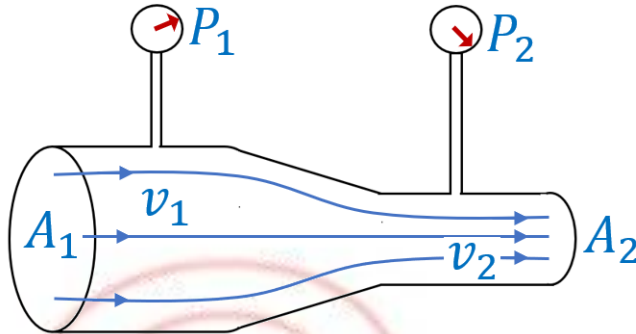
De la ecuación de la continuidad:

$$\begin{aligned} A_1 v_1 &= A_2 v_2 \\ (2 \times 10^{-4})(4) &= (2,5 \times 10^{-4})(v_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{(2 \times 10^{-4})(4)}{(2,5 \times 10^{-4})} \\ v_2 &= 3,2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

RESPUESTA: "D"

12. La figura muestra un tubo horizontal de sección transversal variable, por el cual se mueve un fluido, la sección del área A_1 tiene un radio de 2 cm y el fluido fluye con una rapidez de 2 m/s ; la sección del área A_2 tiene un diámetro de 1 cm y la presión en la sección "1" es de 100 kPa . Halle la presión del fluido en la sección "2". (Asumir que el fluido es agua; $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$)



- A. 50 kPa
- B. 70 kPa
- C. 100 kPa
- D. 120 kPa
- E. 150 kPa

SOLUCIÓN

De la ecuación de la continuidad, hallamos la rapidez del fluido en la sección 2:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Siendo las áreas de cada sección transversal:

$$A_1 = \pi R_1^2 \rightarrow A_1 = \pi(2^2) \rightarrow A_1 = 4\pi \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \pi R_2^2 \rightarrow A_2 = \pi(1^2) \rightarrow A_2 = \pi \text{ cm}^2$$

Reemplazando en:

$$(4\pi)(2) = (\pi)v_2$$

$$v_2 = 8 \text{ m/s}$$

Aplicamos la ecuación de Bernoulli:

$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Remplazando datos:

$$100\,000 + \frac{1}{2}(1\,000)(2)^2 = P_2 + \frac{1}{2}(1\,000)(8)^2$$

$$100\,000 + 2\,000 = P_2 + 32\,000$$

$$102\,000 - 32\,000 = P_2$$

$$P_2 = 70\,000 \text{ Pa}$$

$$P_2 = 70 \text{ kPa}$$

RESPUESTA: "B"

TEMA 7: TEMPERATURA Y PROCESOS TERMICOS

La temperatura es como una señal que nos dice qué tan caliente o frío está algo. Es algo que sentimos y medimos con termómetros. Puedes pensar en la temperatura como la forma en que las partículas en los objetos se mueven rápidamente (si está caliente) o más lentamente (si está frío).



7.1 EQUILIBRIO TERMICO

Equilibrio térmico: Es la condición en la que dos cuerpos en contacto intercambian calor hasta alcanzar la misma temperatura, dejando de transferir energía entre ellos.

Lumbreras Editores. (2018) Física Volumen II. Señala que: Al juntar o poner en "contacto" dos cuerpos y/o sustancias a diferentes temperaturas, en forma espontánea el de mayor temperatura empieza a disminuir su temperatura y el que está a menor temperatura empieza a aumentarla, esto a consecuencia de una transferencia de energía interna del cuerpo de mayor temperatura al de menor temperatura. Dicha transferencia de energía interna culmina cuando se alcance la temperatura de equilibrio. (p.1144.)

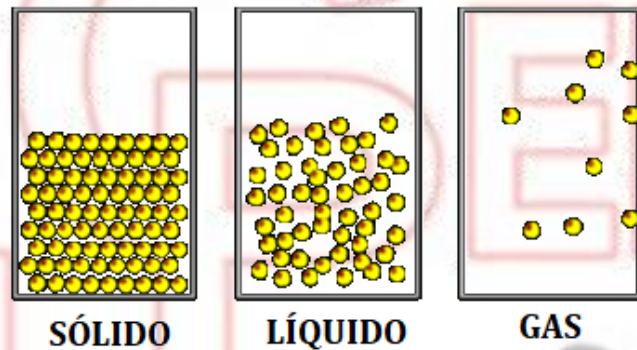
7.1.1 TEMPERATURA

Es una medida de la energía cinética promedio de las partículas en un objeto. Es una magnitud que determina el grado de calor o frío de un cuerpo o del ambiente.

La magnitud que indica que tan caliente o que tan frío está un objeto con respecto a cierta referencia es denominada temperatura

Lumbreras Editores. (2018) Física Volumen II. Señala que: La temperatura de un cuerpo está relacionada íntimamente con la energía del movimiento de sus moléculas, entonces mientras mayor es la temperatura de un cuerpo, la energía cinética (promedio) de cada una de sus moléculas es mayor. (P.1142).

Fig.7.2: Agitación térmica en una sustancia



Los primeros conocimientos del ser humano sobre temperatura surgieron a partir de sensaciones fisiológicas. Al tocar diferentes cuerpos con la mano, comúnmente describimos si están fríos o calientes, lo que refleja el nivel de calor que percibimos.

Fig.7.2: Representaciones de la agitación térmica



OBSERVACIONES:

- **Relación entre Temperatura y Energía Interna:** La temperatura de un cuerpo está directamente relacionada con la energía cinética promedio de sus moléculas. Si un cuerpo aumenta su temperatura, entonces aumentó(ganó) energía interna. Si un cuerpo disminuye su temperatura perdió su energía interna.
- La temperatura es una magnitud escalar que mide la cantidad de energía térmica que tiene un cuerpo.
- **Naturaleza Estadística de la Temperatura:** A diferencia de magnitudes mecánicas como velocidad o aceleración, la temperatura es una magnitud estadística que describe el estado promedio de energía térmica en un sistema. No depende de la cantidad de sustancia medida, manteniéndose constante para una misma sustancia a diferentes volúmenes.
- La temperatura se expresa en grados. Por ejemplo, se dice que "Una muestra de agua tiene una temperatura de 32 grados

Celsius". En este contexto, no se especifica la cantidad de agua debido a que las propiedades intensivas, como la temperatura, no varían con la cantidad de la sustancia. Por lo tanto, ya sea que la muestra sea de dos litros o de 200 cm^3 , la temperatura será la misma.

- **Unidad de Medida:** La temperatura se expresa comúnmente en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) o en otras escalas como Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) y Kelvin (K), dependiendo del contexto y la necesidad de referencia. Pero la unidad de medida en el Sistema Internacional es el Kelvin (K).

7.1.2 TERMÓMETROS

La temperatura es una magnitud estadística, por lo que no podemos medirla directamente. Para medirla hacemos uso de diversas magnitudes que varían con ella, como por ejemplo la altura de una columna de mercurio, la resistencia eléctrica o el volumen y la presión de un gas. A estas magnitudes, se las denomina magnitudes termométricas.

Los termómetros son dispositivos que se utilizan para medir la temperatura. Los tipos comunes de termómetros incluyen:

Termómetros de mercurio: Utilizan mercurio en un tubo de vidrio para medir la temperatura del cuerpo humano.

Fig.7.3: Termómetro de dilatación (mercurio)



Termómetros digitales: Utilizan sensores electrónicos para medir la temperatura.

Fig.7.4: Termómetro digital



Termómetros de infrarrojos: Miden la radiación infrarroja emitida por un objeto.

Fig.7.5: Termómetro infrarrojo

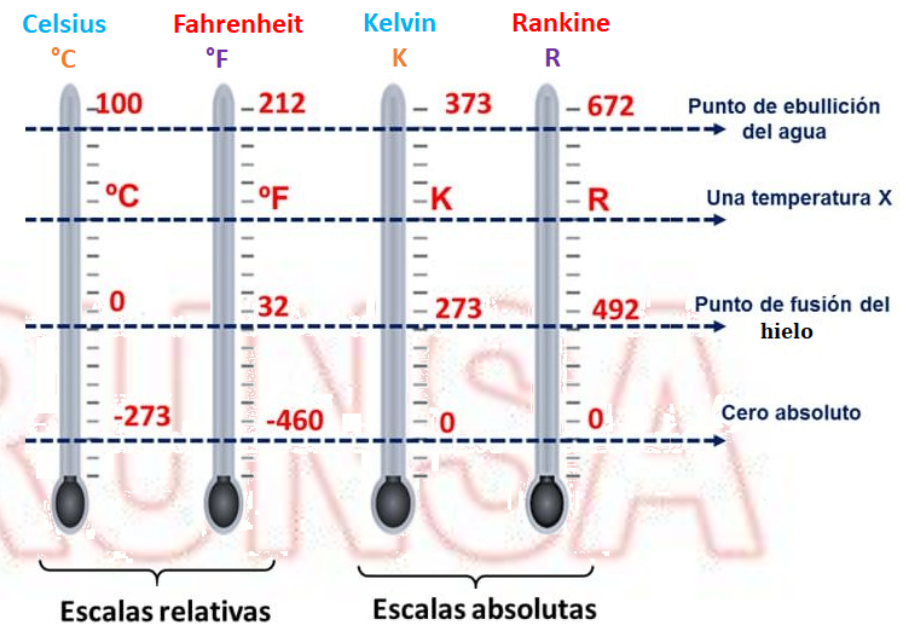


7.1.3 ESCALAS TERMOMÉTRICA

Las escalas termométricas son sistemas de medición que permiten cuantificar la temperatura utilizando puntos de referencia específicos. Por ejemplo, la escala Celsius utiliza los puntos de congelación y ebullición del agua como referencia, mientras que la escala Fahrenheit se basa en puntos definidos por el físico Daniel Gabriel Fahrenheit. Estas escalas proporcionan un marco para interpretar y comparar temperaturas en diversos contextos (Smith, A., & Johnson, B. (2020). Fundamentals of Thermometry. Editorial Científica).

Escalas de Temperatura:

Fig.7.6: Escalas termométricas



Escalas Relativas:

Las escalas relativas definen la temperatura en relación con puntos de referencia específicos, por ejemplo, la escala Celsius y la escala Fahrenheit son escalas relativas. En la escala Celsius, el punto de congelación del agua se define como 0° C y el punto de ebullición del agua como 100° C, pero el cero no indica la ausencia total de temperatura.

Escalas Absolutas:

Las escalas absolutas, en cambio, tienen un cero absoluto que representa la ausencia total de calor o energía térmica. El cero absoluto es la temperatura más baja teóricamente posible, donde las partículas cesan su movimiento térmico. Las escalas absolutas son la escala Kelvin y la escala Rankine.

7.1.4 ECUACIONES PARA CONVERSIONES ENTRE ESCALAS TERMOMÉTRICA

Para determinar la relación que hay entre las escalas termométricas se usa la relación matemática “teorema de Thales”

De la figura, para una misma temperatura se establece las siguientes proporciones entre escalas:

$$\frac{C}{100} = \frac{F - 32}{180} = \frac{K - 273}{100} = \frac{R - 492}{180}$$

Resultando una relación de equivalencias entre escalas:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} = \frac{K - 273}{5} = \frac{R - 492}{9}$$

Tomemos en cuenta que separando esta relación se concluye que:

$$K = C + 273$$

$$R = F + 460$$

7.1.5 ECUACIONES PARA CONVERSIONES DE LAS VARIACIONES O CAMBIO DE TEMPERATURA ENTRE LAS ESCALAS TERMOMÉTRICAS

$$\frac{\Delta C}{5} = \frac{\Delta F}{9} = \frac{\Delta K}{5} = \frac{\Delta R}{9}$$

Tomemos en cuenta que separando esta relación se concluye que:

$$\Delta C = \Delta K$$

$$\Delta F = \Delta R$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. El etanol es un tipo de compuesto químico, conocido popularmente como alcohol etílico, siendo su punto de ebullición 78°C . Determine esta temperatura en la escala Kelvin y Fahrenheit.

- A. $251\text{ K}; 32,4^{\circ}\text{F}$
- B. $351\text{ K}; 232,4^{\circ}\text{F}$
- C. $351\text{ K}; 332,4^{\circ}\text{F}$
- D. $251\text{ K}; 132,4^{\circ}\text{F}$
- E. $351\text{ K}; 172,4^{\circ}\text{F}$

SOLUCIÓN

Convirtiendo en la escala de Kelvin:

$$C = K - 273$$

$$78 = K - 273$$

$$K = 351\text{ K}$$

Convirtiendo en la escala de Fahrenheit

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$\frac{78}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$9(15,6) = F - 32$$

$$140,4 = F - 32$$

$$F = 32 + 140,4$$

$$F = 172,4^{\circ}\text{F}$$

RESPUESTA: "E"

2. La doctora Paola es una médica que en sus ratos libres le gusta hacer juegos mentales de cálculo. En una ocasión preguntaron por cierta temperatura " T ", a lo que ella respondió: "Si a la temperatura " T " le sumamos 140°F da como resultado 356 K ". Halle el valor de " T ".

- A. 28°C
- B. 23°C
- C. 17°C
- D. 35°C
- E. 30°C

SOLUCIÓN

Se debe entender en la respuesta que da la doctora Paola: (... "Si a la temperatura " T " le sumamos 140°F da como resultado 356 K "...) que se refiere a un juego de cálculo de lecturas de temperaturas, y lo que se suman son los valores de las temperaturas en grados centígrados, porque las respuestas están en $^{\circ}\text{C}$.

Considerando lo anterior, planteamos los datos en la siguiente ecuación:

$$T + 140^{\circ}\text{F} = 356\text{ K}$$

Convertimos a grados centígrados cada lectura:

$$140^{\circ}\text{F} \rightarrow ^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{F - 32}{9} = \frac{C}{5} \rightarrow \frac{140 - 32}{9} = \frac{C}{5} \rightarrow C = 60^{\circ}\text{C}$$

$$356\text{ K} \rightarrow ^{\circ}\text{C}$$

$$C = K - 273 = 356 - 273 = 83^{\circ}\text{C}$$

De tal manera, reemplazando las conversiones de las lecturas:

$$T + 140^{\circ}\text{F} = 356\text{ K}$$

$$T + 60^{\circ}\text{C} = 83^{\circ}\text{C}$$

$$T = 23^{\circ}\text{C}$$

RESPUESTA: "B"

3. Un fluido posee una temperatura de 77°F , la cual aumenta en 25 K y luego disminuye en 63 R, determine la temperatura final del fluido en K.

- A. 100 K
- B. 288 K
- C. 200 K
- D. 251 K
- E. 300 K

SOLUCIÓN

Del enunciado se tiene:

$$77^{\circ}\text{F} + 25\text{ K} - 63\text{ R}$$

Lectura + variación – variación

Se convierten las temperaturas a la escala Kelvin:

Convirtiendo 77°F a K:

$$\frac{K - 273}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$\frac{K - 273}{5} = \frac{77 - 32}{9}$$

$$K = 298\text{ K}$$

Convirtiendo 63 R a K (Variación):

$$\frac{\Delta K}{5} = \frac{\Delta R}{9}$$

$$\frac{\Delta K}{5} = \frac{63}{9}$$

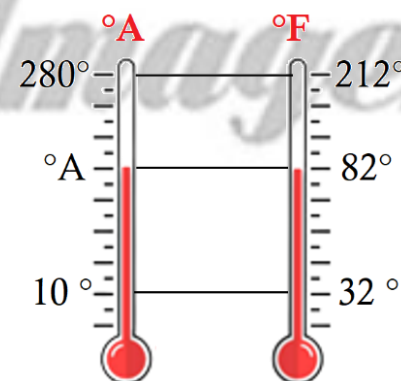
$$\Delta K = 35\text{ K}$$

Por último:

$$298\text{ K} + 25\text{ K} - 35\text{ K} = 288\text{ K}$$

RESPUESTA: "B"

4. En la figura se muestran dos termómetros, si el termómetro en escala Fahrenheit marca 82°F , ¿qué temperatura marcará el termómetro en escala A?

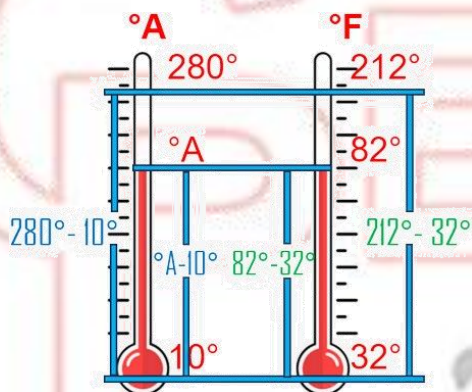


A. 75°A

- B. 85 °A
 C. 90 °A
 D. 80 °A
 E. 95 °A

SOLUCIÓN

Se aplica el teorema de Thales para relacionar las variaciones de temperatura:



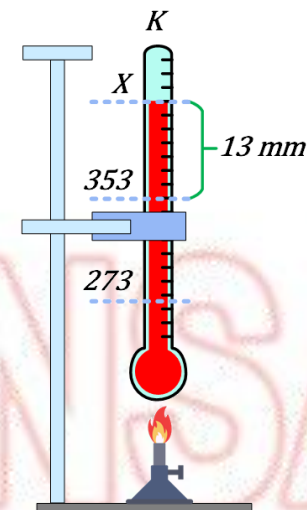
$$\frac{A - 10}{280 - 10} = \frac{82 - 32}{212 - 32}$$

$$\frac{A - 10}{270} = \frac{50}{180}$$

$$A = 85 \text{ °A}$$

RESPUESTA: "B"

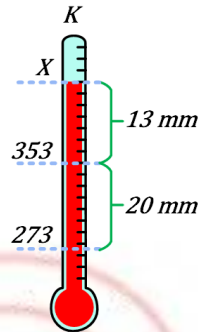
5. La figura muestra un termómetro en escala Kelvin. Si al variar la temperatura de 273 K a 353 K, su longitud aumenta 20 mm. Determine la temperatura "X" que marca dicho termómetro.



- A. 405 K
 B. 400 K
 C. 389 K
 D. 373 K
 E. 366 K

SOLUCIÓN

Establecemos la relación entre la variación de temperatura y la longitud:



Aplicamos el Teorema de Tales:

$$\begin{aligned}\frac{13}{20} &= \frac{X - 353}{353 - 273} \\ X &= \frac{(80)(13)}{20} + 353 \\ X &= 52 + 353 \\ X &= 405 \text{ K}\end{aligned}$$

RESPUESTA: "A"

7.2 EXPANSIÓN TÉRMICA DE SÓLIDOS Y LÍQUIDOS FLUIDOS

Serway y Jewett (2018) explicaron que la expansión térmica se refiere al fenómeno observado en materiales donde aumentan sus dimensiones (longitud, área o volumen) al ser calentados, debido al incremento en la energía cinética de sus moléculas. Este efecto ocurre porque las partículas constituyentes del material se mueven más rápidamente y se separan entre sí, ocupando así un espacio mayor

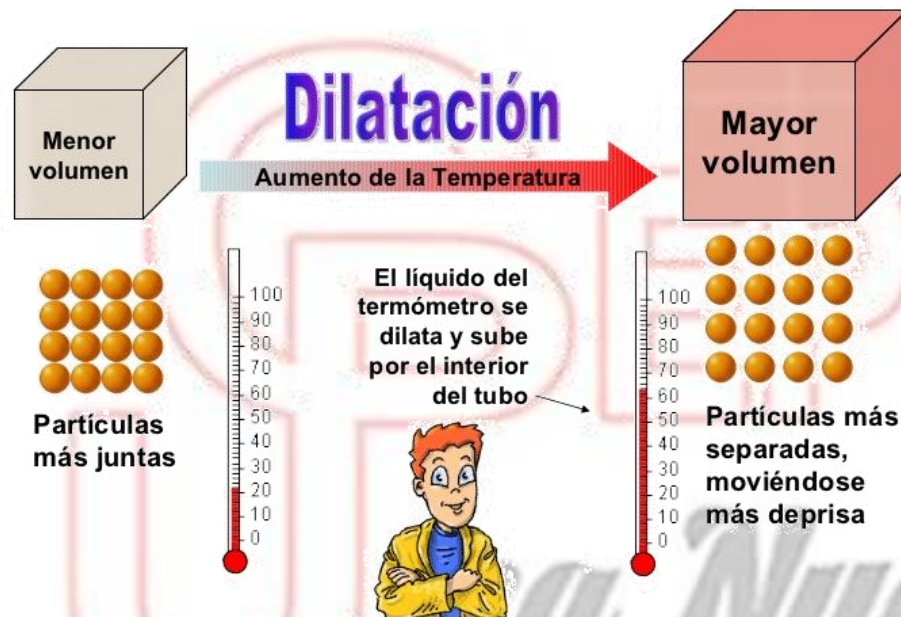
EXPANSIÓN TÉRMICA DE SÓLIDOS: Es el aumento en las dimensiones (longitud, área o volumen) de un sólido cuando se incrementa su temperatura. Esto ocurre porque las partículas en el sólido se mueven más rápidamente, separándose entre sí y ocupando más espacio.

EXPANSIÓN TÉRMICA DE LÍQUIDOS Y FLUIDOS: Similar al caso de los sólidos, los líquidos y los gases también experimentan expansión térmica al calentarse. En líquidos y fluidos, esto se manifiesta principalmente en un aumento de volumen, ya que las moléculas se separan más al recibir más energía térmica.

LA DILATACIÓN TÉRMICA es un término más general que abarca estos fenómenos de expansión térmica en sólidos, líquidos y gases. Se refiere

al cambio en dimensiones o volumen de un material debido a cambios en la temperatura, ya sea que aumente o disminuya.

Fig.7.7: Dilatación térmica



Cuando hablamos de la dilatación de un cuerpo hacemos referencia a un fenómeno que consiste en el aumento de las dimensiones de dicho cuerpo; este aumento puede darse de manera significativa en su largo, ancho y alto y también en estas tres dimensiones en forma simultánea. (Lumbreras, 2008, p. 1202).

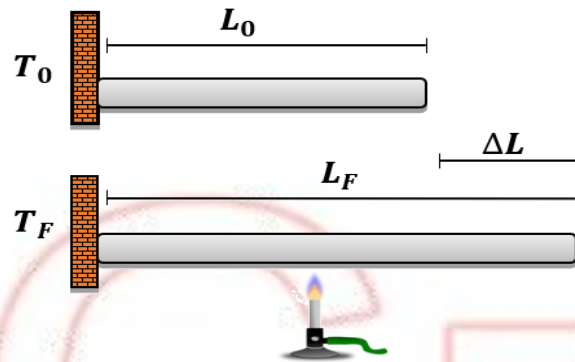
Dilatación térmica es aquel fenómeno físico que consiste en el aumento en sus dimensiones que experimentan ciertos cuerpos como resultado del aumento de su temperatura. Si la temperatura de un cuerpo disminuye este tenderá a contraerse. Cuando calentamos un cuerpo (aumento de su temperatura) las moléculas aumentan su energía cinética (vibración, agitación, traslación) por consiguiente las moléculas necesitan mayor espacio para moverse, entonces decimos que el cuerpo se ha dilatado. (Pérez, Walter, 1989, p.435).

7.2.1 DILATACIÓN LINEAL

Es la variación en longitud que experimenta un cuerpo por efecto del cambio de temperatura. Se da cuando la dilatación es mucho mayor en su largo que en su ancho y alto despreciándose estos dos últimos. Este tipo de dilatación lo experimentan las varillas, alambres, etc. También podemos establecer que a mayor longitud inicial habrá mayor cantidad de incrementos en las separaciones moleculares, lo que se refleja en un mayor incremento de longitud.

Es el aumento longitudinal que experimentan los cuerpos lineales al incrementarse su temperatura. Experimentalmente se demuestra que el incremento de su longitud es directamente proporcional a su longitud inicial y al incremento de su temperatura. (Pérez, Walter, 1989, p.435).

Fig. 7.8: Dilatación Lineal



$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

Recordemos que: $\Delta L = L_f - L_0$ y también $\Delta T = T_f - T_0$

A partir de ello también se puede establecer la ecuación para la longitud final

$$L_f - L_0 = L_0 \alpha \Delta T$$

Entonces:

$$L_f = L_0(1 + \alpha \Delta T)$$

Donde:

ΔL : Incremento de longitud (m)

ΔT : Variación de temperatura ($^{\circ}\text{C}$)

L_0 : Longitud inicial (m)

L_f : Longitud final (m)

α : Coeficiente de dilatación lineal ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

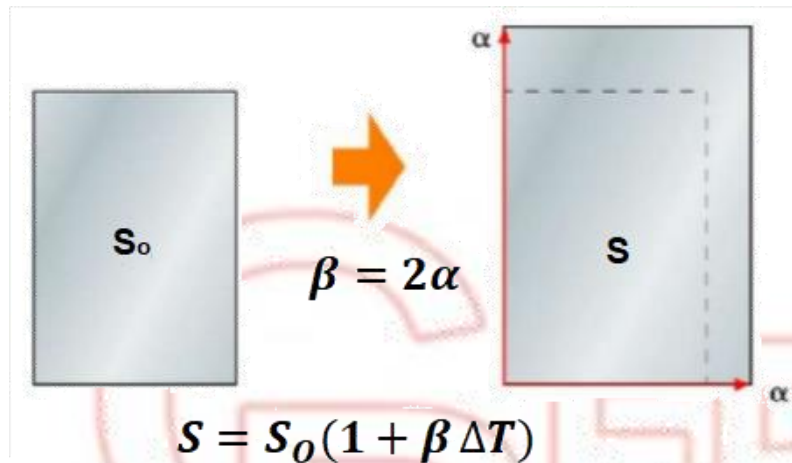
α Se define como el alargamiento de la unidad de longitud por grado de elevación de temperatura.

7.2.2 DILATACIÓN SUPERFICIAL

Es el aumento de superficie o área que experimentan aquellos cuerpos (placas, planchas, láminas) en los que se consideran dos de sus dimensiones como los principales debido al incremento de su temperatura. Experimentalmente se demuestra que el incremento de área es directamente proporcional al área inicial (S_0) y al incremento de temperatura (ΔT). (Pérez, Walter, 1989, p.436).

Cuando un área o superficie se dilata lo hace incrementando sus dimensiones en la misma proporción tanto en su largo como su ancho lo que significa un incremento en su área, la dilatación del área se diferencia de la lineal, porque implica un incremento en su área.

Fig. 7.9: Dilatación Superficial



$$S = S_0(1 + \beta \Delta T)$$

$$\Delta S = S_0 \beta \Delta T$$

Recordemos que: $\Delta S = S_f - S_0$ además $\Delta T = T_f - T_0$

A partir de ello también se puede establecer la ecuación para la superficie final

$$S_f - S_0 = S_0 \beta \Delta T$$

Entonces:

$$S_f = S_0(1 + \beta \Delta T)$$

Donde:

ΔS Variación de superficie (m^2)

ΔT : Variación de temperatura ($^{\circ}C$)

S_0 : Superficie inicial (m^2)

S_f : Superficie final (m^2)

β : Coeficiente de dilatación superficial ($^{\circ}C^{-1}$)

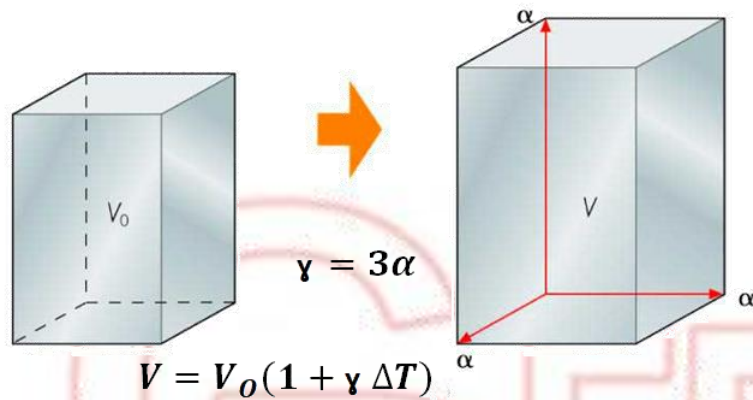
β : Es el aumento que experimenta la unidad de área al aumentar la temperatura un grado.

7.2.3 DILATACIÓN VOLUMÉTRICA

La dilatación volumétrica es el incremento en el volumen de un material cuando se aumenta su temperatura. Este fenómeno se debe al aumento en la energía cinética de las moléculas del material, lo cual provoca que se expandan y ocupen un mayor espacio

Consiste en el aumento de volumen que experimentan los cuerpos debido al incremento de la temperatura. Aquellos cuerpos que se dilatan en volumen, se consideran sus tres dimensiones como los principales. Experimentalmente se demuestra que el incremento en su volumen es directamente proporcional a su volumen inicial y al incremento de la temperatura. (Pérez, Walter, 1989, p.436).

Fig. 7.10: Dilatación Volumétrica



$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta T$$

Recordemos que: $\Delta V = V_f - V_0$ y $\Delta T = T_f - T_0$

A partir de ello también se puede establecer la ecuación para la superficie final

$$V_f - V_0 = V_0 \gamma \Delta T$$

Entonces:

$$V_f = V_0(1 + \gamma \Delta T)$$

Donde:

ΔV : Variación de volumen (m^3)

ΔT : Variación de temperatura ($^{\circ}\text{C}$)

V_0 : Volumen inicial (m^3)

V_f : Volumen final (m^3)

γ : Coeficiente de dilatación volumétrica ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

PROBLEMAS RESUELTOS

1. En un experimento en laboratorio, los estudiantes quieren saber la temperatura en la que una barra de plomo alcanza los 80,24 cm de longitud, cuando inicialmente se registró 80 cm a una temperatura de 15 °C. Coeficiente de dilatación lineal del plomo $\alpha = 3 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

- A. 245 °F
- B. 255 °F
- C. 239 °F
- D. 249 °F
- E. 238 °F

SOLUCIÓN

Para encontrar la temperatura final de la barra de plomo usaremos la ecuación de la variación de longitud:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

$$L_f - L_0 = L_0 \alpha \Delta T$$

$$80,24 - 80 = (80)(3 \times 10^{-5})(T_f - 15)$$

$$0,24 = 24 \times 10^{-4}(T_f - 15)$$

$$10^{-2} = 10^{-4}(T_f - 15)$$

$$10^2 = T_f - 15$$

$$115 \text{ }^{\circ}\text{C} = T_f$$

Finalmente, observamos que las alternativas se encuentran en °F, así que convertimos:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$\frac{115}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$23(9) = F - 32$$

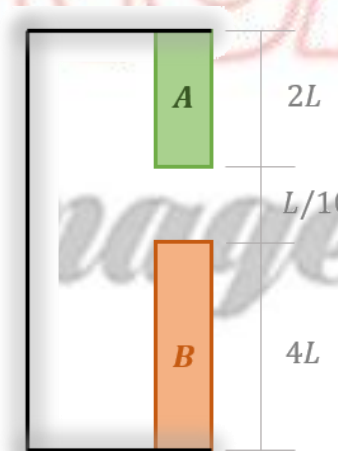
$$F = 239 \text{ }^{\circ}\text{F}$$

RESPUESTA: "C"

2. La figura muestra el mecanismo de funcionamiento de una alarma. Las barras "A" y "B" son sometidas a un aumento de temperatura generando una dilatación lineal para chocar entre sí. Encontrar la variación de temperatura a la que son sometidas las barras "A" y "B".

$$\alpha_A = 4 \times 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

$$\alpha_B = 5 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$



- A. 90 °C
- B. 50 °C
- C. 120 °C
- D. 100 °C

E. 40 °C

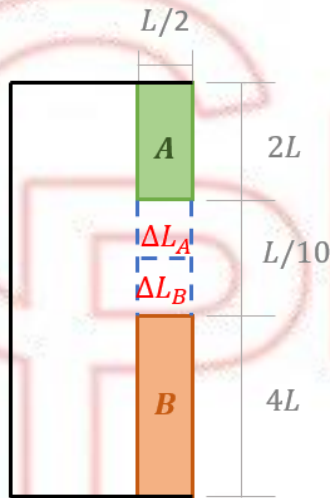
$$\Delta T[8L \times 10^{-4} + 2L \times 10^{-4}] = \frac{L}{10}$$

$$\Delta T[10L \times 10^{-4}] = \frac{L}{10}$$

$$\Delta T[10^{-3}L] = \frac{L}{10}$$

$$\Delta T = \frac{L}{10^{-2}L}$$

$$\Delta T = 100 \text{ °C}$$

RESPUESTA: "D"

Entonces podemos afirmar que:

$$\Delta L_A + \Delta L_B = \frac{L}{10}$$

$$L_{0(A)}\alpha_A\Delta T + L_{0(B)}\alpha_B\Delta T = \frac{L}{10}$$

$$\Delta T(L_{0(A)}\alpha_A + L_{0(B)}\alpha_B) = \frac{L}{10}$$

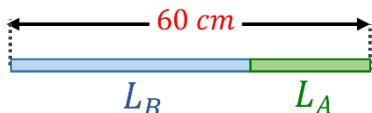
$$\Delta T[(2L) 4 \times 10^{-4} + (4L) 5 \times 10^{-5}] = \frac{L}{10}$$

3. Uniendo dos varillas metálicas "A" y "B" armamos una varilla de 60 cm de longitud. Los coeficientes de dilatación lineal respectivos son $\alpha_A = 4\alpha$ y $\alpha_B = 3\alpha$, con $\alpha = 3 \times 10^{-6} \text{ °C}^{-1}$. Cuando las varillas se calientan 200 °C, la varilla total se dilata 0,12 cm. ¿Cuánto mide inicialmente la varilla "A"?

- A. 15 cm
- B. 30 cm
- C. 20 cm
- D. 40 cm
- E. 45 cm

SOLUCIÓN

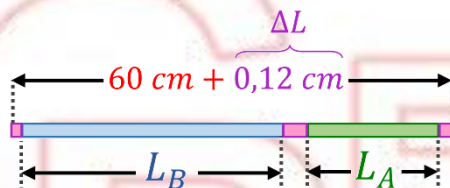
Del enunciado se tiene que la suma de las dos varillas es 60 cm, así:



$$L_A + L_B = 60 \text{ cm}$$

$$L_B = 60 - L_A$$

También la variación de longitud de las dos varillas juntas es 0,12 cm, así:



$$\Delta L_A + \Delta L_B = 0,12 \text{ cm}$$

La variación lineal viene dada por la ecuación:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

Reemplazando esta expresión para cada varilla se tiene:

$$L_A \alpha_A \Delta T + L_B \alpha_B \Delta T = 0,12 \text{ cm}$$

Reemplazamos datos:

$$L_A (4\alpha) \Delta T + (60 - L_A) (3\alpha) \Delta T = 0,12 \text{ cm}$$

$$(\alpha) \Delta T [4L_A + 180 - 3L_A] = 0,12 \text{ cm}$$

$$(3 \times 10^{-6}) (200) [L_A + 180] = 12 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

$$L_A + 180 = 200 \text{ cm}$$

$$L_A = 20 \text{ cm}$$

RESPUESTA: "C"

4. Una placa cuadrada de la cual se sabe que su diagonal mide $4\sqrt{2}$ cm, se coloca dentro de un horno que produce un calentamiento de 80°C . Determine el área final de la placa.

$$(\alpha = 5 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})$$

A. $18,8 \text{ cm}^2$

B. $24,4 \text{ cm}^2$

C. $28,8 \text{ cm}^2$

D. $32,2 \text{ cm}^2$

E. $12,8 \text{ cm}^2$

SOLUCIÓN

Hallamos el área del cuadrado:

$$\text{Área} = \frac{D^2}{2} = \frac{(4\sqrt{2})^2}{2} = 16 \text{ cm}^2$$

Ahora, la variación superficial:

$$\Delta A = A_0 2\alpha \Delta T$$

$$\Delta A = 16(10 \times 10^{-3})80$$

$$\Delta A = 12,8 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, la superficie final será:

$$A_f = A_0 + \Delta A$$

$$A_f = 16 + 12,8$$

$$\therefore A_f = 28,8 \text{ cm}^2$$

RESPUESTA: "C"

5. Una lámina delgada de latón a 10°C tiene la misma superficie que una lámina de acero a 20°C . ¿Cuál es la temperatura común en $^\circ\text{C}$, a la cual ambas láminas volverán a tener la misma superficie? ($\alpha_{\text{Latón}} = 19 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; $\alpha_{\text{acero}} = 11 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

- A. $-3,75\text{ }^{\circ}\text{C}$
 B. $-5,75\text{ }^{\circ}\text{C}$
 C. $-6,75\text{ }^{\circ}\text{C}$
 D. $-2,75\text{ }^{\circ}\text{C}$
 E. $-4,75\text{ }^{\circ}\text{C}$

SOLUCIÓN

Para el latón:

$$T_o = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_f = T$$

$$A_o$$

$$\alpha_{\text{Latón}} = 19 \times 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

Para el acero:

$$T_o = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_f = T$$

$$A_o$$

$$\alpha_{\text{Acero}} = 11 \times 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

Como ambas láminas deben tener la misma superficie, tenemos:

$$\begin{aligned} A_{f(\text{latón})} &= A_{f(\text{acero})} \\ A_o(1 + 2\alpha_{\text{latón}}\Delta T) &= A_o(1 + 2\alpha_{\text{acero}}\Delta T) \\ A_o + 2\alpha_{\text{latón}}A_o\Delta T &= A_o + 2\alpha_{\text{acero}}A_o\Delta T \\ 2\alpha_{\text{latón}}A_o\Delta T &= 2\alpha_{\text{acero}}A_o\Delta T \\ \alpha_{\text{latón}}\Delta T &= \alpha_{\text{acero}}\Delta T \end{aligned}$$

Reemplazando, tenemos:

$$\begin{aligned} 19 \times 10^{-6}(T - 10) &= 11 \times 10^{-6}(T - 20) \\ 19 \times 10^{-6}T - 19 \times 10^{-5} &= 11 \times 10^{-6}T - 22 \times 10^{-5} \\ 19 \times 10^{-6}T - 11 \times 10^{-6}T &= -22 \times 10^{-5} + 19 \times 10^{-5} \\ 8 \times 10^{-6}T &= -3 \times 10^{-5} \\ T &= \frac{-3 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-6}} \\ \therefore T &= -3,75\text{ }^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

RESPUESTA: "A"

6. Dos planchas metálicas muy delgadas están a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $30\text{ }^{\circ}\text{C}$, cuando están a $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ sus áreas se incrementan en un 2 % y 3 % respectivamente. En qué relación se encuentran los coeficientes de dilatación superficial de dichas planchas.

- A. $\frac{1}{2}$
 B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{3}{2}$
 D. $\frac{4}{3}$
 E. $\frac{1}{3}$

SOLUCIÓN

Con respecto al enunciado tenemos:

Primera Plancha

$$T_o = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$$

RESPUESTA: "A"

$$T_f = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_1 = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta A_1 = 2\% A_1$$

Segunda Plancha

$$T_o = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_f = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_2 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta A_2 = 3\% A_2$$

Aplicando la ecuación del incremento del Área de la primera Plancha:

$$\Delta A_1 = A_1 \beta_1 \Delta T_1$$

Reemplazando tenemos:

$$2\% A_1 = A_1 \beta_1 (40)$$

$$2\% = 40 \beta_1 \dots (I)$$

Aplicando la ecuación del incremento del Área de la segunda Plancha:

$$\Delta A_2 = A_2 \beta_2 \Delta T_2$$

Reemplazando tenemos:

$$3\% A_2 = A_2 \beta_2 (30)$$

$$3\% = 30 \beta_2 \dots (II)$$

Dividiendo la ecuación (I) entre la ecuación (II): Obtenemos la relación de los coeficientes.

$$\frac{2\%}{3\%} = \frac{40 \beta_1}{30 \beta_2}$$

$$\therefore \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{1}{2}$$

7. Si el frasco de vidrio mostrado se calienta hasta $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, el volumen del frasco aumenta en 3 cm^3 . Determine el coeficiente de dilatación superficial del vidrio. (en $\mu^{\circ}\text{C}^{-1}$)



$$T_o = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$$

- A. 10,0
- B. 10,5
- C. 20,5
- D. 20,0
- E. 30,0

SOLUCIÓN

La dilatación del frasco:

$$\Delta V = V_o \gamma \Delta T$$

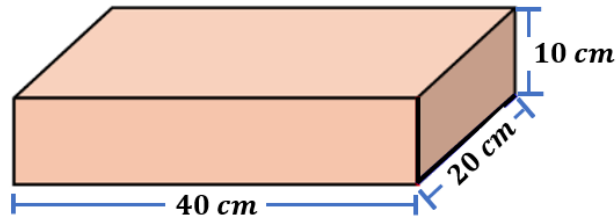
$$3 = 1\,000 \gamma (100 - 0)$$

$$\gamma = 3 \times 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \Rightarrow \alpha = 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

$$\beta = 2 \times 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \Rightarrow \beta = 20\mu\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

RESPUESTA: "D"

8. Se muestra las dimensiones de un bloque de cobre (en cm). Determine el volumen final (en cm^3), si el bloque es calentado de 15°C a 65°C . El coeficiente de dilatación lineal del cobre es de $17 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.



- A. 8 020,36
- B. 8 020,24
- C. 8 020,12
- D. 8 020,60
- E. 8 020,40

SOLUCIÓN

Si B: Área de la base y h: Altura, se tiene que:

$$B = 40(20) = 800 \text{ cm}^2 \quad \wedge \quad h = 10 \text{ cm}$$

El volumen inicial:

$$V_o = Bh \Rightarrow V_o = 800(10) = 8\,000 \text{ cm}^3$$

La dilatación del bloque:

$$\Delta V = V_o \gamma \Delta T$$

El coeficiente de dilatación:

$$\gamma = 3(17 \times 10^{-6}) = 51 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Luego:

$$\Delta V = 8\,000(51 \times 10^{-6})(65 - 15)$$

$$\Delta V = 408\,000 (10^{-6})(50) \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = 204 \times 10^{-1} = 20,4 \text{ cm}^3$$

El volumen final:

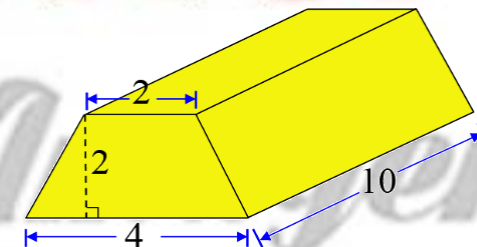
$$V_f = V_o + \Delta V$$

$$V_f = 8\,000 + 20,4$$

$$V_f = 8\,020,4 \text{ cm}^3$$

RESPUESTA: "E"

9. Se muestra un lingote de oro a 10°C , sus dimensiones están en cm. Los extremos son trapecios isósceles paralelos. ¿Cuánto aumenta su volumen (en 10^{-3} cm^3) al elevar la temperatura a 110°C ? El coeficiente de dilatación lineal del oro es de $14 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.



- A. 252,4
- B. 252,2
- C. 252,0
- D. 252,6
- E. 252,8

SOLUCIÓN

Si B: Área de la base y h: Altura, se tiene que:

$$B = \left(\frac{4+2}{2}\right)2 = 6 \text{ cm}^2 \quad \wedge \quad h = 10 \text{ cm}$$

El volumen inicial:

$$V_0 = Bh \Rightarrow V_0 = 6(10) = 60 \text{ cm}^3$$

La dilatación del lingote:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta T$$

El coeficiente de dilatación:

$$\gamma = 3(14 \times 10^{-6}) = 42 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Luego:

$$\Delta V = 60(42 \times 10^{-6})(110 - 10)$$

$$\Delta V = 2\,520(10^{-6})(100) \text{ cm}^3 = 252 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$$

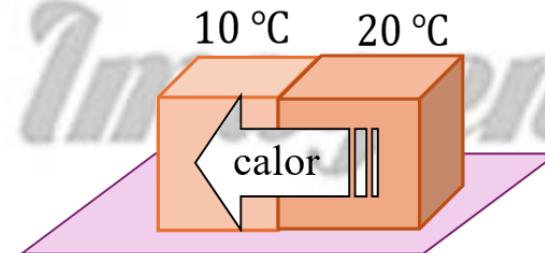
RESPUESTA: "C"

7.3 CALOR

Calorimetría: Es parte de la física donde se estudia las condiciones que deben cumplirse para que se produzca la transferencia de calor. En el lenguaje cotidiano sabemos que el calor hace aumentar o disminuir la temperatura, p. e. al calentar nuestro refrigerio en un horno microondas o al poner un queso al refrigerador para que pueda conservarse.

Rex y Wolfson (2011) señalan que: "El calor es la energía que se transfiere de un objeto a otro debido a la diferencia de temperatura existente entre los dos." (p.309)

Fig. 7.11: Transferencia de calor

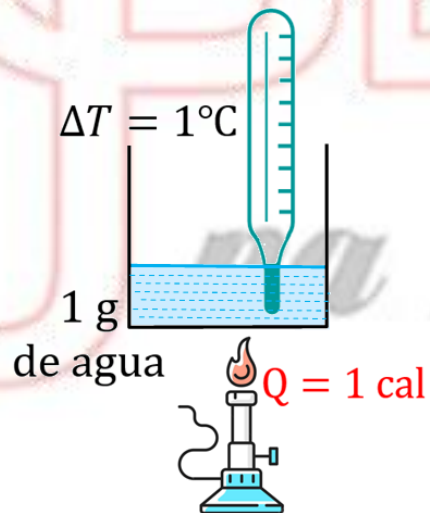


El calor se transfiere de un objeto de mayor temperatura a otro de menor temperatura

Se utilizará el símbolo " Q " para el calor, al ser una energía en tránsito, no es almacenable; p. e. no se puede afirmar que un objeto "contiene una cierta cantidad de calor".

Como el calor es energía en tránsito, en el SI; se mide en joule (J), pero también se define otra unidad que no es del SI, la caloría (cal). Originalmente la caloría fue definida como la cantidad de calor para calentar 1 g de agua en 1 °C.

Fig. 7.12: Definición de caloría



Actualmente se emplea el equivalente $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$

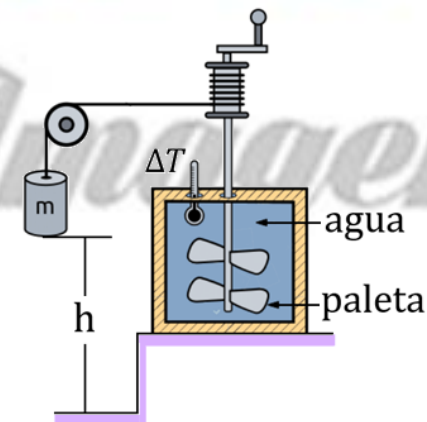
7.3.1 EQUIVALENTE MECÁNICO DEL CALOR

El inglés James Joule desarrolló el aparato que se muestra, al caer la pesa provoca el giro de las paletas, lo que hace que la temperatura aumente, demostrando así que la energía potencial gravitatoria de las pesas se convierte en energía térmica. En el S.I. se dice que 4,186 J de energía mecánica hace que la temperatura de 1 g de agua aumente en 1 °C, obteniéndose así el equivalente mecánico del calor:

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

$$1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}$$

Fig. 7.13: Equivalente mecánico del calor



La pesa pierde energía potencial, las paletas agitan el agua, lo cual origina un incremento de temperatura

7.3.2 CAPACIDAD CALORÍFICA

Rex y Wolfson (2011) señalan que: “La variación de temperatura ΔT es proporcional al calor Q absorbido” (p.311)

$$Q = c m \Delta T$$

$$Q = C \Delta T$$

Donde:

C: Constante de proporcionalidad denominada capacidad calorífica del objeto (*en J/K o bien en cal/°C*)

Q: Calor sensible (*en J o bien en cal*)

ΔT : Variación de la temperatura (*en K o bien en °C*)

Donde:

c: Calor específico (*en J/kg K o bien en cal/g °C*)

Q: Calor sensible (*en J o bien en cal*)

ΔT : Variación de la temperatura (*en K o bien en °C*)

OBSERVACIONES:

- El calor específico del agua:

$$c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

- El calor específico del hielo y vapor de agua:

$$c_{\text{hielo}} = c_{\text{vapor}} = 0,5 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

OBSERVACIÓN:

- Se dice **calor sensible** cuando Q provoca un aumento o disminución de temperatura, sin que haya cambios en la estructura molecular del objeto.

7.3.3 CALOR ESPECÍFICO

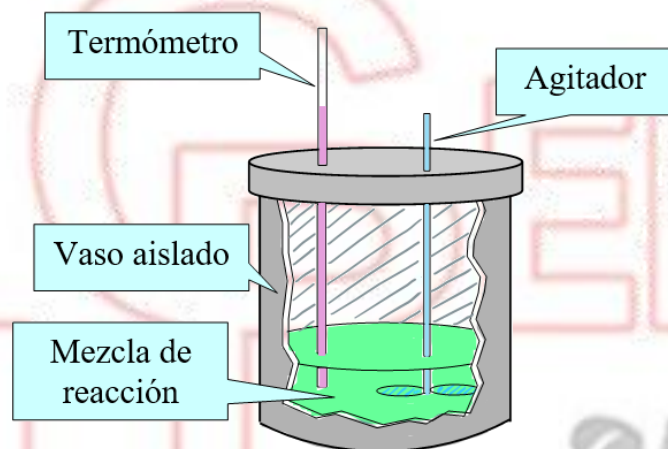
Wilson, Buffa y Lou (2007) señalan que: “La cantidad de calor Q necesaria para cambiar la temperatura de una sustancia es proporcional a la masa m de la sustancia y al cambio en su temperatura ΔT ” (p.370)

- Los materiales que no tardan en calentarse o enfriarse, tienen un bajo calor específico, p. e. los metales.
- Los materiales que tardan en calentarse o enfriarse, tienen un alto calor específico, p. e. el agua.

7.3.4 CALORÍMETRO

Es un recipiente cerrado y aislado térmicamente que se utiliza para determinar el calor específico de los cuerpos (sólidos, líquidos y gaseosos)

Fig. 7.14: Calorímetro



7.3.5 EQUIVALENTE EN AGUA DE UN CALORÍMETRO

Es aquella cantidad de agua que es capaz de absorber o disipar la misma cantidad de calor que un calorímetro, experimentando el mismo cambio de temperatura.

$$m_{\text{agua}} = \frac{m_{\text{cal}} c_{\text{cal}}}{c_{\text{agua}}}$$

Donde:

m_{agua} : Masa del agua

m_{cal} : Masa del calorímetro

c_{cal} : Calor específico del calorímetro

c_{agua} : Calor específico del agua

7.3.6 TRANSFERENCIA DE CALOR

Como el calor es una energía en tránsito, “se mueve” de una región de temperatura alta a una región de temperatura baja, a través de tres mecanismos: conducción, convección y radiación.

- **CONDUCCIÓN.**

Es aquella forma de propagación en la cual, el calor pasa de una región a otra o de un cuerpo a otro en contacto, sin transferir materia entre los cuerpos. Esta actividad se presenta principalmente en los sólidos (p. e. los metales).

- **CONVECCIÓN.**

Es aquella forma de propagación en la cual el transporte de la energía calorífica se hace de un lugar a otro a causa del desplazamiento de las moléculas del cuerpo (líquido o gas),

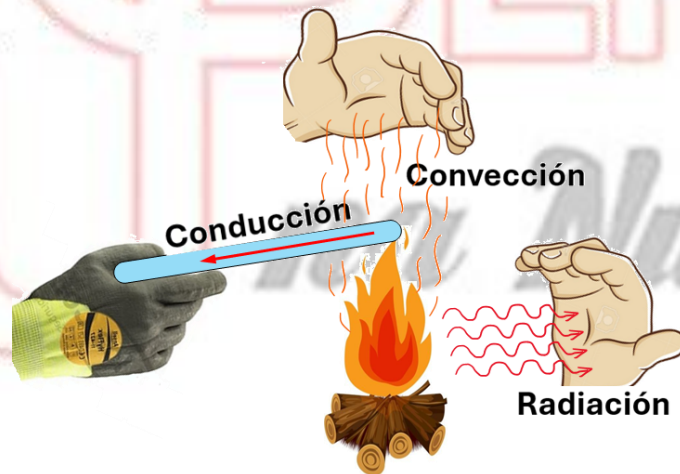
observándose un movimiento cíclico. Esto lo verificamos al hervir agua, o, por el movimiento del aire los calientes hacia arriba y los fríos hacia abajo.

- **RADIACIÓN.**

Young y Freedman (2018) señalan que: “La radiación es la transferencia de calor por ondas electromagnéticas como la luz visible, los rayos infrarrojos y la radiación ultravioleta”. (p.569)

La energía calorífica es transmitida de un cuerpo a otro distante a través del vacío, tal como nos llega la energía radiante del sol.

Fig. 7.15: Formas de transferencia de calor



7.3.7 CAMBIOS DE FASE

Young y Freedman (2018) señalan que: “El término fase se utiliza para describir un estado específico de la materia, como sólido, líquido o gas”. (p.560)

Serway y Vuille (2018) señalan que: “Una sustancia puede experimentar un cambio de temperatura cuando se transfiere energía entre ella y su entorno. Sin embargo, en algunos casos la transferencia de energía no genera un cambio de temperatura. Esto puede ocurrir cuando las características físicas de la sustancia cambian de una forma a otra, a lo que por lo común se denomina cambio de fase”. (p.374)

Normalmente la materia se presenta en una de estas tres fases: Sólida, líquida o gaseosa y algunos cambios entre ellas son de sólido a líquido (fusión), de líquido a gas (ebullición), de gas a líquido (vaporación) y de líquido a sólido (solidificación). Cualquier cambio de fase comprende una variación de la energía interna, pero ningún cambio en la temperatura.

Fig. 7.16: Cambios de fase

$$Q = \pm m L$$



Nota: Tomado de Lifeder (<https://goo.su/uHuUOs>)

CARACTERÍSTICAS:

- A una determinada presión, una sustancia pura cambiará de fase a una temperatura definida.
- Mientras ocurre el cambio de fase, la temperatura se mantiene constante.
- La energía calorífica que se transfiere durante el cambio de fase sólo se invierte en el reordenamiento molecular.

7.3.8 CALOR LATENTE

La energía Q necesaria para cambiar la fase de una sustancia pura dada está dada por:

Donde:

L : Calor latente de la sustancia (en J/kg o bien en cal/g)

Q : Calor transferido (en J o bien en cal)

En la práctica la cantidad de calor " Q " adoptará su denominación según el cambio de fase en la que esté involucrado:

Fusión	Solidificación	Vaporización	Condensación
$Q_{FUSIÓN}$	$Q_{SOLIFICACIÓN}$	$Q_{VAPORIZACIÓN}$	$Q_{CONDENSACIÓN}$

Rex y Wolfson (2011) señalan que: "Los calores de transformación se denominan calores latentes..."

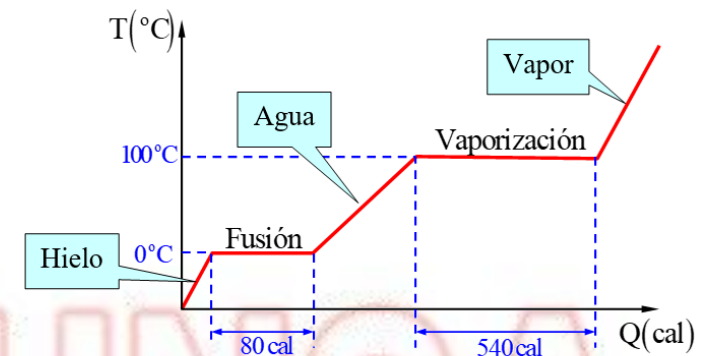
Serway y Vuille (2018) señalan que: "La palabra latente significa "escondido dentro de una persona o cosa". El signo positivo se elige cuando la energía es absorbida por una sustancia, como cuando el hielo se derrite. El signo negativo se elige cuando la energía se remueve de una sustancia, como cuando el vapor se condensa en agua". (p.375)

Fig. 7.17: Gráfica de temperatura vs calor

PARA EL CASO DEL AGUA:

- Temperatura de fusión/solidificación: 0°C
- Calor latente de fusión/solidificación:
 $L_f = 3,33 \times 10^5 \text{ J/kg} \approx 80 \text{ cal/g}$
 $L_s = -3,33 \times 10^5 \text{ J/kg} \approx -80 \text{ cal/g}$
- Temperatura de vaporización/condensación: 100°C
- Calor latente de vaporización/condensación:
 $L_v = 2,26 \times 10^6 \text{ J/kg} \approx 540 \text{ cal/g}$
 $L_c = -2,26 \times 10^6 \text{ J/kg} \approx -540 \text{ cal/g}$

La gráfica de la temperatura en función del calor, para el caso del agua:



Energía calorífica involucrada en el calentamiento y los cambios de fase de 1 g de agua.

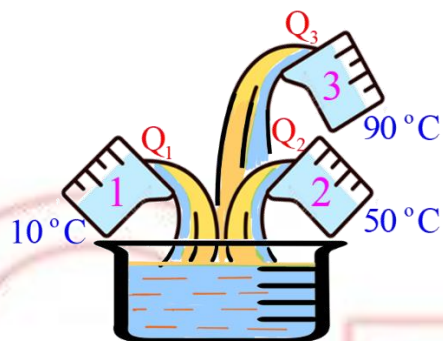
7.3.9 PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA CALORIMETRÍA

Siempre que entre varios cuerpos hay un intercambio de energía calorífica la cantidad de calor perdida por unos cuerpos es igual a la cantidad de calor ganada por otros. (Hewitt, 2016, p.364)

El calor absorbido o cedido depende de la presión que se ejerce sobre una sustancia, tomando como referencia la temperatura de 0°C .

Supongamos que mezclamos tres sustancias que tienen diferentes temperaturas:

Fig. 7.18: Ejemplificación del principio fundamental de la calorimetría



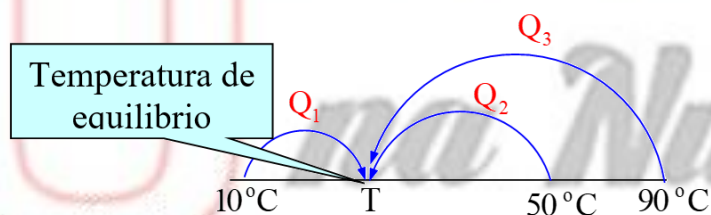
$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow Q_1 = -Q_2 - Q_3$$

En síntesis:

$$Q_{\text{ganado}} = -Q_{\text{perdido}}$$

La mezcla anterior, por cuestiones prácticas queda mejor representado en el siguiente diagrama lineal:

Fig. 7.19: Equilibrio térmico



Cuando el sistema alcanza la temperatura equilibrio, ya no hay transferencia de calor, recordemos que el calor existe solamente cuando hay diferencia de temperaturas. Esta situación se expresa matemáticamente:

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F), con respecto al experimento diseñado por Joule.

- I. Verifica la fricción entre el agua y las aspas del contenedor al producir movimiento.
- II. Determina la cantidad de calor que se genera al realizar un trabajo mecánico.
- III. Permite demostrar que la temperatura es una forma de energía.

- A. FVV
B. VVV
C. VVF
D. VFV
E. FVF

SOLUCIÓN:

(I) F, porque verifica que el calor es una forma de energía.

(II) V, porque demostró que $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$

(III) F, porque demostró que el calor (no la temperatura) es una forma de energía.

RESPUESTA: "E"

2. ¿Qué calor se libera, cuando frena hasta detenerse, un pequeño coche de 500 kg , cuya rapidez es de 8 m/s ?
($1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}$)

A. 3,84 kcal

- B. 3,82 kcal
C. 3,80 kcal
D. 3,78 kcal
E. 3,76 kcal

SOLUCIÓN:

El calor liberado, será debido a la energía cinética:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} (500) (8)^2 = 16\,000 \text{ J}$$

Por el equivalente mecánico del calor:

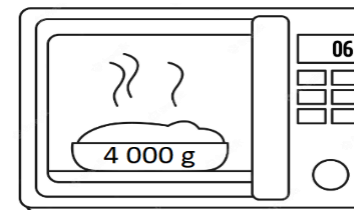
$$Q = 0,24 E_k = 0,24 (16\,000) = 8\,840 \text{ cal}$$

Luego:

$$Q = 3,84 \text{ kcal}$$

RESPUESTA: "A"

3. Un horno aplica 400 kJ de calor a una sustancia de $4\,000 \text{ g}$ de masa, causando una variación de temperatura de 80°C . Hallar el calor específico en $\text{J/kg } ^\circ\text{C}$.

**A. 1 350 J/kg °C**

- B. 1 250 J/kg °C
 C. 1 450 J/kg °C
 D. 1 550 J/kg °C
 E. 1 150 J/kg °C

$$C = 0,09(300)$$

$$C = 27 \text{ cal/}^{\circ}\text{C}$$

RESPUESTA: "C"

SOLUCIÓN:

Debido a la variación de temperatura, utilizamos la ecuación:

$$Q = c m \Delta T$$

$$400(10^3) = c (4)(80)$$

$$c = \frac{100(100)}{8}$$

Luego:

$$c = 1\,250 \text{ J/kg }^{\circ}\text{C}$$

RESPUESTA: "B"

4. En un laboratorio de química preguntan: ¿Cuál es la capacidad calorífica de 0,3 kg de cobre? Si su calor específico es 0,09 cal/g °C?

- A. 30 cal/°C
 B. 18 cal/°C
 C. 27 cal/°C
 D. 24 cal/°C
 E. 37 cal/°C

SOLUCIÓN:

Utilizamos la relación entre la capacidad calorífica y el calor específico:

$$C = c m$$

5. Tres litros de aceite están a 20 °C. Si se le ceden 112,8 kcal, determine la temperatura que alcanza el aceite luego de recibir dicha cantidad de calor. ($\rho_{\text{aceite}} = 800 \text{ kg/m}^3$; $c_{\text{aceite}} = 0,47 \text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$).

- A. 30 °C
 B. 50 °C
 C. 80 °C
 D. 120 °C
 E. 170 °C

SOLUCIÓN:

Debido a la variación de temperatura, utilizamos la ecuación:

$$Q = c m \Delta T$$

$$Q = c \rho V \Delta T$$

$$112,8(10^3) = 0,47(800)(10^3)(3)(10^{-3})\Delta T$$

Simplificando:

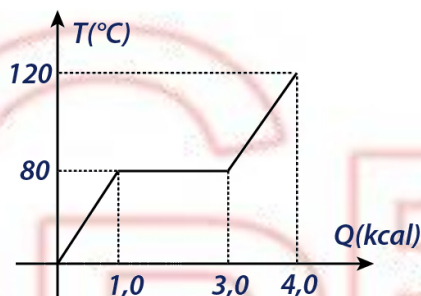
$$\Delta T = 100 \Rightarrow T - 20 = 100$$

Luego:

$$T = 120 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

RESPUESTA: "D"

6. El gráfico muestra la temperatura en función del calor absorbido por un líquido inicialmente a 0°C . ¿Cuánto es el calor latente específico de vaporización? Si el calor específico en la fase gaseosa es de $0,25 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$.



- A. 10 cal/g
- B. 40 cal/g
- C. 50 cal/g
- D. 80 cal/g
- E. 20 cal/g

SOLUCIÓN:

Calculamos la masa observando la fase vapor en el gráfico del problema:

$$Q_1 = c m \Delta T$$

$$(4 - 3)(10^3) = 0,25 m (40)$$

$$m = 100 \text{ g}$$

Calculamos el calor latente de vaporización observando el cambio de fase, mostrado en el gráfico del problema:

$$Q_2 = m L_V$$

$$(3 - 1)(10^3) = 100 L_V$$

Luego:

$$L_V = 20 \text{ cal/g}$$

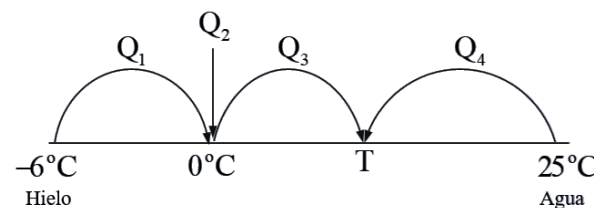
RESPUESTA: "E"

7. En dos litros de agua que está a 25°C se echan 10 cubitos de hielo de 50 g cada uno, que están a -6°C . ¿Qué temperatura de equilibrio se obtiene?

- A. $3,4^\circ\text{C}$
- B. $3,3^\circ\text{C}$
- C. $3,2^\circ\text{C}$
- D. $3,1^\circ\text{C}$
- E. $3,0^\circ\text{C}$

SOLUCIÓN:

Un diagrama lineal del problema:



Por el principio fundamental de la calorimetría:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = -Q_4$$

Considerando que $1\text{ L} <> 1\,000\text{ g}$:

$$\frac{1}{2}(500)(6) + 500(80) + 1(500)T = -1(2000)(T - 25)$$

Efectuando las operaciones combinadas y simplificando:

$$25T = 85 \Rightarrow 5T = 17$$

$$T = 3,4\text{ }^{\circ}\text{C}$$

RESPUESTA: "A"

7.4. PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

Serway y Vuille (2018) señalan que: “La primera ley de la termodinámica relaciona los cambios en la energía interna hacia transferencias de energía debidas al calor y el trabajo.” (p.406)

Si un sistema experimenta un cambio de un estado inicial a un estado final, entonces:

$$\Delta U = U_f - U_i = Q + W$$

Donde Q es la energía que se intercambia entre el sistema y el entorno, y W es el trabajo realizado sobre el sistema.

Fig. 7.20: Sistema termodinámico de calor positivo y trabajo positivo

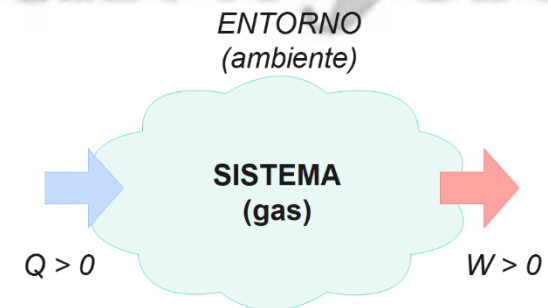
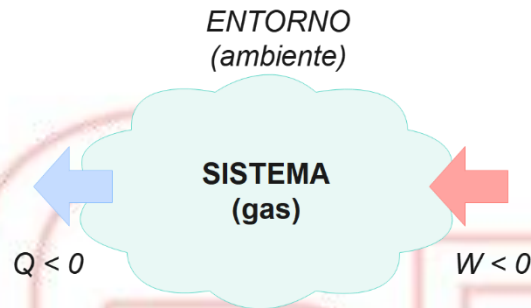


Fig. 7.21: Sistema termodinámico de calor negativo y trabajo negativo



Con respecto al calor:

- Si el gas recibe calor, éste se considera **positivo** ($+Q$)
- Si el gas cede calor, éste se considera **negativo** ($-Q$)

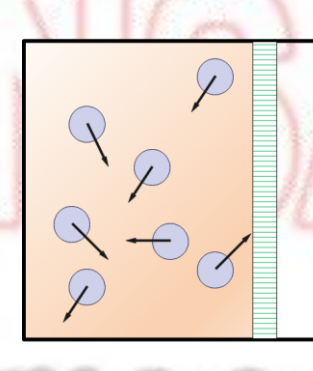
Con respecto al trabajo:

- Si el gas realiza trabajo, éste se considera **positivo** ($+W$)
- Si un agente externo realiza trabajo sobre el gas, éste se considera **negativo** ($-W$)

7.4.1. ENERGÍA INTERNA DE UN GAS IDEAL

Young y Freedman (2018) señalan que: “La energía interna de un sistema es la suma de las energías cinéticas de todas sus partículas constitutivas, más la suma de todas las energías potenciales de interacción entre ellas.” (p.623)

Fig. 7.22: Energía interna de un gas ideal



Young y Freedman (2018) también señalan que: “La energía interna de un gas ideal depende sólo de su temperatura, no de su presión ni de su volumen.” (p.630)

Entonces el cambio en la energía interna de un gas ideal es:

$$\Delta U = nC_v\Delta T$$

Donde:

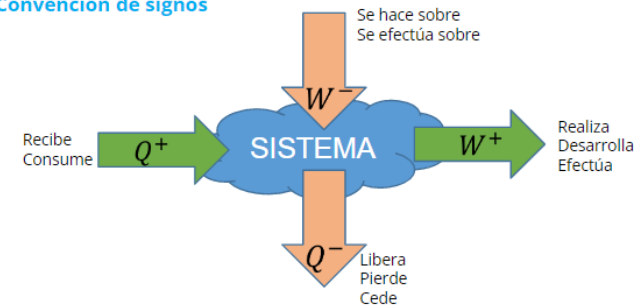
ΔU : Variación de la energía interna (J)

n : número de moles de un gas ideal (mol)

C_v : calor específico a volumen constante (J/mol K)

ΔT : Variación de la temperatura (K)

Convención de signos



El sistema realiza un trabajo: $W = +450 \text{ J}$

El sistema absorbe: $Q = +1\,350 \text{ J}$

Aplicamos la primera ley de Termodinámica:

$$Q = \Delta U + W$$

Reemplazando:

$$1\,350 = \Delta U + 450$$

$$\Rightarrow \Delta U = 900 \text{ J}$$

RESPUESTA: "E"

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Bajo un proceso termodinámico, un sistema realiza 450 J de trabajo, para ello absorbe 1 350 J de calor. ¿Cuál es la variación de energía interna del sistema?

- A. 700 J
- B. -1 800 J
- C. 1 800 J
- D. -900 J
- E. 900 J

SOLUCIÓN

Recordemos

2. Un gas en el interior de un cilindro de sección transversal despreciable en comparación con su longitud, es comprimido por una fuerza de 500 N una longitud de 5 cm, como consecuencia de ello se libera 200 J de energía térmica. Determinar el cambio de energía interna experimentada por el gas.

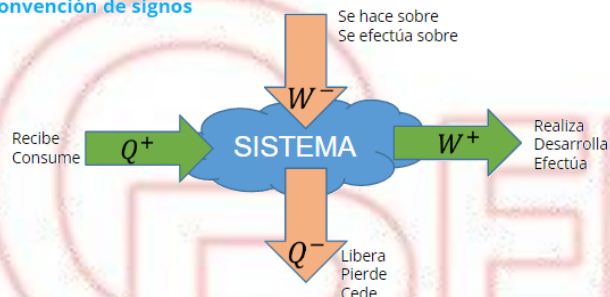
- A. 225 J
- B. 550 J
- C. -175 J

- D. 175 J
E. -150 J

SOLUCIÓN

Recordemos

Convención de signos

Libera calor: $Q = -200 \text{ J}$ Trabajo es: $W = Fd$

$$W = (-500)(5 \times 10^{-2})$$

$$W = -25 \text{ J}$$

El trabajo es negativo porque es un proceso de compresión.

Aplicamos la primera ley de Termodinámica:

$$Q = \Delta U + W$$

$$-200 = \Delta U - 25$$

$$\Rightarrow \Delta U = -175 \text{ J}$$

RESPUESTA: "C"

3. Un sistema termodinámico libera 120 J de calor a su vecindad y sobre él se realiza un trabajo de 280 J. Determine la energía interna final del sistema (en J) si la energía interna inicial fue de 286,6 J.

- A. 65
B. 140,6
C. 316
D. 446,6
E. 503,2

SOLUCIÓN

Aplicamos la primera Ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U$$

$$-120 = -280 + \Delta U$$

$$160 = \Delta U$$

Ahora analicemos la energía interna:

$$\Delta U = U_f - U_i$$

$$160 = U_f - 286,6$$

$$446,6 \text{ J} = U_f$$

RESPUESTA: "D"

4. Se tienen diez moles de un gas ideal monoatómico. Halle la variación de energía interna del gas, si su temperatura varía de 12,5 °C a 92,5 °C. Considere: $R = 8,31 \text{ J/mol K}$ y $c_v = \frac{3}{2}R$.

- A. 972 J
 B. 9 720 J
 C. 9 972 J
 D. 8 972 J
 E. 10 972 J

SOLUCIÓN:

Hallamos la variación de temperatura del gas:

$$\Delta T = T_f - T_0$$

$$\Delta T = 92,5 - 12,5$$

$$\Delta T = 80 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Cabe recordar: $\Delta^{\circ}\text{C} = \Delta\text{K}$

$$\Delta T = 80 \text{ K}$$

La variación de energía interna para cualquier proceso es:

$$\Delta U = nC_v\Delta T$$

$$\Delta U = (10) \left(\frac{3}{2}R \right) (80)$$

$$\Delta U = (10) \left(\frac{3}{2} \right) (8,31)(80)$$

$$\Delta U = \frac{19\,944}{2}$$

$$\Delta U = 9\,972 \text{ J}$$

RESPUESTA: "C"

5. En determinado proceso termodinámico, se tiene 5 moles de un gas monoatómico sobre el cual su temperatura cambia de $40 \text{ }^{\circ}\text{C}$ a $120 \text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuánto será la variación de energía interna de dicho gas? Considere:

$$C_v = \frac{3}{2}R.$$

- A. 8 310 J
 B. 5 981 J
 C. 9 972 J
 D. 4 986 J
 E. 2 493 J

SOLUCIÓN:

Sabemos que $R = 8,31 \text{ J/mol K}$, por lo tanto, aplicamos:

$$\Delta U = nC_v\Delta T$$

$$\Delta U = 5 \left(\frac{3}{2} (8,31) \right) (120 - 40)$$

$$\Delta U = 600(8,31) \\ = 4\,986 \text{ J}$$

RESPUESTA: "D"

6. Se tiene un recipiente herméticamente cerrado que tiene 7 moles de un gas con $C_v = 0,8 \text{ J/mol K}$, sobre el cual se produce un incremento en la temperatura de $360 \text{ }^{\circ}\text{F}$. ¿Cuánto es el cambio en la energía interna (en kJ) que se produce en el gas?

- A. 1,500
- B. 1,180
- C. 1,120
- D. 2,016
- E. 2,880

SOLUCIÓN:

Al ser un recipiente hermético, quiere decir que no habrá cambio en el volumen por lo tanto tampoco el gas desarrollará trabajo, y todo el calor que reciba el gas lo usará para variar su energía interna:

$$\Delta U = nC_v\Delta T$$

$$\Delta U = (7)(0,8) \left(360 \left(\frac{5}{9} \right) \right)$$

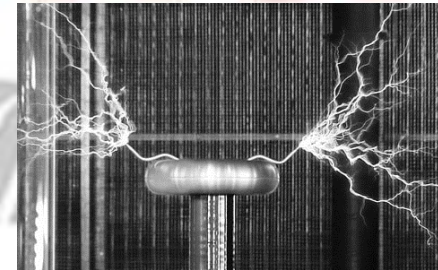
$$\Delta U = 7(0,8)200$$

$$\Delta U = 1,120 \text{ kJ}$$

RESPUESTA: "C"

TEMA 8 ELECTROSTÁTICA:

Cuando se frota un trozo de ámbar sobre la piel de un animal o un trozo de lana, se vuelve capaz de atraer objetos ligeros, esta atracción, extraña propiedad adquirida por el ámbar (elektron, en griego), fue el origen de una nueva área de la Física: la electricidad. el estudio de las propiedades iniciales de la electricidad y la ley que describe la interacción electrostática es el tema de este capítulo.



“Se llama electrostática a la teoría de la electricidad en la que se estudia la interacción y las propiedades de los sistemas de cargas eléctricas en reposo” (Salvador V, 2013 pg. 231).

8.1. CARGA ELÉCTRICA

La materia finalmente está constituida por unidades pequeñas llamadas átomos, éstos están formados por neutrones con carga neutra, protones con carga positiva y electrones con carga negativa, éstos dos últimos tienen igual magnitud de carga.

“Al igual que la masa la carga eléctrica es una propiedad fundamental de la materia; La carga eléctrica de un cuerpo macroscópico está dada por la diferencia entre el número de protones y electrones existentes en él” (Walter Pérez T, 2007 pg. 608).

Un cuerpo es eléctricamente neutro, si el número de protones y electrones existentes en él es el mismo; se carga positivamente si tiene un exceso de protones y queda cargado negativamente si tiene un exceso de electrones.

Cuando hablamos de la carga de un cuerpo, siempre nos referimos a su **carga neta**.

8.2 PROPIEDADES DE LA CARGA ELÉCTRICA

8.2.1 LA CARGA ELÉCTRICA ESTA CUANTIZADA

En la naturaleza existe una «mínima carga» o «quantum» de electricidad que es la carga que posee el electrón o protón; y no es posible encontrar fracciones de ésta. A un cuerpo le podemos añadir o quitar múltiplos enteros del “quantum de carga” pero nunca una fracción, ya que es indivisible. (Burbano, 2005, p.397)

Se puede cuantificar o medir la carga como una cantidad escalar a la que llamaremos cantidad de carga eléctrica (q o Q).

Cantidad de carga eléctrica (q o Q)

“Es la magnitud escalar que mide la cantidad de electrones ganados o perdidos por un cuerpo u objeto”

$$Q = \pm n|e^-|$$

Donde: Q : Cantidad de carga eléctrica. e^- : Carga eléctrica del electrón. e^- : $-1,6 \times 10^{-19}$ C. n : número de electrones transferidos.

Recuerde:

- Si un cuerpo macroscópico tiene más electrones que protones (exceso de electrones), tiene una cantidad de carga eléctrica negativa ($-q$ o $-Q$).
- Si un cuerpo macroscópico tiene más protones que electrones (defecto de electrones), tiene una cantidad de carga eléctrica positiva ($+q$ o $+Q$).

Unidad: La carga eléctrica " Q o q " tiene como unidad en el S.I. al coulomb (C).

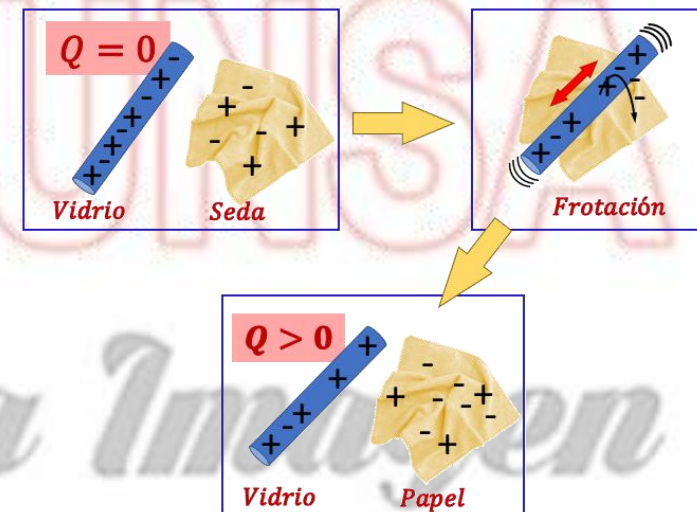
8.2.2 LA CARGA ELÉCTRICA SE CONSERVA

"La suma algebraica de todas las cargas eléctricas en cualquier sistema cerrado es constante". (SEARS Y ZEMANSKY, 2018, p.686)

"La carga de un sistema aislado eléctricamente permanece constante con el tiempo". (Burbano, 2005, p.397)

"La carga no se crea ni destruye, sólo se transfiere de un cuerpo hacia otro". (Sabrera Alvarado y Pérez Terrel, 2009, p.13)

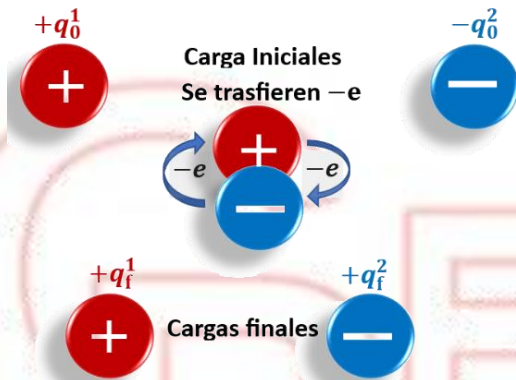
Fig. 8.1: Una barra de vidrio es frotada con seda



Cuando una barra de vidrio es frotada con seda, como se aprecia en la figura 8.1, la seda adquiere una carga negativa igual en magnitud a la carga positiva de la barra de vidrio. De ahí que no cambie la carga eléctrica total en los dos cuerpos. En cualquier proceso de carga en un sistema cerrado, la carga no se crea ni se destruye, sólo se transfiere

de un cuerpo a otro.

Fig. 8.2: Tráferencia de cargas.



De la figura 8.2, se deduce:

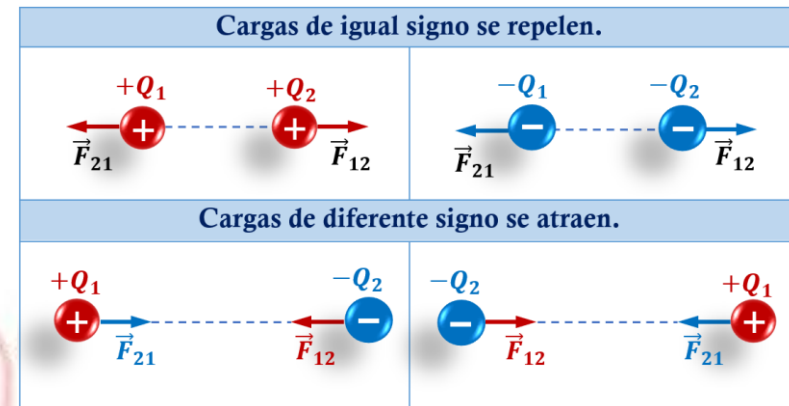
$$q_0^1 + q_0^2 = q_f^1 + q_f^2$$

8.3. LEYES DE LA ELECTROSTÁTICA

8.3.1. LEY CUALITATIVA

La Ley Cualitativa establece que “Cargas de un mismo signo se repelen y cargas de signos opuestos se atraen”. (SEARS Y ZEMANSKY, 2018, p.590). Como se puede observar en la figura 8.3.

Fig. 8.3: Representación de la Ley cualitativa.

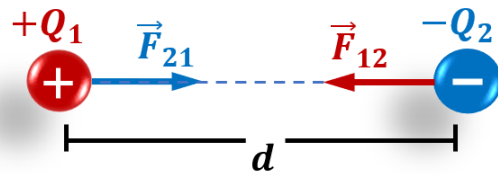


8.3.2. LEY CUANTITATIVA O LEY DE COULOMB

En 1784 Charles Agustín Coulomb estudio con mucho detalle las fuerzas de atracción entre partículas cargadas, estableciendo lo que ahora llamamos Ley de coulomb:

“La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa”. (Serway y Jewett, 2019, p.690)

Fig. 8.4: Representación de la Ley cuantitativa.



En términos matemáticos, el módulo o magnitud “ F ” de la fuerza que cada una de las dos cargas puntuales, “ q_1 ” y “ q_2 ”, separadas una distancia “ d ” (figura 8.4), ejerce sobre la otra se expresa como:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{d^2}$$

Donde:

F : módulo o magnitud de la fuerza eléctrica entre las cargas

q_1 ; q_2 : Cantidad de carga eléctrica

d : distancia de separación entre las cargas

k : constante de Coulomb

$$k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

Magnitud	Unidad en el S.I.
Módulo de la fuerza eléctrica	newton (N)
Cantidad de carga eléctrica	coulomb (C)
distancia	metro (m)
Constante de Coulomb	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$

Las direcciones de las fuerzas que las dos cargas ejercen entre sí siempre se encuentran a lo largo de la recta que las une (figura 8.4). Cuando las cargas q_1 y q_2 tienen el mismo signo, positivo o negativo, las fuerzas son de repulsión; cuando las cargas tienen signos opuestos, las fuerzas son de atracción (3).

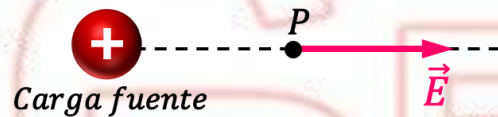
Las dos fuerzas obedecen la tercera ley de Newton; siempre tienen la misma magnitud y dirección opuesta, aun cuando las cargas no tengan igual magnitud. (SEARS Y ZEMANSKY, 2018, p.693)

8.4 CAMPO ELÉCTRICO

El concepto de campo fue desarrollado por Michael Faraday (1791-1867) en el contexto de las fuerzas eléctricas. En este enfoque, se dice que:

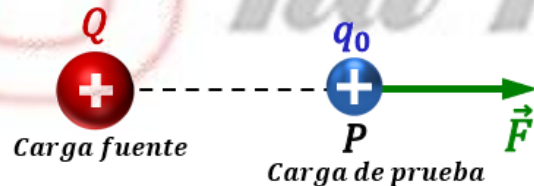
“Existe un campo eléctrico en la región del espacio que rodea al objeto cargado: la carga fuente”. (Serway y Jewett, 2019, p.598). La figura 8.5 muestra la carga fuente (Q) y el campo eléctrico resultante ($\vec{E}$) en un punto “P” en el espacio externo a la carga fuente.

Fig. 8.5: Campo en el punto “P”, producido por la carga (Q).



La presencia del campo eléctrico se puede detectar colocando una carga de prueba (q_0) en el campo y anotando la fuerza eléctrica sobre ella, como se muestra en la figura 8.6.

Fig. 8.6: Carga de prueba en un campo eléctrico.



Definimos el campo eléctrico, debido a la carga fuente en la ubicación de la carga de prueba, como la fuerza eléctrica sobre la carga de prueba por unidad de carga, o, para mayor claridad, el vector del campo

eléctrico ($\vec{E}$), en un punto en el espacio se define como la fuerza eléctrica ($\vec{F}$), que actúa sobre una carga de prueba positiva (q_0) colocada en ese punto, dividida entre la carga de prueba:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

La carga de prueba (q_0), sirve como detector del campo eléctrico ($\vec{E}$): existe un campo eléctrico ($\vec{E}$) en un punto si una carga de prueba (q_0), en dicho punto experimenta una fuerza eléctrica ($\vec{F}$). (Serway y Jewett, 2019, p.599)

Un campo eléctrico tiene tanto magnitud (módulo o intensidad) como dirección. La magnitud del campo en cualquier punto es simplemente la fuerza por unidad de carga. Si una carga de prueba positiva (q_0) experimenta una fuerza de módulo (F) en algún punto del espacio, entonces la magnitud o módulo del campo eléctrico (E) en dicho punto es:

$$E = \frac{F}{q_0}$$

$$E = k \frac{|Q|}{d^2}$$

Donde:***E*** : módulo o magnitud del campo eléctrico***F*** : módulo o magnitud de la fuerza eléctrica***q*₀** : Carga de pruebaDonde:***E*** : módulo o magnitud del campo eléctrico***F*** : módulo o magnitud de la fuerza eléctrica***Q*** : Carga fuente***d*** : distancia de separación entre las cargas***k*** : constante de Coulomb

$$k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

De la Ley de Coulomb:

$$F = k \frac{|Qq_0|}{d^2}$$

Reemplazando ***F*** en:

$$E = \frac{F}{q_0} \Rightarrow E = \frac{k \frac{|Qq_0|}{d^2}}{q_0}$$

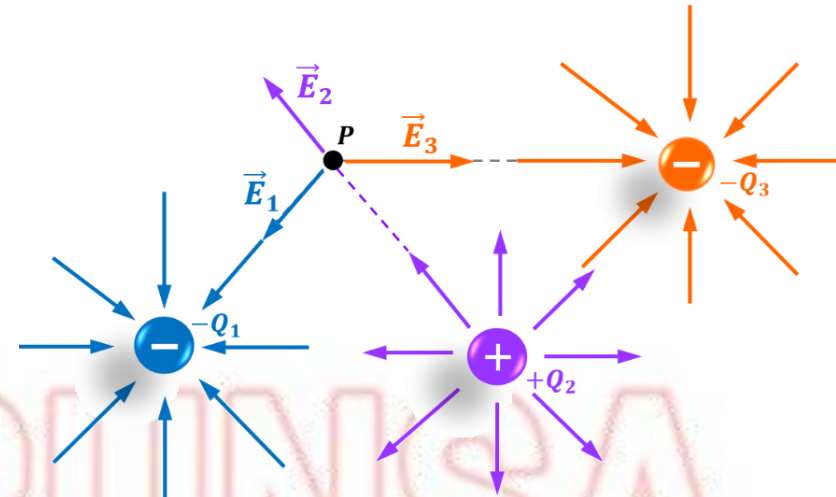
Finalmente:

Magnitud	Unidad en el S.I.
Módulo del campo eléctrico (<i>E</i>)	(N/C)
Módulo de la fuerza eléctrica (<i>F</i>)	newton (N)
Cantidad de carga eléctrica (<i>Q</i>)	coulomb (C)
Distancia (<i>d</i>)	metro (m)

Constante de Coulomb (k) $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$

Observaciones:

- Llamaremos a la carga fuente (Q), carga puntual.
- Una carga puntual es aquella cuyas dimensiones espaciales son muy pequeñas en comparación a cualquier longitud pertinente al problema en consideración.
- La carga de prueba q_0 , es lo suficientemente pequeña como para no perturbar la distribución de cargas responsable por el campo eléctrico.



$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

8.4.1. PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN DE LOS CAMPOS

“El campo eléctrico que producen varias cargas puntuales en un mismo punto viene dado por la **suma** vectorial de los campos que cada una produce de manera independiente sobre dicho lugar”. (Aucallanchi, 1995, p.367)

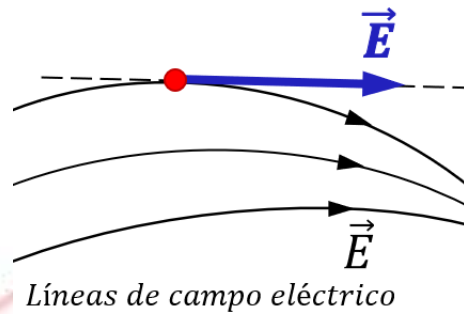
Fig. 8.7: Distribución de cargas puntuales.

8.4.2. LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO

Son líneas imaginarias, se utilizan para representar el campo eléctrico en una región del espacio.

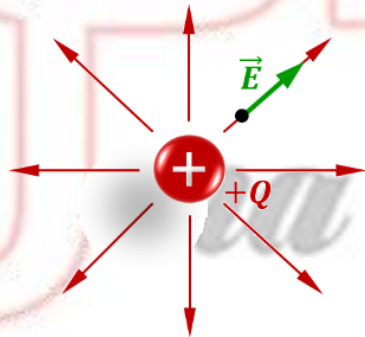
- En cada punto, el vector campo eléctrico ($\vec{E}$) es tangente a estas líneas. Tal como se observa en la figura 8.8:

Fig. 8.8: Vector campo eléctrico, tangente a las líneas de campo.



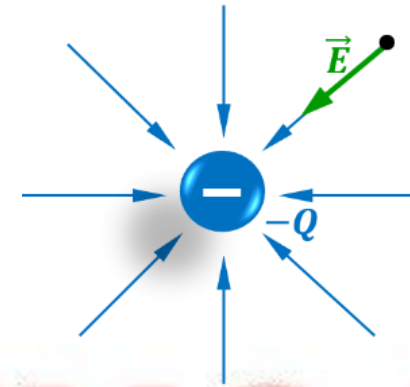
- Para una carga puntual positiva, las líneas de campo se van alejando de la carga, como lo muestra la figura 8.9.

Fig. 8.9: Carga puntual positiva.



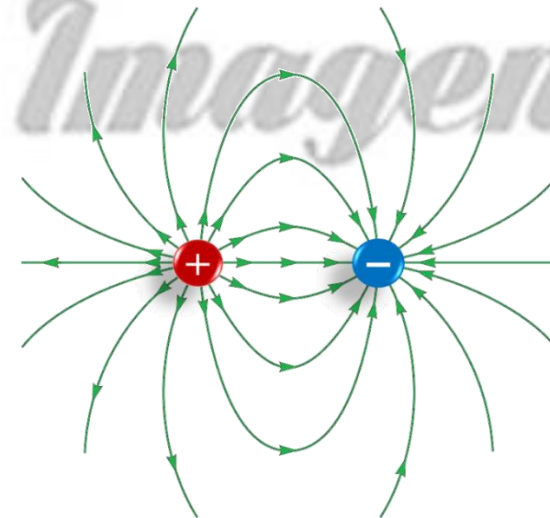
- Para una carga puntual negativa, las líneas de campo se van acercándose a la carga, como lo muestra la figura 8.10.

Fig. 8.10: Carga puntual negativa.



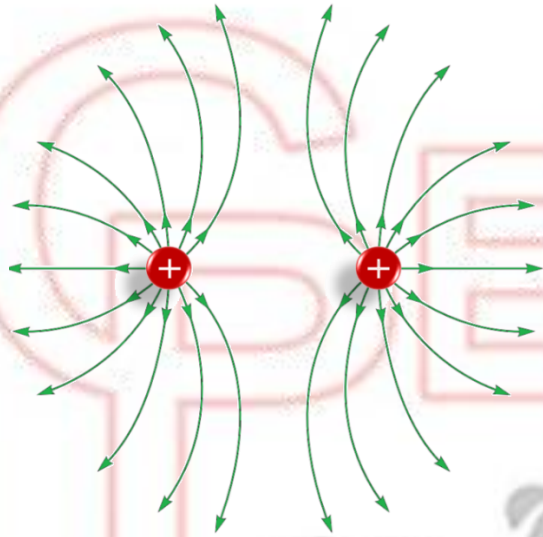
- Para dos cargas de igual magnitud, una positiva y otra negativa (un dipolo); las líneas de campo se dirigen de la carga positiva hacia la negativa, como lo muestra la figura 8.11.

Fig. 8.11: Se muestra las líneas de campo en un dipolo.



- Dos cargas positivas de igual magnitud, se observa las líneas de campo eléctrico en la figura 8.12.

Fig. 8.12: Se muestra las líneas de campo en un dipolo.



Nota: Elaboración propia

- Las reglas para dibujar las líneas de un campo eléctrico son las siguientes:

Las líneas deben empezar en una carga positiva y terminar en una carga negativa. En caso de que haya un exceso en cualquier carga, algunas líneas empezarán o terminarán en el infinito.

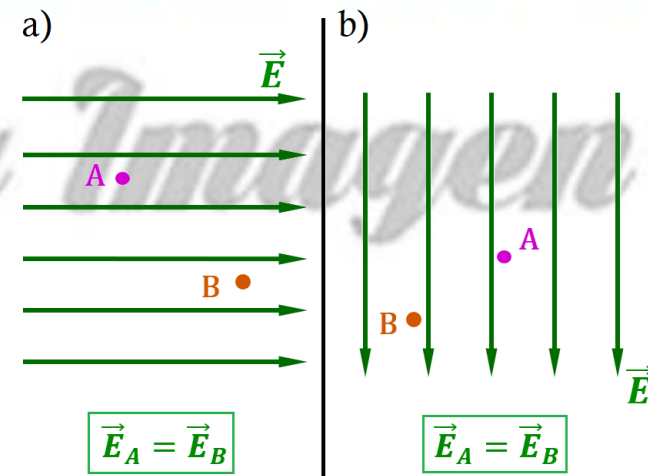
El número de líneas dibujadas que salen de una carga positiva o se acercan a una carga negativa será proporcional a la magnitud de dicha carga.

Dos líneas de campo no se pueden cruzar.

8.4.3. CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME U HOMOGÉNEO

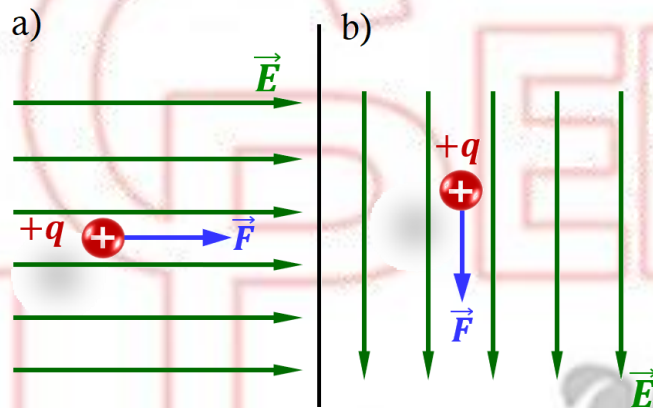
Un campo eléctrico uniforme u homogéneo se representa mediante líneas de fuerza igualmente espaciadas, como se muestra en la figura 8.13.

Fig. 8.13: Campos magnéticos uniformes u homogéneos.



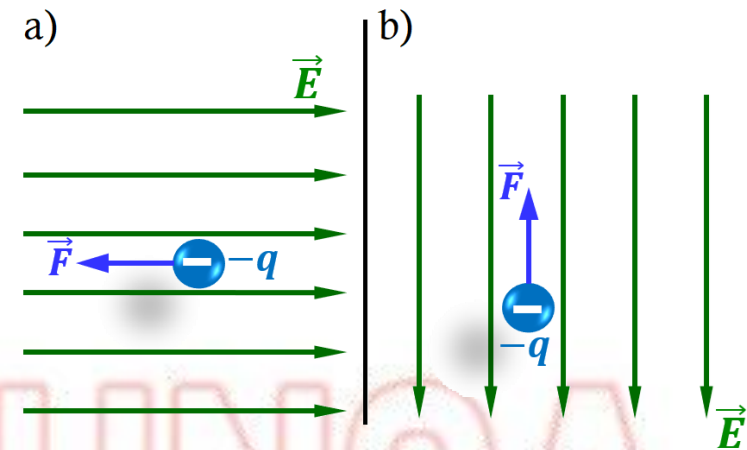
- Cuando colocamos una carga puntual positiva ($+q$) en un campo eléctrico uniforme u homogéneo (figura 8.14), sobre esta carga actúa una fuerza eléctrica que tiene la misma dirección que las líneas de campo.

Fig. 8.14: Se muestra dos campos homogéneos.



- Cuando colocamos una carga puntual negativa ($-q$) en un campo eléctrico uniforme u homogéneo (figura 8.15), sobre esta carga actúa una fuerza eléctrica que tiene dirección opuesta a las líneas de campo.

Fig. 8.15: Se muestra dos campos homogéneos.



8.4.4. FLUJO ELÉCTRICO O FLUJO DE CAMPO ELÉCTRICO

“El flujo del campo eléctrico (Φ_E), a través de una superficie elemental (o número de líneas de fuerza que atraviesan a ésta, en nuestro sistema de representación del campo), equivale al producto de la intensidad del campo por el área de la superficie, por el coseno del ángulo que forman el campo con la normal a la superficie”. (Burbano, 2005, p.402)

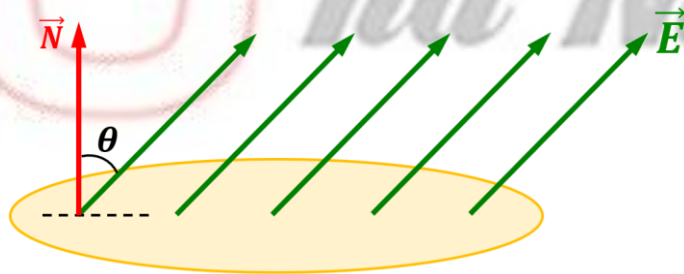
Ver figura 8.16.

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$

Donde: Φ_E : Flujo eléctrico E : módulo del campo eléctrico d : área

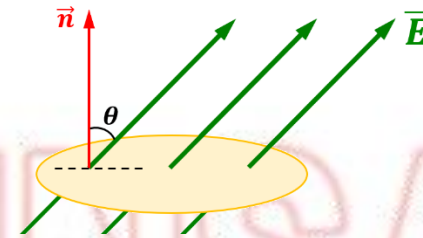
Magnitud	Unidad en el S.I.
Flujo eléctrico	$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$
Módulo del campo eléctrico	newton/coulomb (N/C)
Área	metro cuadrado (m^2)

Fig. 8.16: Líneas de campo eléctrico atravesando una superficie plana.



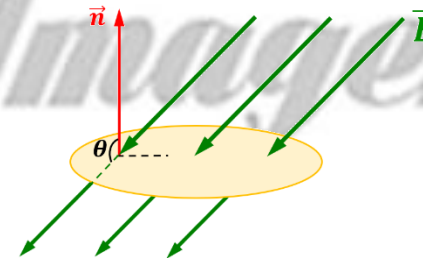
- Positiva, si las líneas de campo eléctrico salen de la superficie, como se muestra en la figura 8.17.

Fig. 8.17: Líneas de campo eléctrico atravesando una superficie plana.



- Negativa, si las líneas de campo eléctrico ingresan a la superficie, como se muestra en la figura 8.18.

Fig. 8.18: Líneas de campo eléctrico atravesando una superficie plana.



El flujo del campo eléctrico a través de una superficie es una cantidad física escalar que puede ser:

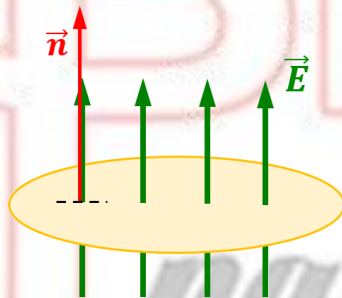
Casos particulares:

- Para, $\theta = 0^\circ$, el flujo del campo eléctrico a través de la superficie es máximo. (figura 8.19)

Siendo: $\cos 0^\circ = 1 \Rightarrow \Phi_E = E A \cos \theta$

$$\Phi_E = E A$$

Fig. 8.19: Líneas de campo eléctrico atravesando una superficie plana.



- Para, $\theta = 90^\circ$, el flujo del campo eléctrico a través de la superficie es nulo.

Siendo: $\cos 90^\circ = 0 \Rightarrow \Phi_E = E A \cos \theta$

$$\Phi_E = 0$$

Nota:

- La normal a la superficie, se define como el vector perpendicular a la cara externa de la superficie.
- El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada siempre es nulo.

8.5. ENERGIA POTENCIAL ELÉCTRICA

La energía potencial eléctrica (U) de una carga (q_0), en un punto “P” del campo eléctrico externo ($\vec{E}$), es el trabajo realizado para traer a dicha carga desde el infinito hasta un punto “P”, venciendo la oposición de este campo eléctrico. (Sabrera Alvarado, 2010, p.1301). Como se muestra en la figura 8.20.

De lo cual, se expresa:

$$U = W_{\infty \rightarrow P}$$

$$U = k \frac{Qq_0}{d}$$

Entonces:

Distancia

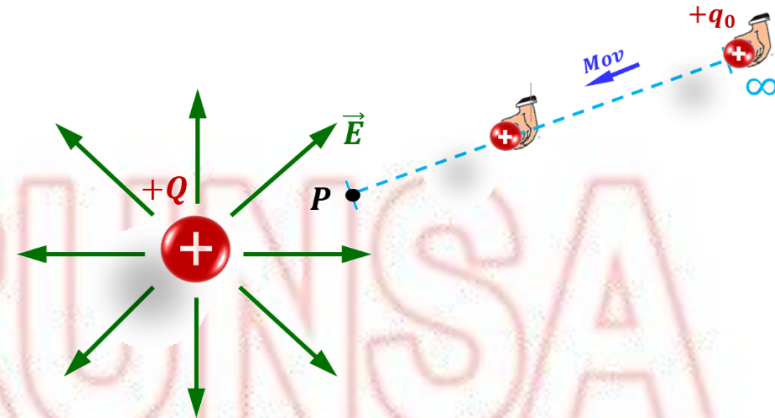
metro (m)

$$W_{\alpha \rightarrow P} = k \frac{Qq_0}{d}$$

Donde: $W_{\alpha \rightarrow P}$: trabajo Q : Carga fuente o puntual q_0 : Carga de prueba d : distancia de separación entre las cargas k : constante de Coulomb

$$k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

Fig. 8.20: Líneas de campo eléctrico atravesando una superficie plana.



La unidad de la Energía Potencial Eléctrica es: joule (J)

8.6 POTENCIAL ELÉCTRICO

El potencial (V) es: “La energía potencial por unidad de carga” y se define, en cualquier punto del campo eléctrico, como la energía potencial (U) por unidad de carga asociada con una carga de prueba (q_0) en ese punto. (SEARS Y ZEMANSKY, 2018, p.693)

Magnitud	Unidad en el S.I.
Trabajo y energía potencial eléctrica	joule (J)
Carga eléctrica	coulomb (C)

$$V = \frac{U}{q_0}$$

Tanto la energía potencial como la carga son escalares, por lo que el Potencial Eléctrico es una cantidad escalar.

La unidad del potencial eléctrico en el S.I. es el *volt* (1V) en honor al científico italiano Alejandro Volta, y es igual a 1 joule por coulomb:

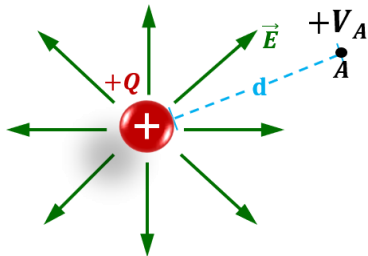
$$1V = 1\text{volt} = 1\text{ J/C} = 1\text{ joule/coulomb}$$

8.6.1 CÁLCULOS DEL POTENCIAL ELÉCTRICO (V)

Potencial eléctrico en un punto dentro de un campo eléctrico

Para una carga puntual positiva (+Q), genera un potencial eléctrico positivo (+V), en todos sus puntos, tal como se muestra en la figura 8.21.

Fig. 8.21: Carga positiva.

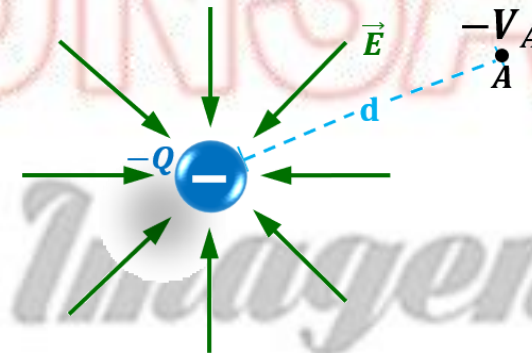


De la figura 8.21, el potencial eléctrico en el punto "A" se halla:

$$V_A = \frac{K(+Q)}{d}$$

Para una carga puntual negativa (−Q), genera un potencial eléctrico negativo (−V), en todos sus puntos, tal como se muestra en la figura 8.22.

Fig. 8.22: Carga negativa.



De la figura 8.22, el potencial eléctrico en el punto "A" se halla:

$$V_A = \frac{K(-Q)}{d}$$

Donde:

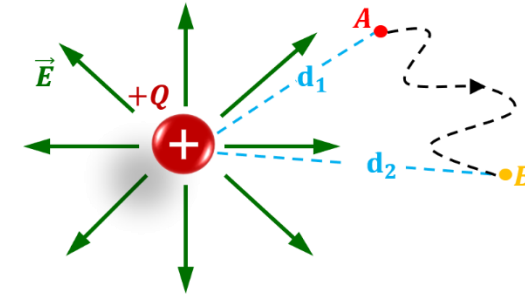
V_A : potencial eléctrico en el punto “A”

Q : carga fuente o carga puntual

d : distancia de la carga al punto “A”

k : constante de Coulomb

$k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$



Nota: Elaboración propia

La diferencia de potencial entre los puntos “A” y “B” es:

En cualquier caso, el Potencial Eléctrico (V) es cero cuando $d = \infty$, es decir, el Potencial Eléctrico es cero a una distancia infinita.

- La diferencia de potencial eléctrico para una carga puntual positiva ($+Q$), se representa en la figura 8.23.

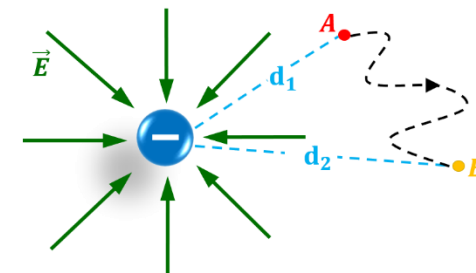
$$V_{AB} = V_A - V_B$$

Fig. 8.23: Diferencia de potencial para una carga positiva.

- La diferencia de potencial eléctrico para una carga puntual negativa ($-Q$), se representa en la figura 8.24.

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

Fig. 8.24: Diferencia de potencial para una carga positiva.



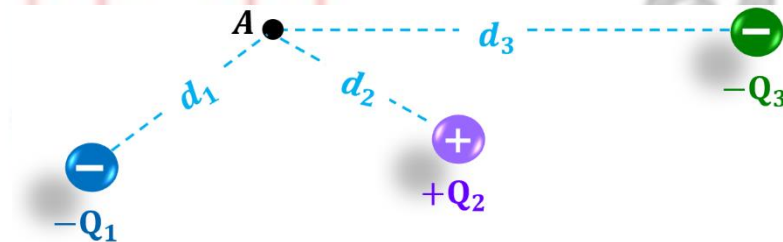
Nota: Elaboración propia

Potencial Eléctrico (V) en un punto debido a varias cargas puntuales

El Potencial Eléctrico (V_A) en el punto "A", debido a la presencia de un sistema de cargas puntuales Q_1 , Q_2 y Q_3 es la suma algebraica (suma ordinaria) de los potenciales eléctricos positivos o negativos de cada una de las cargas. (ver figura 8.25)

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

Fig. 8.25: Potencial en el punto A debido a cargas.



Superficie Equipotenciales

Una superficie equipotencial, es una superficie tridimensional sobre la que el potencial eléctrico (V) es el mismo en todos los puntos. Si una

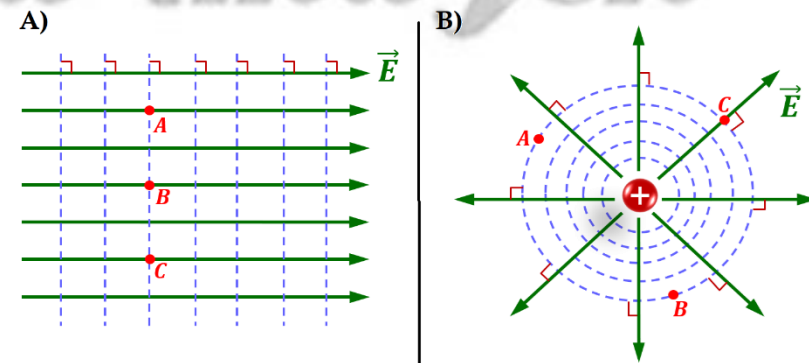
carga de prueba (q_0) se desplaza de un punto a otro sobre tal superficie, la energía potencial eléctrica (U) permanece constante.

Las líneas de campo y las superficies equipotenciales siempre son perpendiculares entre sí. Para el caso especial de un campo uniforme, donde las líneas de campo son rectas, paralelas y están igualmente espaciadas, las superficies equipotenciales son planos paralelos, perpendiculares a las líneas de campo, como se observa en la figura 8.26.

La figura 26, nos muestra que el potencial en diferentes puntos tiene el mismo valor, es decir:

$$V_A = V_B = V_C$$

Fig. 8.26: Nos muestra dos campos y las superficies equipotenciales.



Relación entre el campo eléctrico y el potencial

De la figura 8.27, la relación entre la magnitud de un campo eléctrico uniforme y la diferencia de potencial entre dos puntos "A" y "B" del mismo, separados por una distancia " d ", viene dado por:

$$V_{AB} = Ed$$

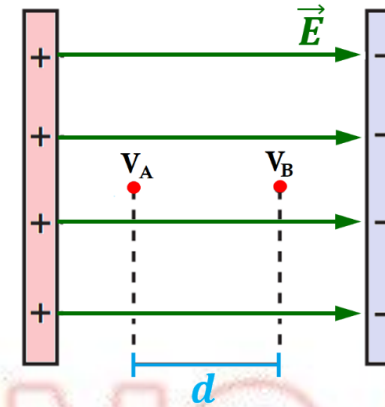
Siendo, el potencial en el punto "A" mayor que el potencial en el punto "B" ($V_A > V_B$).

De: $V_{AB} = E d$

$$E = \frac{V_{AB}}{d}$$

Se deduce que la unidad del campo eléctrico ($\vec{E}$) es el voltio/metro (V/m)

Fig. 8.27: Muestra un campo homogéneo.



8.7 CAPACITORES

Un capacitor es un dispositivo que almacena energía potencial eléctrica y carga eléctrica. Para hacer un capacitor, basta aislar dos conductores uno del otro. Para almacenar energía en este dispositivo hay que transferir carga de un conductor al otro, de manera que uno tenga carga negativa y el otro tenga una cantidad igual de carga positiva. Debe realizarse trabajo para trasladar las cargas a través de la diferencia de potencial resultante entre los conductores, y el trabajo efectuado se almacena como energía potencial eléctrica. Los capacitores tienen un gran número de aplicaciones prácticas en dispositivos tales como unidades electrónicas de flash fotográfico, láseres pulsados, sensores de bolsas de aire para automóviles, y receptores de radio y televisión.

8.7.1 CAPACITORES O CONDENSADORES

Los capacitores o condensadores son dispositivos que se usan como almacenes de energía potencial eléctrica y carga eléctrica. (Sears y Zemansky, 2018, p.786)

Un capacitor se representa con cualquiera de estos símbolos mostrados en la figura 8.28.

Fig. 8.28: Representación de un capacitor.



Nota: Elaboración propia

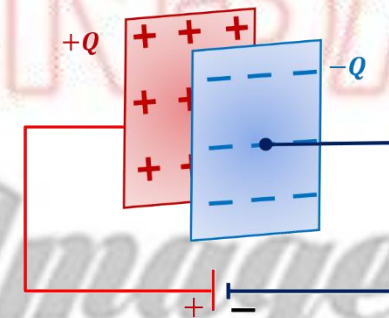
En cada uno de estos símbolos las líneas verticales (rectas o curvas) representan los conductores, y las líneas horizontales representan los alambres conectados a uno y otro conductor., tal como se muestra en la figura 8.28.

Capacitor de placas paralelas

El capacitor o condensador más sencillo es un par de placas conductoras separadas por un aislante o vacío (figura 29). Para

almacenar energía en este dispositivo hay que transferir carga de un conductor a otro, de modo que uno tenga carga negativa ($-Q$) y en el otro haya una cantidad igual de carga positiva ($+Q$). Debe realizarse trabajo para trasladar las cargas a través de la diferencia de potencial resultante entre los conductores y el trabajo efectuado se almacene como energía potencial eléctrica.

Fig. 8.29: Capacitor de placas paralelas.



8.7.2 CAPACITANCIA

La capacitancia C de un capacitor se define como la razón de la magnitud de la carga en cualquiera de los conductores a la magnitud de la diferencia de potencial entre dichos conductores. (Serway y Jewett, 2019, p.664)

Donde:

C : capacitancia

V_{AB} : diferencia de potencial

Q : carga

$$C = \frac{Q}{V_{AB}}$$

Por definición, la capacitancia siempre es una cantidad positiva. Además, la carga (Q) y la diferencia de potencial (V) siempre se expresan en la ecuación como cantidades positivas. (Serway y Jewett, 2019, p.664)

Así, la capacitancia es una medida de la cantidad de energía que puede almacenar un capacitor. (SEARS Y ZEMANSKY, 2018, p.786)

La unidad del S.I. para la capacitancia es el farad (F), en honor del físico inglés del siglo *XIX*, Michael Faraday. De acuerdo con la ecuación, un farad es igual a un coulomb por volt (1 C/V):

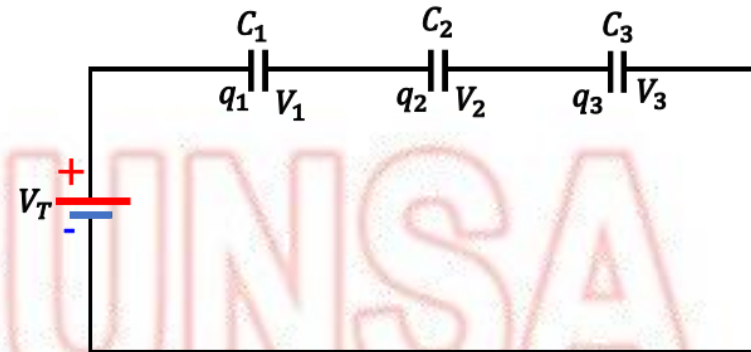
$$1\text{ F} = 1\text{ farad} = 1\text{ C/V} = 1\text{ coulomb/volt}$$

8.7.3 CAPACITORES EN SERIE Y PARALELO

Capacitores en serie

En una conexión de capacitores en serie, los capacitores se conectan uno en seguida del otro, tal como se muestra en la figura 8.30.

Fig. 8.30: Capacitores conectados en serie a una diferencia de potencial.



Características de una conexión de capacitores en serie:

- En una conexión de capacitores en serie, la magnitud de la carga en todos los capacitores es la misma.

$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

- Las diferencias de potenciales individuales de cada capacitor no son las mismas., se representa:

$$V_1 = \frac{q}{C_1}$$

$$V_2 = \frac{q}{C_2}$$

$$V_3 = \frac{q}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Siguiendo los símbolos V_1 , V_2 , V_3 y V se utilizan para indicar las diferencias de potencial V_1 (a través del primer capacitor), V_2 (a través del segundo capacitor), V_3 (a través del tercer capacitor) y V (a través de toda la combinación de capacitores), respectivamente.

- Las diferencias de potenciales individuales se suman para dar el potencial total (V)

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

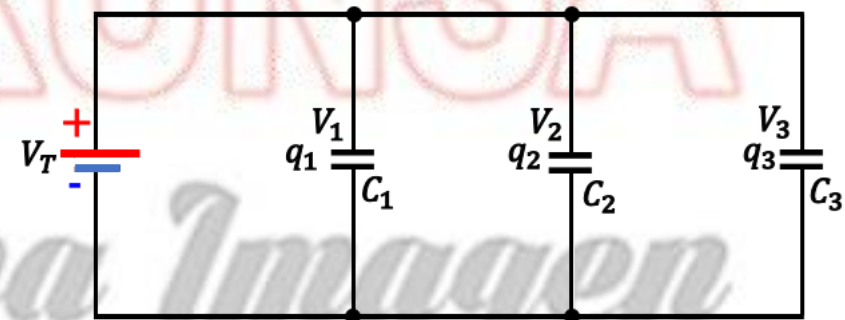
- Para el capacitor equivalente, en una combinación de tres o más capacitores conectados en serie, la relación para la capacitancia equivalente es:

“El recíproco de la capacitancia equivalente de una combinación de capacitores en serie es igual a la suma de los recíprocos de las capacitancias individuales”

Capacitores en paralelo

Dos o más capacitores conectados como se muestra en la figura 8.31, se conocen como combinación en paralelo.

Fig. 8.31: Capacitores conectados en paralelo a una diferencia de potencial.



Nota: Elaboración propia

- En una conexión en paralelo, la diferencia de potencial para todos los capacitores individuales es la misma.

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

- Sin embargo, las cargas en los capacitadores individuales no son iguales. La carga de los capacitadores individuales se suma para dar la carga total (Q).

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

- “La capacitancia equivalente de una combinación en paralelo es igual a la suma de las capacitancias individuales”

$$C = C_1 + C_2 + C_2 + \dots$$

- Donde cada capacitancia individual se representa:

$$C_1 = \frac{q}{V_1}$$

$$C_2 = \frac{q}{V_2}$$

$$C_3 = \frac{q}{V_3}$$

8.7.3 ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR ELÉCTRICO

Muchas de las aplicaciones importantes de los capacitores dependen de su capacidad para almacenar energía. Diremos que:

“La energía potencial eléctrica almacenada en un capacitor cargado es exactamente igual a la cantidad de trabajo requerido para cargarlo”.

La energía almacenada en un capacitor guarda relación con el campo eléctrico que se genera entre sus placas, por lo que podemos considerar que la energía potencial eléctrica esta almacenada en el mismo campo eléctrico.

La energía potencial eléctrica (U) almacenada en un capacitor se expresa:

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

$$U = \frac{CV^2}{2}$$

$$U = \frac{QV}{2}$$

Donde: U : energía potencial eléctrica C : capacitancia del condensador Q : carga del condensador

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un estudiante del CEPRUNSA realiza un experimento para medir la carga eléctrica de 3 cuerpos. A continuación, presentamos sus resultados experimentales:

$$Q_1 = 4,8 \times 10^{-19}$$

$$Q_2 = 4,0 \times 10^{-19}$$

$$Q_3 = 16,0 \times 10^{-19}$$

Determine cuáles de los resultados son los correctos según las cantidades de carga eléctrica. ($e^- = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

A. Q_1 **B.** Q_2 **C.** Q_3 **D.** $Q_1; Q_2$ **E.** $Q_1; Q_3$ **SOLUCIÓN:**

Según el Principio de Cuantización de la Carga, la carga eléctrica de un cuerpo debe ser un múltiplo entero de la carga de un electrón (carga elemental), entonces analizamos cada una de las cargas con la ecuación de cantidad de carga eléctrica:

$$Q = \pm n|e^-|$$

$$\text{Para } Q_1: n = \frac{Q_1}{|e^-|}$$

$$n = \frac{4,8 \times 10^{-19} \text{ C}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 3 \text{ electrones}$$

$$\text{Para } Q_2: n = \frac{Q_2}{|e^-|}$$

$$n = \frac{4,0 \times 10^{-19} \text{ C}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 2,5 \text{ electrones}$$

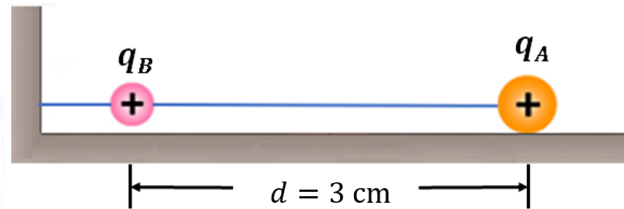
$$\text{Para } Q_3: n = \frac{Q_3}{|e^-|}$$

$$n = \frac{16,0 \times 10^{-19} \text{ C}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 10 \text{ electrones}$$

$\therefore$ Los valores de "n" para Q_1 y Q_3 son correctos.

RESPUESTA: "E"

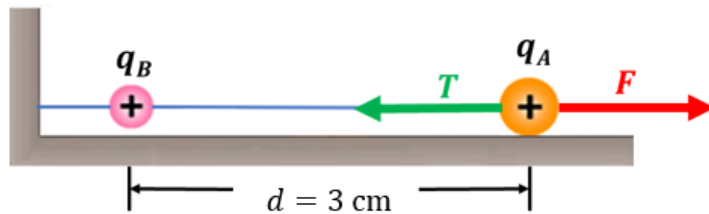
2. Las partículas mostradas en la figura poseen la misma carga $q_A = q_B = q = +0,1 \mu\text{C}$ y se encuentran en equilibrio. Si se corta el hilo aislante que une a las partículas, determine la magnitud de la aceleración que adquiere la partícula "A", sabiendo que su masa es $m_A = 10 \text{ g}$. Desprecie la fricción. ($k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$)



- A. 20 m/s^2
- B. 15 m/s^2
- C. 10 m/s^2
- D. 5 m/s^2
- E. 2 m/s^2

SOLUCIÓN:

En la gráfica:



En el instante en que se corta el hilo $T = 0$.

Entonces la fuerza resultante sobre la partícula es la fuerza eléctrica:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{d^2}$$

Reemplazando:

$$F = (9 \times 10^9) \frac{(0,1 \times 10^{-6})(0,1 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2}$$

$$F = (9 \times 10^9) \frac{(1 \times 10^{-7})^2}{9 \times 10^{-4}}$$

$$F = (9 \times 10^9) \frac{1 \times 10^{-14}}{9 \times 10^{-4}}$$

$$F = 1 \times 10^{-1} \text{ N}$$

Aplicando la segunda Ley de Newton:

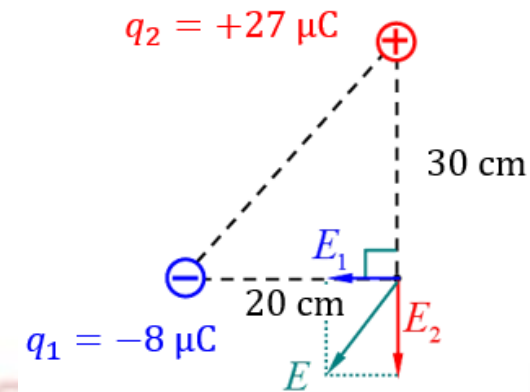
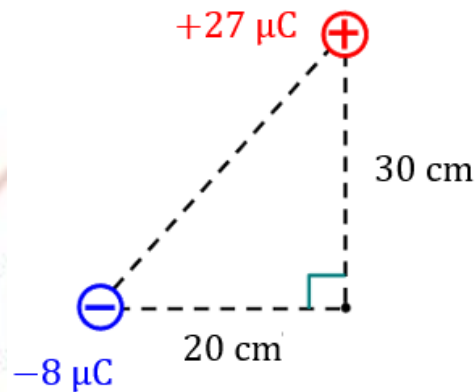
$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$1 \times 10^{-1} = (10 \times 10^{-3}) \cdot (a)$$

$$\Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

RESPUESTA: "C"

3. Determine la intensidad de campo eléctrico en el vértice del ángulo recto del triángulo mostrado (en 10^5 N/C).



Las intensidades de los campos:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{d_1^2} = \frac{9 \times 10^9 (8 \times 10^{-6})}{(20 \times 10^{-2})^2}$$

$$E_1 = 18 \times 10^5 = 9 \times 10^5 (2) \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{d_2^2} = \frac{9 \times 10^9 (27 \times 10^{-6})}{(30 \times 10^{-2})^2}$$

$$E_2 = 27 \times 10^5 = 9 \times 10^5 (3) \text{ N/C}$$

La intensidad de campo resultante en "A":

$$E = 9 \times 10^5 \sqrt{2^2 + 3^2} = 9\sqrt{13} \times 10^5 \text{ N/C}$$

A. $5\sqrt{13}$

B. $6\sqrt{13}$

C. $7\sqrt{13}$

D. $8\sqrt{13}$

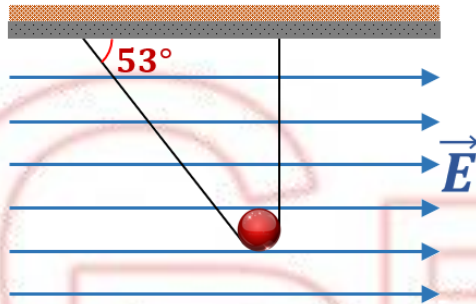
E. $9\sqrt{13}$

SOLUCIÓN:

En el vértice del ángulo recto, intervienen dos campos:

RESPUESTA: "E"

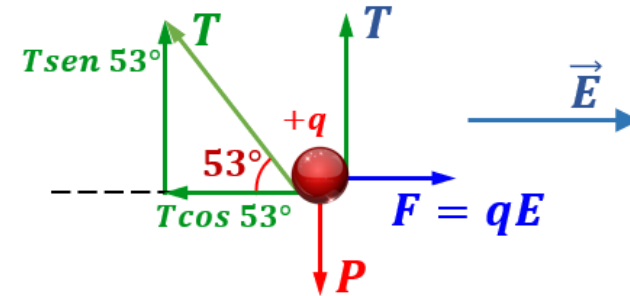
4. Para la figura mostrada, hallar la intensidad del campo eléctrico uniforme para que la esfera de carga $q = 40 \mu\text{C}$ y peso $P = 24 \text{ N}$ se encuentre en equilibrio en la posición indicada (en 10^5 N/C).



- A. 5
- B. 6
- C. 9
- D. 2
- E. 3

SOLUCIÓN:

Dado que la carga es positiva, entonces la fuerza F ejercida por el campo tiene la misma dirección, y considerando el DCL mostrado se tiene:



$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ T + T \sin 53^\circ &= P \\ T &= \frac{5}{9} P\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ qE &= T \cos 53^\circ\end{aligned}$$

Luego:

$$qE = \frac{5}{9} P \frac{3}{5}$$

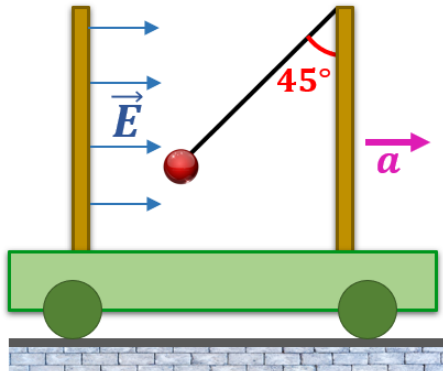
$$E = \frac{1}{3} \left(\frac{P}{q} \right)$$

$$E = \frac{1}{3} \left(\frac{24}{40 \times 10^{-6}} \right)$$

$$E = 2 \times 10^5 \text{ N/C}$$

RESPUESTA: "D"

5. ¿Con qué módulo de aceleración constante se desplaza el móvil para que la esfera de peso $P = 1 \text{ N}$ y carga $q = -20 \mu\text{C}$ se encuentre en equilibrio respecto del carro? Considere la intensidad del campo eléctrico homogéneo $E = 30 \text{ kN/C}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.



F. 5 m/s^2

G. 4 m/s^2

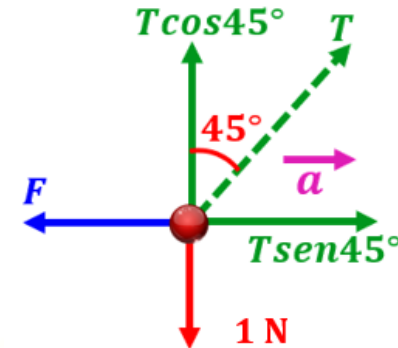
H. 6 m/s^2

I. 8 m/s^2

J. 9 m/s^2

SOLUCIÓN:

Se realiza el D.C.L. de la esfera cargada.



La esfera debe estar en equilibrio, se tiene entonces:

$$\sum F_y = 0$$

$$T \cos 45^\circ = 1 \dots (i)$$

En la horizontal existe aceleración por lo tanto se cumple:

$$\sum F_x = ma$$

$$T \sin 45^\circ - F = ma$$

Donde:

$$F = qE$$

Luego:

$$T \sin 45^\circ = ma + qE \dots (ii)$$

Se dividen las ecuaciones (ii) entre (i):

$$\frac{T \sin 45^\circ}{T \cos 45^\circ} = \frac{ma + qE}{1}$$

$$\operatorname{tg} 45^{\circ} = ma + qE$$

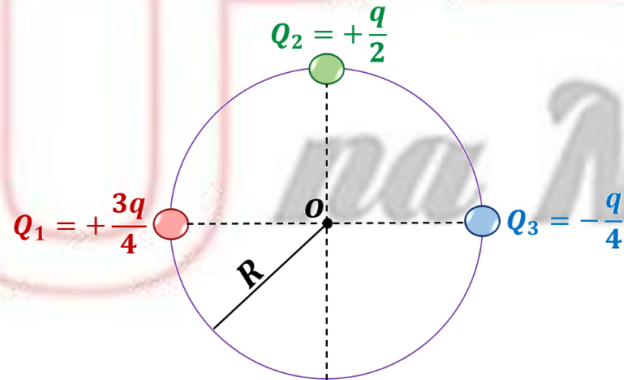
Finalmente se reemplazan datos:

$$1 = 0,1a + 20 \times 10^{-6} \times 30 \times 10^3$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

RESPUESTA: "B"

6. En el sistema mostrado, se tiene tres esferitas electrizadas fijas alrededor de una circunferencia de radio **2 m**. Determine el potencial eléctrico en el centro del aro. ($q = 4 \mu\text{C}$)



- A.** 9,0 kV
- B.** 18 V
- C.** 18 kV

D. 3,2 kV

E. 5,4 kV

SOLUCIÓN:

El potencial eléctrico en el centro del aro debido a las partículas electrizadas es:

$$V_o = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_o = \frac{K(+Q_1)}{d_1} + \frac{K(+Q_2)}{d_2} + \frac{K(-Q_3)}{d_3}$$

$$V_o = \frac{K(+Q_1)}{R} + \frac{K(+Q_2)}{R} + \frac{K(-Q_3)}{R}$$

$$V_o = \frac{K}{R} (+Q_1 + Q_2 - Q_3)$$

$$V_o = \frac{K}{R} \left(\frac{3q}{4} + \frac{q}{2} - \frac{q}{4} \right)$$

$$V_o = \frac{K}{R} (q)$$

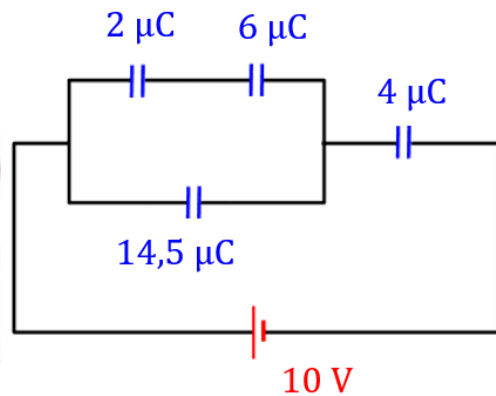
$$V_o = \frac{9 \times 10^9}{2} (4 \times 10^{-6})$$

$$V_o = 18 \times 10^3 \text{ V}$$

$$V_o = 18 \text{ kV}$$

RESPUESTA: "C"

7. En el circuito mostrado en la figura, determine la energía que almacena el circuito (*en μJ*)



Los capacitores $16 \mu\text{F}$ y $4 \mu\text{F}$ están en serie y así obtenemos el capacitor equivalente:

$$C = \frac{16(4)}{16 + 4} = 3,2 \mu\text{F}$$

La energía que almacena el circuito está dada por:

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

$$U = \frac{1}{2} (3,2)(10)^2$$

$$U = 160 \mu\text{J}$$

A. 155,5

B. 150,5

C. 150,0

D. 160,5

E. 160,0

SOLUCIÓN:

Los capacitores $2 \mu\text{F}$ y $6 \mu\text{F}$ están en serie:

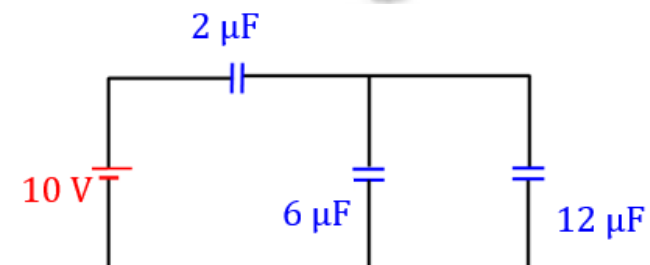
$$C_1 = \frac{2(6)}{2 + 6} = 1,5 \mu\text{F}$$

Los capacitores $1,5 \mu\text{F}$ y $14,5 \mu\text{F}$ están en paralelo:

$$C_2 = 1,5 + 14,5 = 16 \mu\text{F}$$

RESPUESTA: "E"

8. En la siguiente asociación de capacitores, determine la carga que almacena el capacitor de $6 \mu\text{F}$,



A. $3,0 \mu\text{C}$

B. 3,5 μC C. 6,0 μC D. 6,5 μC E. 5,0 μC

Como:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{3Q_2}{2} = 1,8(10) \Rightarrow Q_2 = 12 \mu\text{C}$$

Luego, la carga que almacena 6 μF es:

$$Q_1 = \frac{Q_2}{2} = \frac{12}{2} = 6 \mu\text{C}$$

SOLUCIÓN:

Por estar en paralelo, los capacitores 6 μF y 12 μF , están conectados al mismo voltaje; si suponemos que 6 μF almacena Q_1 y 12 μF almacena Q_2 , tenemos que:

$$\frac{Q_1}{6} = \frac{Q_2}{12} \Rightarrow Q_1 = \frac{Q_2}{2}$$

El capacitor equivalente de 6 μF y 12 μF :

$$C_1 = 6 + 12 = 18 \mu\text{F}$$

La carga almacenada por 18 μF :

$$Q_1 + Q_2 = \frac{Q_2}{2} + Q_2 = \frac{3Q_2}{2}$$

El capacitor equivalente final:

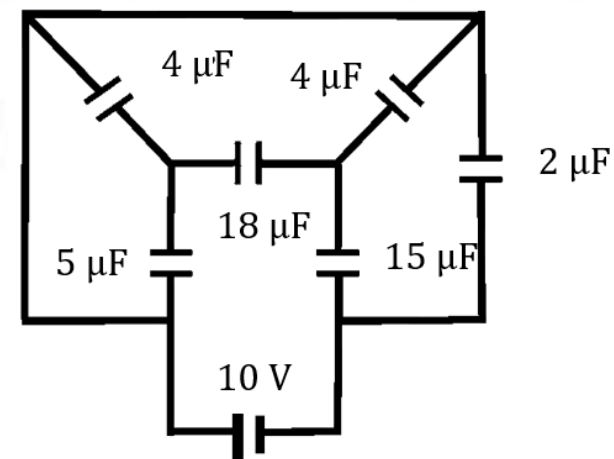
$$C = \frac{2(18)}{2 + 18} = 1,8 \mu\text{F}$$

La carga equivalente, por estar en serie finalmente:

$$Q = \frac{3Q_2}{2}$$

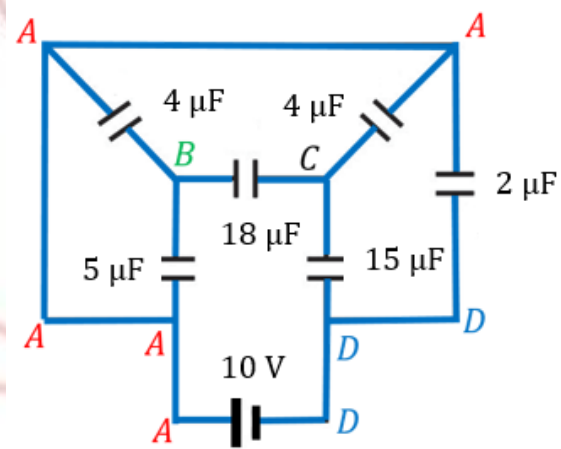
RESPUESTA: "C"

9. Determinar la cantidad de carga almacenada por el circuito si todos los capacitores están en μF .

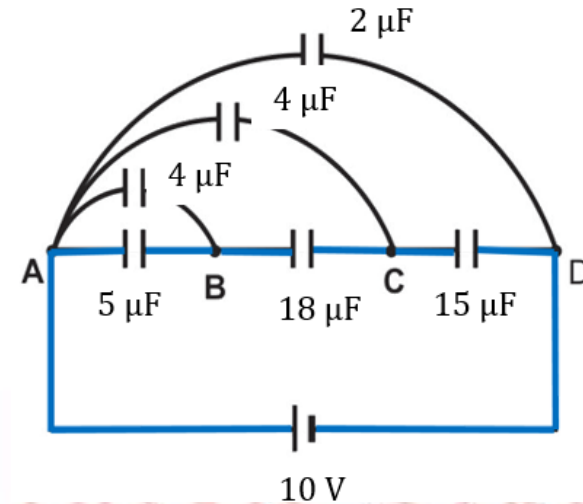
**F. 60 μC**

G. $70 \mu\text{C}$ H. $80 \mu\text{C}$ I. $75 \mu\text{C}$ J. $85 \mu\text{C}$ **SOLUCIÓN:**

Primero colocamos los bornes o puntos para ver en qué parte del circuito existen capacitores paralelos y en serie:



Luego:



En los bornes A-B los capacitores están en paralelo: entonces obtenemos

$$5 \mu\text{F} + 4 \mu\text{F} = 9 \mu\text{F}.$$

En los bornes A-C primero en serie luego en paralelo:

En serie, entonces se obtiene: $6 \mu\text{F}$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{6}$$

En paralelo: $6 \mu\text{F} + 4 \mu\text{F} = 10 \mu\text{F}$

En los bornes A-D :

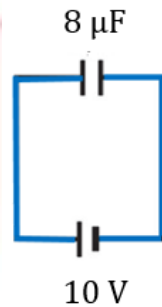
En serie :

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{6}$$

Paralelo: $6 \mu\text{F} + 2 \mu\text{F} = 8 \mu\text{F}$

Luego:



Finalmente, la cantidad de carga:

$$Q = CV$$

$$Q = 8(10) = 80 \mu\text{C}$$

Dos partículas de igual carga eléctrica están separadas en **0,1 m**. La fuerza de interacción entre estas es de módulo **3,6 N**. Halle las cargas eléctricas. ($k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$)

- A. $2 \mu\text{C}$
- B. $3 \mu\text{C}$
- C. $4 \mu\text{C}$
- D. $5 \mu\text{C}$
- E. $6 \mu\text{C}$

SOLUCIÓN:

Del enunciado, tenemos:

$$q_1 = q_2 = q$$

$$d = 0,1 \text{ m} = 1 \times 10^{-1} \text{ m}$$

$$k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$F = 3,6 \text{ N}$$

Aplicando la Ley de Coulomb, determinamos la fuerza de atracción entre las cargas:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{d^2}$$

$$3,6 \text{ N} = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{q \times q}{(1 \times 10^{-1} \text{ m})^2}$$

RESPUESTA: "C"

$$36 \times 10^{-1} \text{ N} = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{q^2}{10^{-2} \text{ m}^2}$$

$$q^2 = \frac{4 \times 10^{-3} \text{ C}^2}{10^9}$$

$$q^2 = 4 \times 10^{-12} \text{ C}^2$$

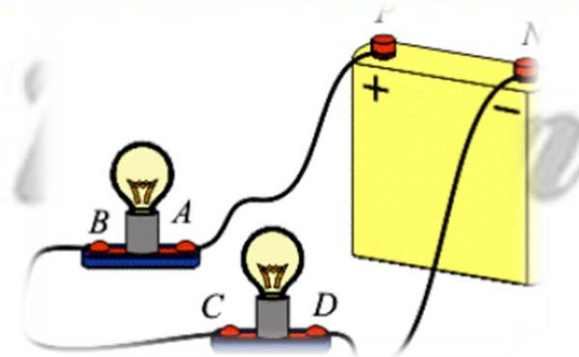
$$q = 2 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q = 2 \mu\text{C}$$

RESPUESTA: "A"

TEMA 9: ELECTRODINÁMICA

La Electrodinámica es la encargada de estudiar las cargas eléctricas en movimiento. Ello implica abordar la corriente eléctrica, ley de Ohm, resistencia eléctrica, ley de Ohm, potencia y energía eléctrica, así como el análisis de circuitos y leyes de Kirchhoff.



9. ELECTRODINÁMICA

La mayor parte de las aplicaciones prácticas de la electricidad implican el uso de la llamada corriente eléctrica; incluso el grado en el que dependemos de ella se hace evidente solo cuando la energía se interrumpe en forma inesperada y nos recuerda el papel que juega en nuestra vida diaria. Hace más de un siglo, por ejemplo, aún no había líneas eléctricas ni luz eléctrica o aparatos electrodomésticos; la forma de vida que llevaba el hombre entonces era muy distinta la de hoy en día.

A través del tiempo los hombres de ciencia observaron que la corriente eléctrica es capaz de producir diversos efectos que pueden ser caloríficos, químicos o magnéticos. (Instituto de Ciencias y humanidades, 2013, pg. 1567).

Los sistemas biológicos también utilizan corrientes eléctricas. Por ejemplo, en el siglo pasado, cuando la ciencia estudiaba el encéfalo y principalmente su estructura, se observó la analogía entre el sistema nervioso central (cerebro médula espinal) y la red telefónica de una gran ciudad. A la central telefónica (el encéfalo) llegan de la periferia,

es decir de todas las partes del cuerpo, a través de los nervios, igual que si fueran cables, un torrente ininterrumpido de información. La semejanza aún es mayor debido a que tanto por los cables telefónicos como por los nervios corre electricidad. A partir de entonces, fueron decenas de miles de experimentos los que confirmaron que la excitación de cualquier órgano de los sentidos se codifica en impulsos eléctricos y en ese aspecto llega hasta el encéfalo.

Fig. 9.1: A pesar de la insensibilidad de los pacientes con parálisis, los electrodos producen señales que logran excitar los músculos y obtener movimiento.

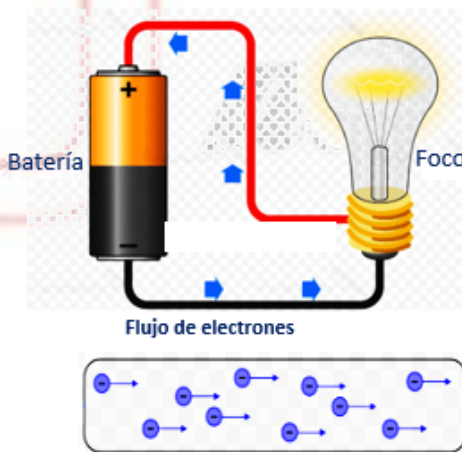


9.1 CORRIENTE ELÉCTRICA

Se da el nombre de corriente eléctrica a todo movimiento ordenado de las cargas eléctricas. Cuando logramos establecer un campo eléctrico en el interior de un alambre conductor, comprobaremos que los electrones libres iniciarán un movimiento en sentido opuesto al campo eléctrico.

Corriente eléctrica es el flujo de cargas eléctricas a través de un cuerpo conductor debido a una diferencia de potencial que se establece entre sus extremos, estableciéndose un campo eléctrico constante si la corriente es continua. (Pérez, 2012, pg.619).

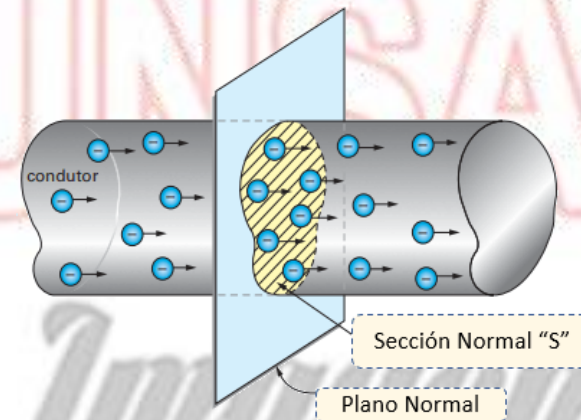
Fig. 9.2: Corriente Eléctrica



9.1.1 INTENSIDAD DE CORRIENTE ELÉCTRICA

Es aquella magnitud física escalar que expresa la cantidad de carga neta que atraviesa la sección recta de un conductor en cada unidad de tiempo. La corriente eléctrica se dice que es continua, si su intensidad y sentido no varían con el tiempo. (Pérez, 2012, pg.619).

Fig. 9.3: Corriente Eléctrica



$$I = \frac{Q}{t}$$

Donde:

I : intensidad de corriente eléctrica.

Q : valor absoluto de la cantidad de carga.

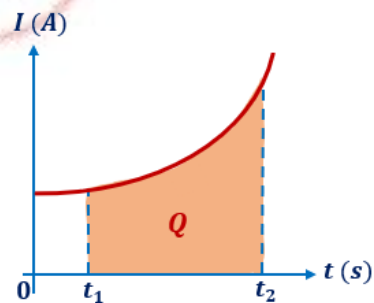
MAGNITUD	UNIDAD EN EL S.I.
Intensidad de corriente	amperio (A)
Cantidad de carga eléctrica	coulomb (C)
tiempo	segundo (s)

9.1.2 GRÁFICA INTENSIDAD DE CORRIENTE VERSUS EL TIEMPO

En toda gráfica, intensidad de corriente (I) versus el tiempo (t), el área bajo la curva es igual a la cantidad de carga (Q).

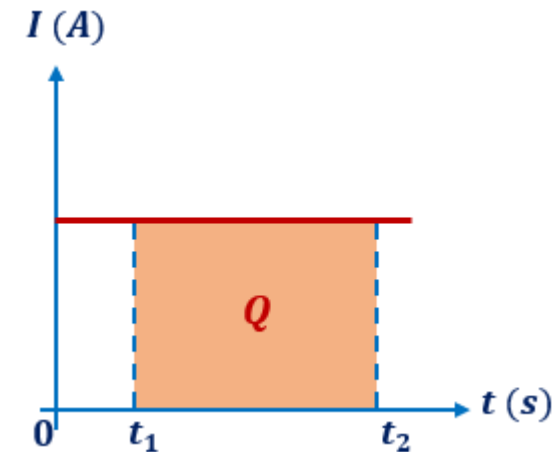
$$Q = \text{Área}_{\text{sombreada}}$$

Fig. 9.4: Corriente Eléctrica



Si la corriente " I " es continua, entonces:

Fig. 9.5: Corriente Eléctrica

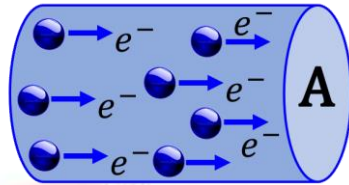


9.1.3 SENTIDO DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA

En los conductores metálicos

En los conductores eléctricos, como cobre o aluminio, la corriente es ocasionada por el movimiento de electrones con carga negativa como se muestra en la figura.

Fig. 9.6: Conductor metálico

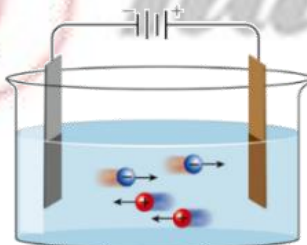
**En plasmas o conductores gaseosos**

La carga es conducida por electrones y por iones positivos.

En conductores líquidos (Electrolitos)

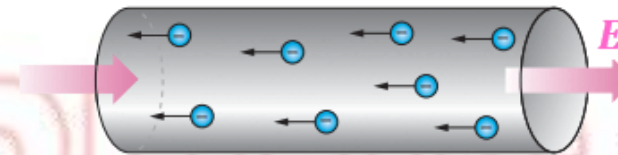
La figura ilustra como la corriente es llevada por iones, tanto positivos como negativos.

Fig. 9.7: Conductores líquidos

**A.- SENTIDO REAL DE LA CORRIENTE**

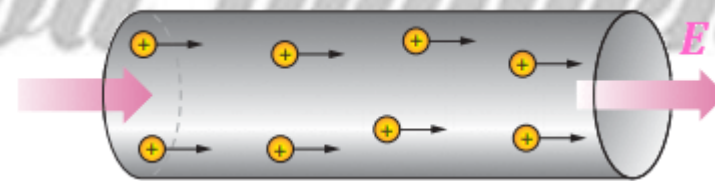
Dentro de un conductor metálico los portadores de carga que se mueven son los electrones libres, en dirección contraria al campo eléctrico; el sentido en que se mueven los electrones libres es el sentido real de la corriente eléctrica.

Fig. 9.8: Sentido real de la corriente

**B.- SENTIDO CONVENCIONAL DE LA CORRIENTE**

Es una regla convencional asignar a la corriente la misma dirección que la del flujo de la carga positiva como se muestra en la figura.

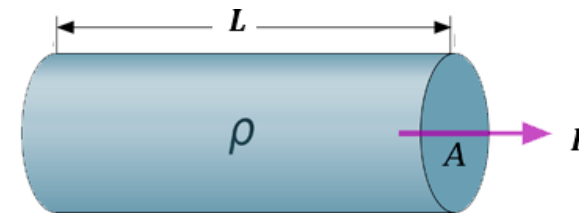
Fig. 9.9: Sentido real de la corriente



Convencionalmente la Comisión Electrotécnica Internacional (CEI) establece que el sentido de la corriente está dado por el sentido de movimiento de las cargas positivas (bajo la acción constante de un

campo eléctrico), que se mueven de una región de mayor potencial (polo positivo +) hacia una de menor potencial (polo negativo-). Aplicamos esta convención a un conductor metálico.

Fig. 9.11: Conductor: Ley de Pouillet



9.2 RESISTENCIA ELÉCTRICA

Es la dificultad que ofrece un cuerpo conductor al desplazamiento de las cargas eléctricas a través de su masa. La resistencia eléctrica de un conductor se mide en ohmio, en honor al físico alemán Jorge Simón Ohm (1787 - 1854). (Pérez, 2012, pg.619).

Fig. 9.10: Representación de la resistencia eléctrica



Esta ecuación es válida para un conductor rectilíneo y homogéneo:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Donde:

R : resistencia Eléctrica.

L : longitud del conductor.

A : área de la sección transversal del conductor.

9.2.1 LEY DE POUILLET

La resistencia eléctrica que ofrece un conductor al paso de la corriente eléctrica es directamente proporcional a la longitud del conductor “L” e inversamente proporcional al área “A” de la recta.

Magnitud	Unidad en el S.I.
Resistencia eléctrica	ohmio (Ω)
Longitud del conductor	metro (m)
Área de sección transversal	metro cuadrado (m^2)
Resistividad eléctrica	ohmio – metro (Ωm)

9.2.2 RESISTIVIDAD ELÉCTRICA DEL MATERIAL (ρ)

La cantidad de electrones libres y la estructura de la red cristalina dependen de la especie del material, entonces la resistencia del conductor tiene que depender de la especie de la sustancia. La magnitud que caracteriza la dependencia entre la resistencia del conductor y el material del que está hecho y las condiciones externas se denomina resistividad de la sustancia (Lumbreras, 2010, pg. 1582).

Por ejemplo, la plata tiene más electrones libres que el cobre, por lo que la resistencia de un alambre de este metal será menor que la de un alambre de cobre que tenga las mismas dimensiones.

9.2.3 VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA CON LA TEMPERATURA

Todo conductor que transporta energía eléctrica experimenta una elevación de temperatura lo cual produce el fenómeno térmico de dilatación longitudinal, considerando conductores muy delgados.

(Pérez 2012, pg. 620).

$$R_f = R_0(1 + \alpha\Delta T)$$

Donde:

R_0 : resistencia eléctrica inicial.

R_f : resistencia eléctrica final.

ΔT : variación de temperatura.

α : coeficiente de temperatura de la resistencia.

Magnitud física	Unidad
Resistividad eléctrica (inicial o final)	ohmio (Ω)
Variación de temperatura	grado Celsius ($^{\circ}\text{C}$)
Coeficiente de temperatura de la resistencia	($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

La resistencia varía con la temperatura. El mejor conductor metálico es la plata (Ag).

9.3 FUENTES DE VOLTAJE

Una corriente se mantiene en un circuito cerrado mediante una fuente de f.e.m., existen varios dispositivos como pilas, baterías, generadores eléctricos y acumuladores entre otros, a estos dispositivos se les denomina fuentes de voltaje o fuentes de f.e.m.

Para mover una carga eléctrica se requiere energía. Una fuente de voltaje es un dispositivo el cual transforma energía química, mecánica

o cualquier otro tipo de energía en energía eléctrica, lo que produce una diferencia de potencial, o voltaje.

9.3.1 FUERZA ELECTROMOTRIZ f.e.m. (ϵ)

La f.e.m., en una batería, por ejemplo, es el trabajo que ésta efectúa por coulomb de carga que pasa por ella. Si una batería realiza 1 joule de trabajo sobre 1 coulomb de carga, entonces su f.e.m. es de 1 joule por coulomb (1 J/C) o de 1 volt (1 V).

El nombre es algo confuso, porque la fuerza electromotriz no es una fuerza, sino una diferencia de potencial, o voltaje. Para evitar confusiones con el concepto de fuerza, llamaremos a la fuerza electromotriz meramente “f.e.m.”.

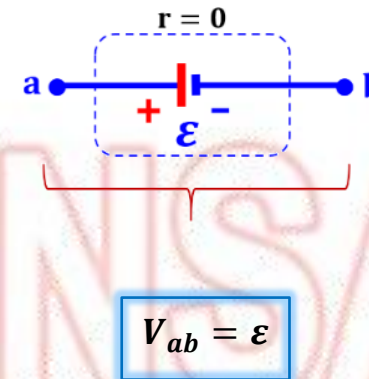
9.3.1.1 FUENTE DE VOLTAJE IDEAL

En el caso de una batería ideal (figura 9.12) con una resistencia interna igual a cero ($r = 0$), la diferencia de potencial a través de la batería (conocida como voltaje entre las terminales) es igual a su f.e.m., en un circuito abierto.

Fig.9.12: Fuente de voltaje ideal

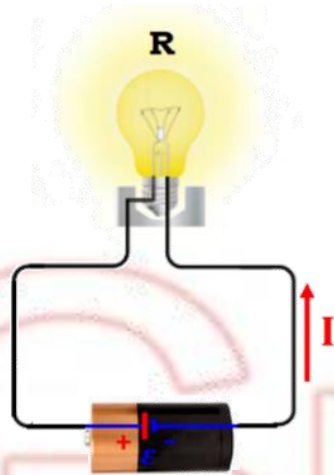


Fuente de voltaje ideal

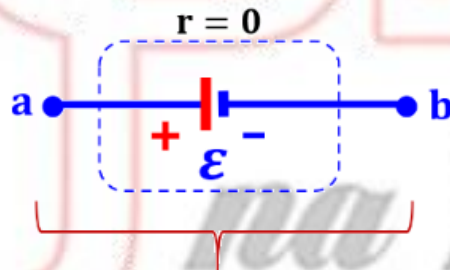


Ahora, consideremos que se forma un circuito completo como se muestra en la figura conectando un alambre y una resistencia R a las terminales de una fuente, la diferencia de potencial entre los extremos del alambre está dada por $V_{ab} = IR$.

Fig.9.13: Fuente de voltaje ideal (circuito)



Fuente de voltaje ideal



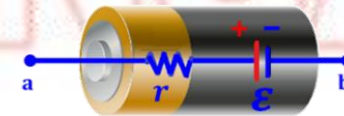
$$V_{ab} = \varepsilon = IR$$

Una fuente de voltaje ideal es aquella que posee una fuente de una resistencia interna cero ($r \neq 0$).

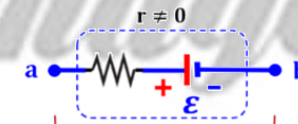
Observaciones:

- La f.e.m. (ε) de una batería es la máxima diferencia de potencial entre sus terminales (Serway, 2019 pg. 887). Este máximo ocurre cuando la batería no está conectada a un circuito externo como se muestra en la figura

Fig. 9.14: Fuente de voltaje ideal



Fuente de voltaje real

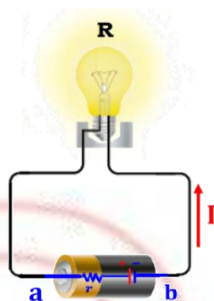


$$V_{ab} = \varepsilon$$

9.3.1.2. FUENTE DE VOLTAJE REAL

- A causa de la resistencia interna (r) el voltaje terminal V_{ab} cuando la batería está en operación es menor que la f.e.m.

Fig. 9.15: Fuente de voltaje ideal (circuito)



$$V_{ab} = \varepsilon - Ir$$

- La corriente (I) en el circuito externo conectado a las terminales a y b de la fuente, es determinada por:

$$V_{ab} = IR$$

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir$$

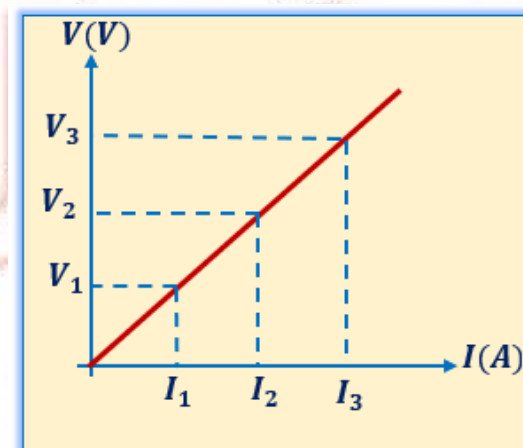
$$IR = \varepsilon - Ir$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

9.4 LA LEY DE OHM

“En una corriente eléctrica, la diferencia de potencial es directamente proporcional a la intensidad de corriente eléctrica”. (Mendoza, 2008, pg.309).

Fig. 9.16: Gráfica Ley de Ohm



$$\Delta V = IR$$

Donde:***I*** : intensidad de corriente.***R*** : resistencia eléctrica. **ΔV** : diferencia de potencial o voltaje.

A esta ecuación, se le llama en ocasiones ley de Ohm, pero sólo cuando nos referimos a materiales o aparatos para los cuales “R” es una constante independiente de “ ΔV ”.

Magnitud física	Unidades en el S.I.
Intensidad de corriente	amperio (A)
Resistencia eléctrica	ohmio (Ω)
Diferencia de potencial o voltaje	voltio (V)

OBSERVACIÓN:

Existen algunos materiales que no obedecen a las leyes de Ohm, a éstos se les llama materiales no óhmicos, en ellos “R” no es constante; evidentemente en estos, la gráfica ($V - I$) no será la línea recta.

9.5 ENERGÍA ELÉCTRICA

Para que un circuito se encuentre en funcionamiento habrá que darle energía puesto que la energía no se crea ni se destruye. Así un generador le cede su energía química para la transformación a otra clase de energía. En los receptores que están en el circuito se producen nuevas transformaciones de la energía eléctrica: Si son lámparas se transformará en energía luminosa y calórica; si son motores en energía mecánica; si son aparatos radiotelefónicos en energía sonora, etc. (Mendoza, 2012, pág. 309)

$$E = P \cdot t$$

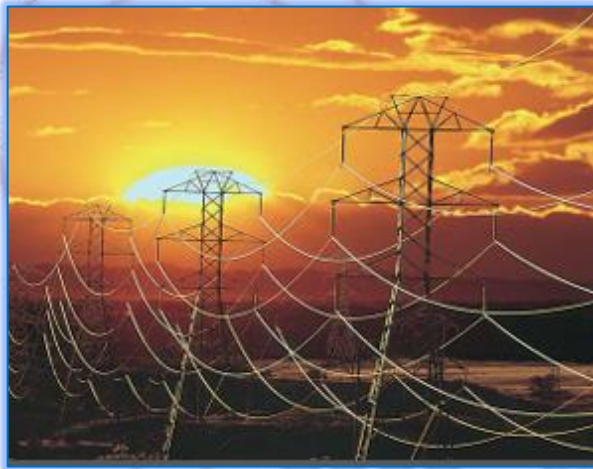
Donde:***E*** : energía eléctrica.***P*** : potencia eléctrica.***t*** : tiempo.

Magnitud	Unidades en el S.I.
Energía eléctrica	joule (J)
Potencia eléctrica	watts (W)

Tiempo**segundo (s)**

También se pueden utilizar unidades de energía llamadas watt-segundo (Ws), watt-hora (Wh), y kilowatt-hora (kWh).

Fig. 9.17: Energía eléctrica



En la figura 9.17, se puede observar que estas líneas de transmisión eléctrica transportan energía de la compañía eléctrica a los hogares y a los negocios. La energía se transfiere a un voltaje muy elevado, en ciertos casos hasta a cientos de miles de volts. A pesar de que esto provoca que las líneas de transmisión resulten muy peligrosas, el elevado voltaje da como resultado una menor pérdida, debido a la resistencia en los alambres.

La unidad de consumo de energía eléctrica domiciliaria más utilizada es el kilowatt-hora. Cuando se paga el recibo de electricidad, le cobran con base en la cantidad de energía que utiliza, como las compañías de electricidad comercian con enormes cantidades de energía, la unidad más práctica resulta ser el kilowatt-hora. Se consume un kilowatt-hora de energía cuando se utilizan mil watts durante una hora.

9.6. POTENCIA ELÉCTRICA

Todo aparato eléctrico, sea una lámpara, un motor u otro cualquiera está diseñado para consumir y entregar cierta cantidad de energía por unidad de tiempo. Esa rapidez con la cual la energía se va transfiriendo o transformando la hemos denominado potencia; en este caso, Potencia eléctrica (P). (Lumbreras, 2013, pg. 1669).

$$P = \frac{E}{t}$$

También:

$$P = IV$$

Donde:***P*** : potencia eléctrica.***I*** : intensidad de corriente eléctrica.***V*** : voltaje.

Magnitud	Unidades en el S.I.
Potencia eléctrica	watts (W)
Intensidad de corriente	amperio (A)
Diferencia de potencial	voltio (V)

La unidad en S.I. de la potencia eléctrica es el watts o vatio (W), un watt o vatio (W) es la cantidad de potencia cuando se utiliza un joule de energía en un segundo.

Cantidades de energía mucho menores que un watt son comunes en ciertas áreas de la electrónica. De igual forma que con valores pequeños de corriente y voltaje, se utilizan prefijos métricos para designar pequeñas cantidades de potencia. Por tanto, en algunas aplicaciones comúnmente se encuentran *miliwatts* (mW), *microwatts* (mW), e incluso *picowatts* (pW).

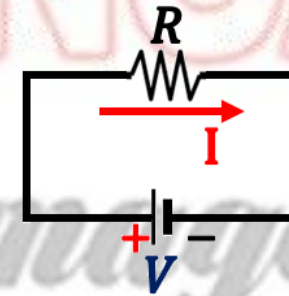
En el campo de las compañías eléctricas, los *kilowatts* (kW) y *megawatts* (MW) son unidades comunes.

9.6.1. POTENCIA CONSUMIDA

Es aquella magnitud escalar que mide la rapidez con que una máquina o dispositivo transforma y/o consume la energía eléctrica.

La potencia consumida se puede expresar como:

Fig. 9.18: Potencia consumida



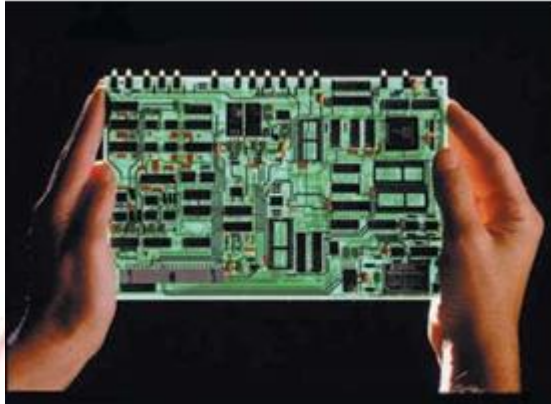
$$P = I^2 R$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$P = IV$$

9.7 CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Fig.9.19: Circuitos eléctricos



Si miramos el interior de un televisor, computadora o equipo estereofónico, o bajo el capó de un automóvil, encontraremos circuitos muy complejos. Ya sea que estén conectados mediante alambres o integrados en un chip, es frecuente que estos circuitos incluyan varias fuentes, resistores y otros elementos como capacitores, transformadores y motores interconectados a una red.

Se llama circuito eléctrico entonces a la conexión entre sí, de varios dispositivos eléctricos tales como baterías, resistencias, condensadores, bobinas mediante conductores (alambres), que pueden presentar diferentes formas o modos de conexión y que formen una trayectoria cerrada a lo largo de la cual pasen los electrones. Para que haya un flujo continuo de electrones debe haber un circuito completo, sin interrupciones.

La mayoría de los circuitos tienen más de un dispositivo que recibe la energía eléctrica.

9.7.1 CONEXIÓN DE RESISTENCIAS

Las resistencias en un circuito se pueden asociar básicamente en serie o en paralelo.

9.7.1.1. CONEXIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE

Cuando las resistencias se conectan en serie (figura 9.20), forman una sola trayectoria para el flujo de los electrones.

Sea el circuito de lámparas en serie:

Fig. 9.20: Resistencias en serie (modelo 1)

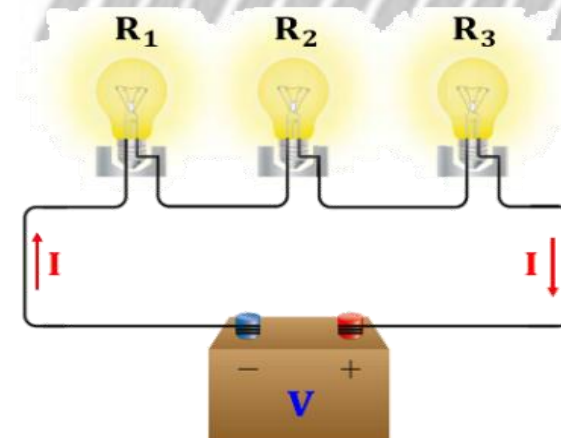
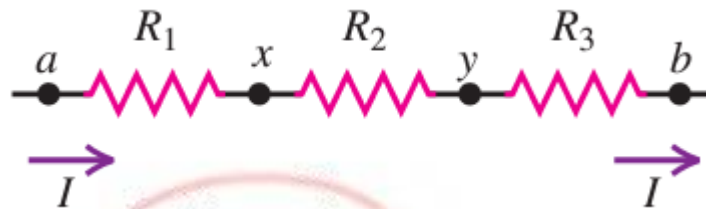


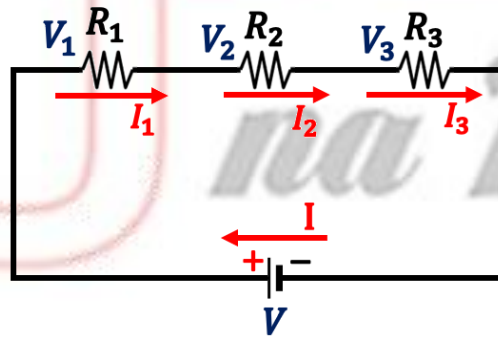
Fig. 9.21: Representación de resistencias en serie (modelo 2)



$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

En una conexión de resistencias en serie, las resistencias se conectan una a continuación de otra a modo de eslabones de una cadena. Como se muestra en la figura 9.22.

Fig. 9.22: Representación de resistencias en serie

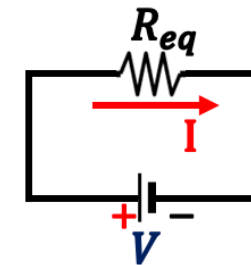


$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

- La diferencia de potencial o voltaje que se aplica a una combinación de resistencias en serie de resistores se dividirá entre éstos.

- La resistencia equivalente (figura 9.23) de una combinación en serie de resistencias es la suma numérica de las resistencias individuales y siempre es mayor que cualquier resistencia individual.

Fig. 9.23: Resistencia equivalente



En una conexión en serie se observa lo siguiente:

- La misma intensidad de corriente pasa a través de cada resistencia.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

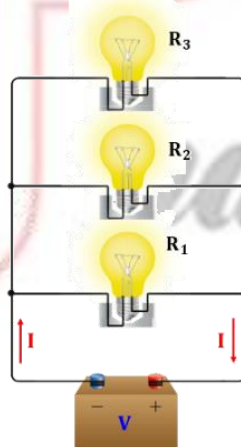
La resistencia equivalente tiene el mismo efecto en el circuito que en la combinación en serie.

9.7.1.2. CONEXIÓN DE RESISTENCIA EN PARALELO

Cuando las resistencias se conectan en paralelo, se ramifican en varias trayectorias para el flujo de los electrones.

Sea el circuito de lámparas en paralelo mostrado en la figura 9.24.

Fig.9.24: Resistencias en paralelo



En una conexión de resistencias en paralelo, las resistencias se conectan tal como se muestra en la figura 9.25 y 9.26.

Fig 9.25: Resistencias en paralelo (modelo 1)

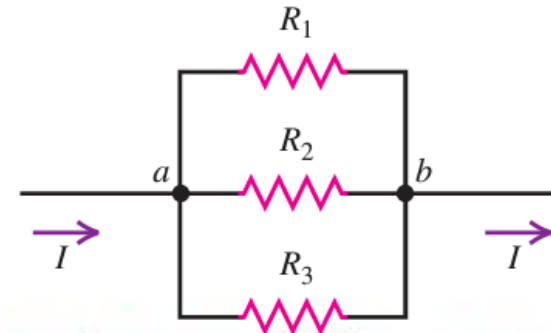
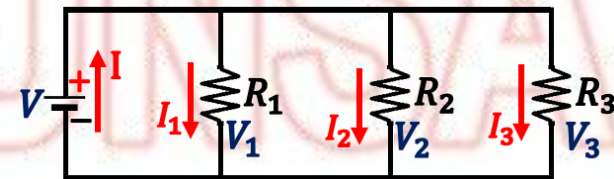


Fig. 9.26: Resistencias en paralelo (modelo 2)



En una conexión en serie se observa lo siguiente:

- La corriente es diferente a través de cada resistor.

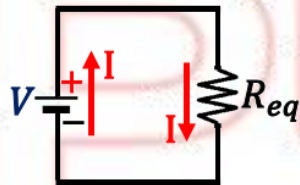
$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

- Cuando los resistores se conectan en paralelo, cada uno está sometido a la misma diferencia de potencial o voltaje.

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

- El inverso de la resistencia equivalente de dos o más resistencias conectados en paralelo es la suma de los inversos de las resistencias individuales y siempre es menor que la más pequeña resistencia en el grupo.

Fig. 9.27: Resistencia equivalente en paralelo



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Donde:

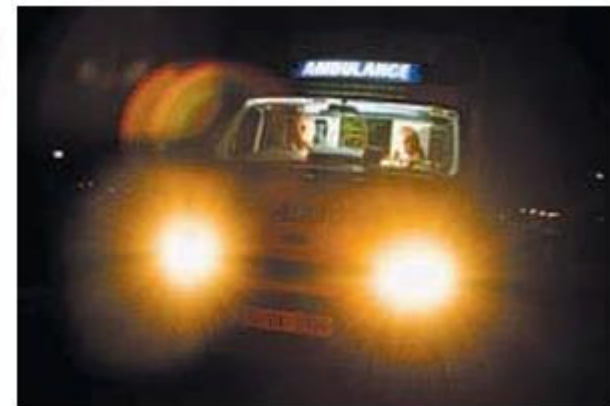
R : valor de una de las resistencias

n : número de resistencias

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

Por ejemplo los faros de un automóvil están conectados en paralelo. De ahí que cada uno esté expuesto a toda la diferencia de potencial suministrada por el sistema eléctrico del vehículo, lo que da el máximo brillo. Otra ventaja es que si un faro se funde, el otro sigue funcionando.

Fig. 9.27: Ejemplo de conexiones en paralelo de los faros de un automóvil

**CASO ESPECIAL:**

Cuando “n” resistencia iguales a R están conectadas en paralelo, la resistencia equivalente será:

9.8 LAS REGLAS DE KIRCHHOFF

CONSIDERACIONES PREVIAS

- **ESPIRA O MALLA**

Es cualquier trayectoria cerrada a través de la cual fluye una corriente eléctrica. Un circuito eléctrico puede estar formado por una o varias espiral o mallas como se muestran en las figuras 9.28 y 9.29.

Fig. 9.28: Una Malla

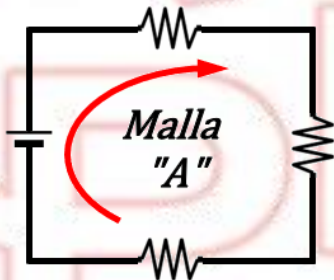
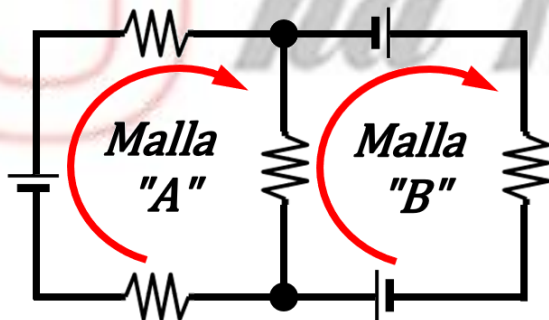


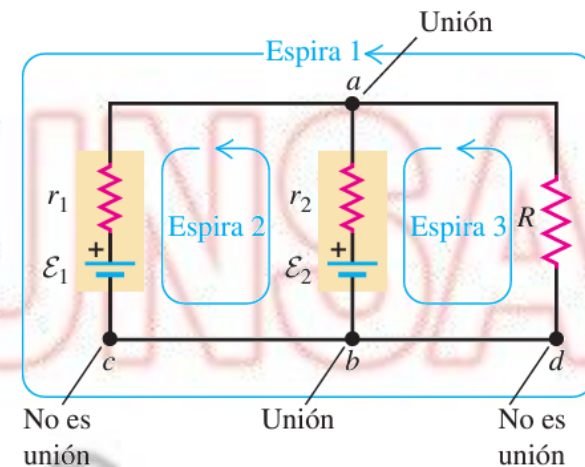
Fig. 9.29: Dos mallas



- **UNIÓN O NODO**

Una unión o nodo en un circuito es aquel punto donde se unen tres o más conductores (vea la figura 9.30). Las uniones o nodos también reciben el nombre de punto de derivación.

Fig. 9.30: Unión o Nodo



9.8.1 PRIMERA REGLA: REGLA DE LAS UNIONES O NODOS

Esta regla establece que:

La suma algebraica de las corrientes en cualquier unión es igual a cero (Young y Fredman, 2018, pg. 887).

$$\sum I = 0$$

Esta regla se puede interpretar de la siguiente manera:

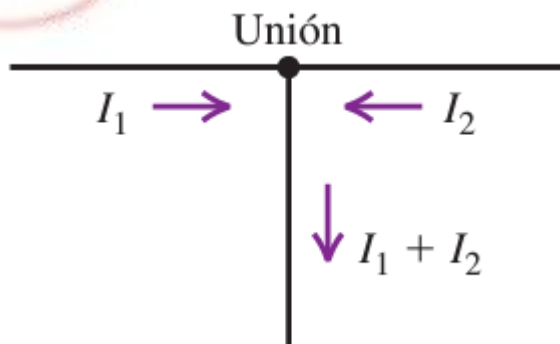
“La suma de las corrientes que ingresan a una unión o nodo es igual a la suma de las corrientes que salen de él”.

$$\sum I_{\text{ingresan}} = \sum I_{\text{salen}}$$

A continuación, te presentamos los ejemplos de algunas uniones o nodos con sus respectivas corrientes de entrada y salida. Obsérvalas bien.

Observa en la figura 9.31 que cuando una corriente eléctrica pasa a través de una unión o nodo, esta tiende a dividirse en dos o más corrientes.

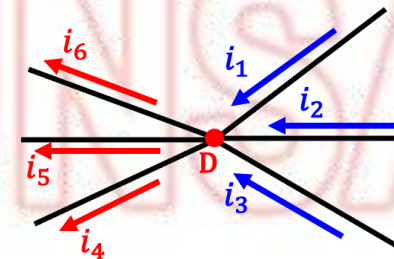
Fig.9.31: Unión o Nodo



$$I_1 + I_2 = I_3$$

Y, además, observa que la suma de las corrientes que ingresan a una unión o nodo es numéricamente igual a la suma de las corrientes que salen de dicha unión como se muestra en la figura 9.32.

Fig. 9.32: Regla de las uniones o nodos



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5 + I_6$$

9.8.2 SEGUNDA REGLA: REGLA DE LAS ESPIRAS O MALLAS

Esta regla consiste en el siguiente enunciado:

La suma algebraica de las diferencias de potencial en cualquier espira, incluso las asociadas con las f.e.m. y las de elementos con resistencia, debe ser igual a cero (Young y Freedman, 2018, pg. 887).

$$\sum V = 0$$

$$\sum V + \sum IR = 0$$

Esta regla se puede interpretar de siguiente manera:

“La suma de los voltajes es igual a la suma de los productos de IR ”.

$$\sum V = \sum IR$$

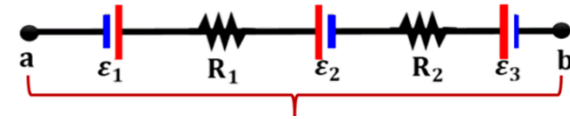
Para aplicar la regla de las espiras, debemos de tener en cuenta el Teorema de la Trayectoria.

9.9. TEOREMA DE LA TRAYECTORIA

Se aplica en circuitos complejos para hallar el potencial eléctrico en un punto, o la diferencia de potencial entre dos puntos distantes (Ramos, 2010, pág. 581). Consiste en el desplazamiento imaginario de la corriente eléctrica a través del tramo abierto ($A \rightarrow B$) de un circuito como se muestra en la figura 9.33.

La corriente (I) se desplaza de mayor a menor potencial eléctrico ($V_A > V_B$).

Fig. 9.33: Teorema de la trayectoria



$$V_{ab} = V_a - V_b$$

La diferencia de potencia en el tramo “a” – “b”, se cumple:

$$V_{ab} + \sum \varepsilon + \sum IR = 0$$

También se puede expresar de la siguiente manera:

$$V_a - V_b + \sum \varepsilon = \sum IR$$

Observaciones:

- En el recorrido a través del circuito abierto, cuando se pasa a través de una resistencia R en el mismo sentido que la corriente (figura 9.34), se considera al producto de IR como negativo ($-IR$)

Fig. 9.34: Teorema de la trayectoria (1)



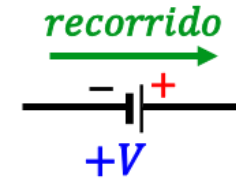
- Cuando se pasa a través de una resistencia R en sentido contrario que la corriente (figura 9.35), se considera al producto de IR como positivo ($+IR$)

Fig. 9.35: Teorema de la trayectoria (2)



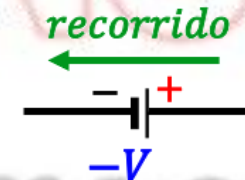
- A demás, cuando se pasa a través de una fuente de voltaje de un polo negativo ($-$) a un polo positivo ($+$), se dice que se produce un aumento de voltaje (vea la figura 9.36). Por lo que se considera al voltaje V positivo ($+V$).

Fig. 9.36: Teorema de la trayectoria (3)



Y cuando se pasa a través de una fuente de voltaje de un polo positivo ($+$) a un polo negativo ($-$), se dice que se produce una bajada o disminución de voltaje (vea la figura 9.37). Por lo que se considera al voltaje V negativo ($-V$).

Fig. 9.37: Teorema de la trayectoria (4)



9.10 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN:

9.10.1 VOLTÍMETRO

Al aparato que mide la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera de un circuito eléctrico se le llama voltímetro. Se conecta en paralelo.

Fig. 9.38: Voltímetro

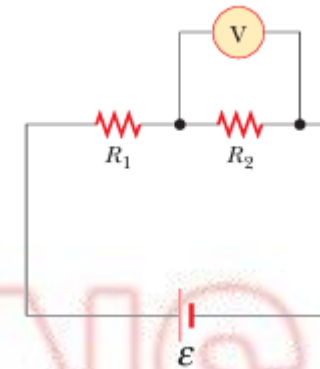


La diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera en un circuito se mide al unir las terminales del voltímetro entre estos puntos sin abrir el circuito, como se muestra en la siguiente figura. La diferencia de potencial aplicada al resistor R_2 se mide al conectar el voltímetro en paralelo con R_2 . (Serway 2012, pág 795).

Es necesario tener cuidado con la polaridad del instrumento. La terminal positiva del voltímetro debe estar conectada al extremo del resistor que tenga el potencial más alto, y la terminal negativa al extremo del resistor con menor potencial.

Un voltímetro ideal tiene una resistencia infinita, así que no existe corriente en él. En la figura, éste estado requiere que el voltímetro tenga una resistencia mucho mayor a R_2 . En la práctica, si no se cumple esta condición, deberán hacerse correcciones en función de la resistencia del voltímetro.

Fig. 9.39: La diferencia de potencial a través de un resistor puede medirse con un voltímetro conectado en paralelo con el resistor. Un voltímetro ideal tiene una resistencia infinita.



El símbolo esquemático de un voltímetro es:

Fig. 9.40: Voltímetro

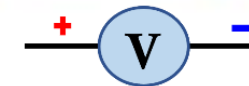
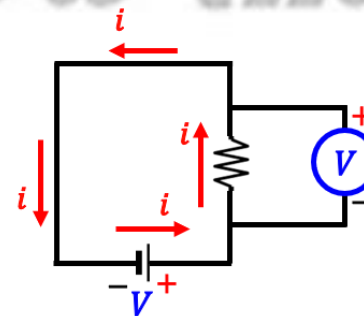


Fig. 9.41: Representación de un Voltímetro en un circuito

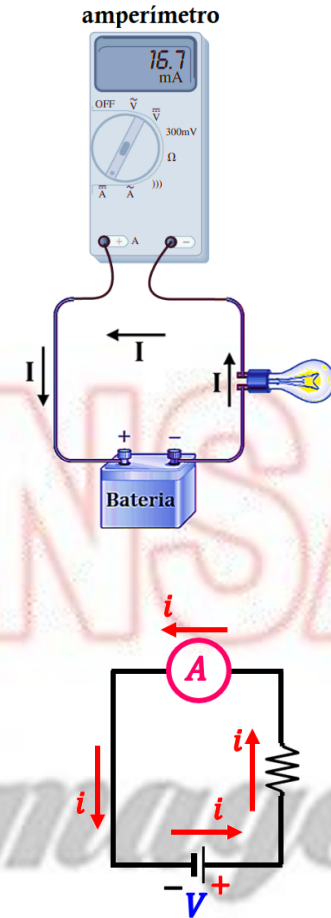


9.10.2 AMPERÍMETRO

Un instrumento medidor de corriente por lo general se conoce como amperímetro (o miliamperímetro, microamperímetro, etcétera, según su escala). Un amperímetro siempre mide la corriente que pasa a través de él. Un amperímetro ideal, tendría una resistencia igual a cero, por lo que si se incluyera en un ramal de un circuito no se afectaría a la corriente que circula por el ramal. Los amperímetros reales siempre tienen una resistencia finita, pero es deseable que sea tan pequeña como sea posible. (Serway, 2012, pág. 892).

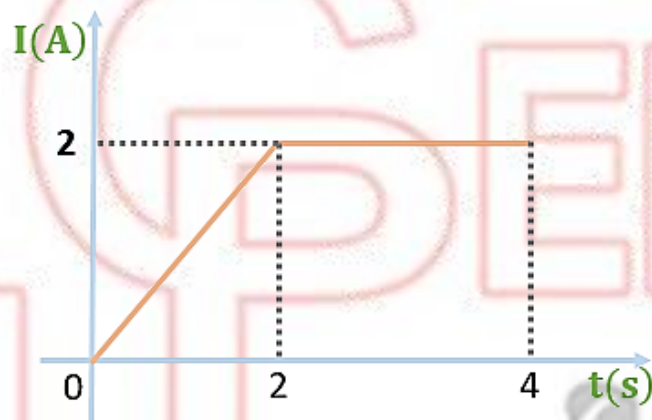
El símbolo esquemático de un amperímetro es:

Fig. 9.42: Amperímetro



PROBLEMAS RESUELTOS

1. En la gráfica $I - t$ corresponde a un conductor de cobre, de área de sección transversal constante. Determine la cantidad de carga eléctrica que cruza por el área de sección transversal del conductor, desde $t_1 = 1$ s hasta $t_2 = 3$ s.



F. 3,4 C

G. 3,6 C

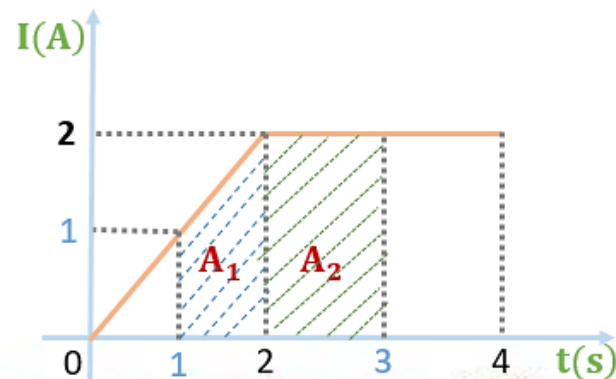
H. 3,5 C

I. 3,8 C

J. 3,9 C

SOLUCIÓN

Determinando la cantidad de carga desde $t_1 = 1$ s hasta $t_2 = 3$ s.



$$Q = A_1 + A_2$$

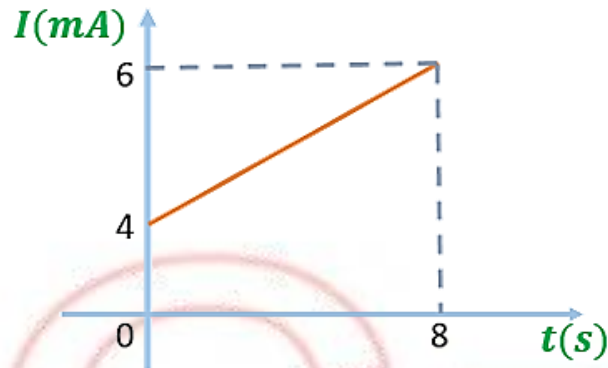
$$Q = \left(\frac{B + b}{2} \right) h + bh$$

$$Q = \left(\frac{2 + 1}{2} \right) (1) + (1)(2)$$

$$\therefore Q = 3,5 \text{ C}$$

RESPUESTA: "A"

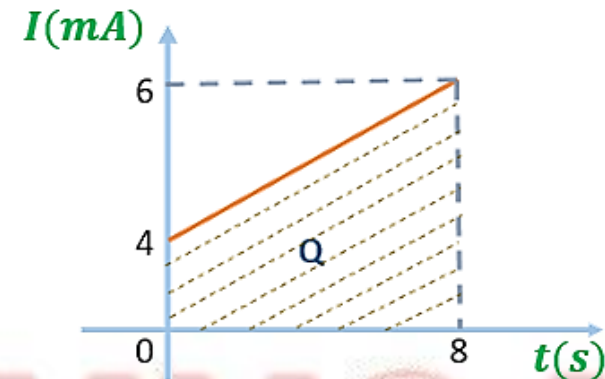
2. En la gráfica I vs t de un conductor, halle el número de electrones que circula por dicho conductor.



- A. 45×10^{16}
- B. 15×10^{16}
- C. 35×10^{16}
- D. 25×10^{16}
- E. 50×10^{16}

SOLUCIÓN

En toda gráfica $(I - t)$, el área bajo la recta es igual a la cantidad de carga (Q); esto es:



$$Q = \text{Área del trapecio} = \left(\frac{B + b}{2} \right) h$$

$$Q = \left(\frac{4 + 6}{2} \right) 8$$

$$Q = 40 \text{ mC}$$

Además:

$$Q = \pm n |e^-|$$

$$40 \times 10^{-3} = n(1,6 \times 10^{-19})$$

$$n = 25 \times 10^{16} \text{ electrones}$$

RESPUESTA: "D"

3. Se tiene un alambre de 1 km de longitud. Si su área de sección transversal es 10^{-6} m^2 , determine su resistencia eléctrica, si el alambre es de cobre. ($\rho_{cu} = 1,72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$)

- A. $1,72 \Omega$
- B. $17,2 \Omega$
- C. 172Ω

D. 172,1 Ω E. 172,2 Ω

SOLUCIÓN

Del enunciado, tenemos:

$$L = 1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m} = 10^3 \text{ m}$$

$$A = 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\rho = 1,72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

Aplicando la Ley de Poulliet, determinamos la resistencia eléctrica del conductor:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

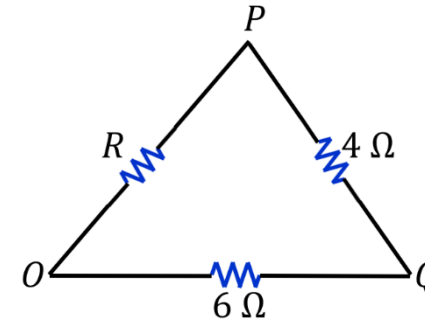
$$R = (1,72 \times 10^{-8}) \frac{10^3}{10^{-6}}$$

$$R = 1,72 \times 10$$

$$R = 17,2 \Omega$$

RESPUESTA: "B"

4. La figura muestra un arreglo de resistencia, donde la resistencia equivalente entre "O" y "P" es 5 Ω . Calcular la resistencia equivalente entre "P" y "Q".

A. 2,8 Ω B. 3,0 Ω C. 3,2 Ω D. 3,4 Ω E. 3,6 Ω

SOLUCIÓN

Resolviendo la resistencia equivalente entre los puntos "O" y "P", hallamos el valor de "R".

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \Omega$$

Resolviendo $R = 10 \Omega$.

Resolvemos la resistencia equivalente entre los puntos "P" y "Q", por un lado "R" y 6 Ω están en serie, entonces:

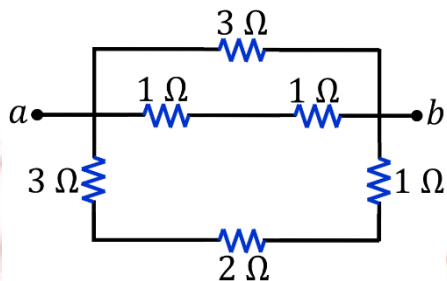
$$\frac{1}{R'_{eq}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{4} = \frac{5}{16} \Omega$$

Resolviendo $R'_{eq} = 3,2 \Omega$

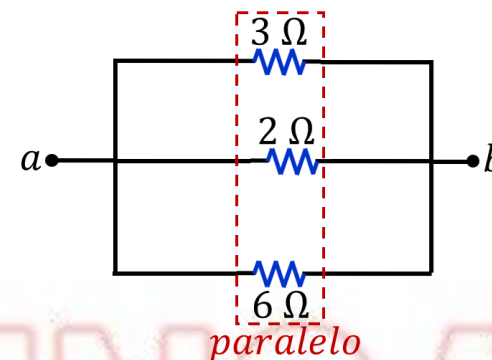
RESPUESTA: "C"

Resolvemos la resistencia equivalente entre “a” y “b”:

5. En el circuito eléctrico mostrado, determinar la resistencia equivalente entre los puntos “a” y “b”.



- A. $1\ \Omega$
- B. $2\ \Omega$
- C. $3\ \Omega$
- D. $4\ \Omega$
- E. $5\ \Omega$

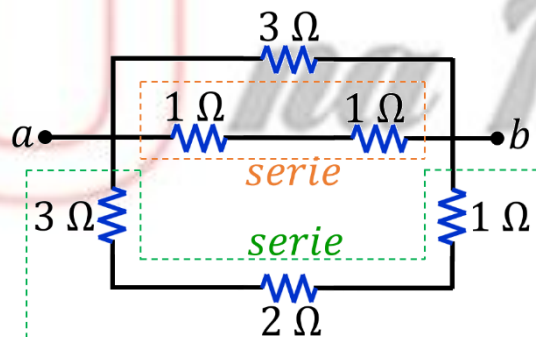


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$R_{eq} = 1\ \Omega$$

RESPUESTA: “A”

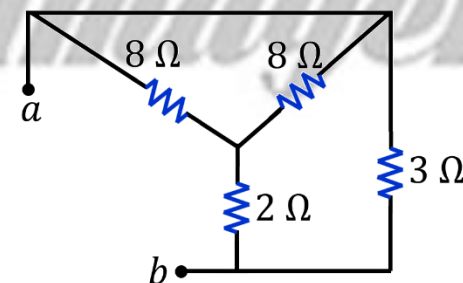
Resolvemos las resistencias en serie:



$$R_1 = 3 + 2 + 1 = 6\ \Omega$$

$$R_2 = 1 + 1 = 2\ \Omega$$

6. Determine la resistencia equivalente entre los bornes “a” y “b”.



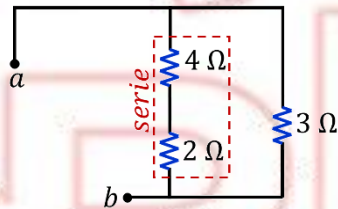
- A. $1\ \Omega$
- B. $2\ \Omega$
- C. $3\ \Omega$
- D. $4\ \Omega$

E. 5Ω **SOLUCIÓN**

Las resistencias de 8Ω están en paralelo, resolvemos la resistencia equivalente:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

$$R_1 = 4 \Omega$$



Luego las resistencias 4Ω y 2Ω están en serie, la resistencia equivalente sería:

$$R_2 = 4 \Omega + 2 \Omega = 6 \Omega$$

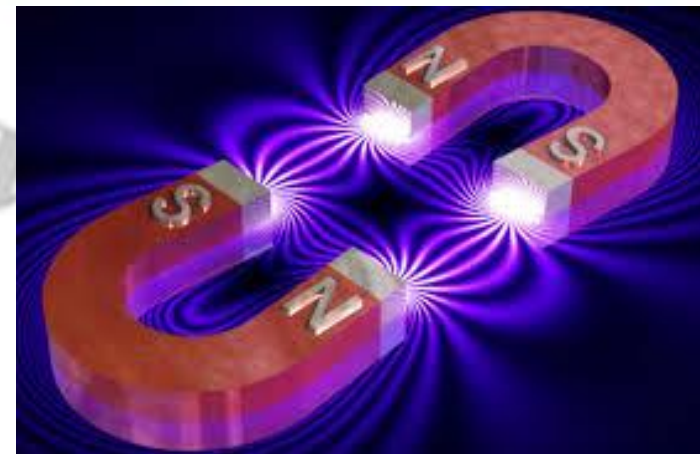
Por último, la resistencia equivalente entre "a" y "b":

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$R_{eq} = 2 \Omega$$

RESPUESTA: "B"**TEMA 10: MAGNETISMO**

El magnetismo tiene que ver con fenómenos de atracción y repulsión que se presentan con los imanes y con los materiales ferromagnéticos, y el electromagnetismo con fenómenos magnéticos que aparecen cuando los conductores y bobinas son recorridos por una corriente eléctrica.



10.1 MAGNETISMO

Se denomina magnetismo a la propiedad que presentan determinadas sustancias, especialmente algunos minerales de hierro cobalto y níquel, de atraer o repeler ciertos cuerpos tales como pedacitos de hierro, acero, etc. (Lumbreras, 2023)

El material con propiedades magnéticas que el hombre observó en la naturaleza fue el mineral llamado magnetita, Fe_3O_4 , esta posee el magnetismo en forma natural y es un material sólido natural no metálico que puede atraer hierro, con el paso de los años, el hombre aprendió a construir imanes más potentes a los que llamó imanes artificiales.

10.1.1 IMANES

Los imanes se encuentran habitualmente en objetos cotidianos, como juguetes, perchas, elevadores, timbres y dispositivos informáticos, etc.

Un imán es un cuerpo que tienen la propiedad de atraer hacia sí o ser atraído hacia otro imán o hacia cualquier otro cuerpo de hierro, cobalto u otros metales ferromagnéticos. Es un material con propiedades ferromagnéticas naturales o artificiales, que generan un campo magnético continuo.

10.1.2 POLOS DE UN IMÁN

Se llama polos magnéticos o polos del imán a las zonas donde se concentran los efectos magnéticos externos del imán. Si se suspende el imán de manera que puede oscilar libremente, adoptará siempre la misma posición coincidiendo su eje con el meridiano geográfico. El polo que se orienta hacia el Norte geográfico se llama polo Norte magnético (N), y el otro se llama polo magnético Sur (S). A la parte intermedia se le llama zona neutra. (Pérez Terrel, Física Teoría y Práctica, 2015)

Fig.10.3: Polos de un Imán.



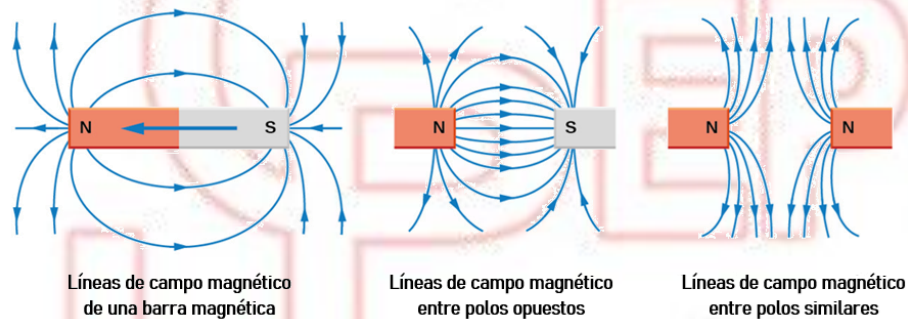
Ley de los polos: polos magnéticos de igual nombre se repelen y polos magnéticos de nombres contrarios se atraen.

Fig. 10.2: Fuerza magnética entre los polos de un imán.



La fuerza con la que se atraen o se repelen los polos de un imán se llama fuerza magnética, y se dice que el imán crea un campo magnético en el espacio que lo rodea. Un campo magnético en el entorno de un imán se representa gráficamente por líneas de fuerza o líneas de inducción magnética.

Fig. 10.3: Líneas de campo magnético.



OBSERVACIONES:

- Los polos magnéticos de un imán son inseparables, y se dice que el imán es un dipolo magnético. Por consiguiente, no existen imanes con un sólo polo magnético.
- Por convenio las líneas de fuerza del campo magnético o líneas de inducción magnética se dibujan saliendo del polo norte e ingresando al polo sur.

- Las líneas de inducción magnética son cerradas y nunca se interceptan.

10.2 CAMPO MAGNÉTICO

Sabemos que la carga eléctrica crea a su alrededor un campo eléctrico, decimos que un imán produce en el espacio circundante un campo magnético.

Llamamos campo magnético a aquella región del espacio que rodea a todo polo magnético y que posee propiedades magnéticas, las cuales se manifiestan con fuerzas de atracción o repulsión contra todo polo colocado en su interior y sobre cargas eléctricas en movimiento. (Pérez Terrel, 2023)

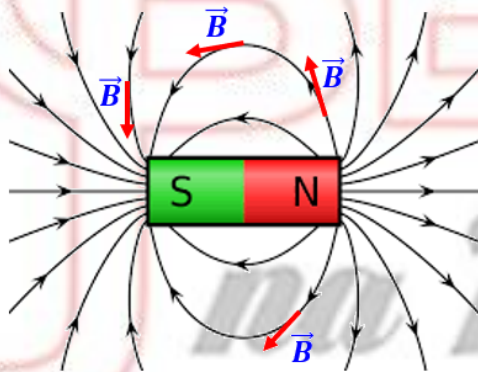
Dos o más cuerpos magnetizados pueden interactuar, pero esa interacción no se va a transmitir de un lugar a otro de manera instantánea. Existirá un medio que transmite esa interacción en un tiempo finito y a dicho medio se le denomina campo magnético.

Michael Faraday ideó una forma de representar al campo magnético y esto es a través de líneas imaginarias de denominadas líneas de

inducción magnética, y estas líneas son cerradas y orientadas del norte hacia el sur magnético.

El vector inducción magnética ($\vec{B}$) siempre es tangente a las líneas de inducción magnética y en la misma orientación de las líneas. Su módulo nos indica que tan intenso es el campo magnético. Su módulo en el S.I. es el Tesla (T).

Fig. 10.4: Vector inducción magnética



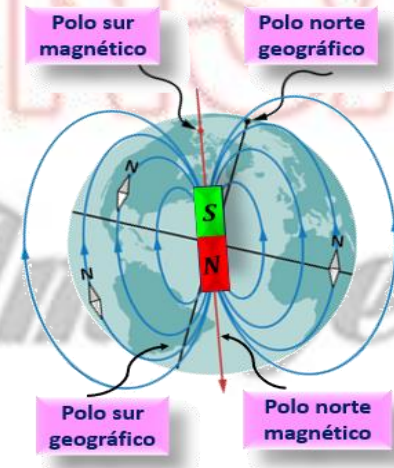
10.2.1 CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

La Tierra posee un campo magnético, no se conoce exactamente la causa de este campo, aunque la Tierra contiene hierro en su centro no puede decirse que el magnetismo terrestre se debe a este hierro ya

que en el centro de la Tierra la temperatura es elevadísima (recordemos que la temperatura anula el magnetismo).

El Polo Sur del imán suspendido señala el Polo Norte magnético terrestre. El Polo Norte del imán suspendido señala el Polo Sur magnético terrestre. El Polo Norte magnético y el Polo Sur geográfico de la tierra son vecinos y viceversa.

Fig. 10.5: Campo magnético terrestre.



10.3 ELECTROMAGNETISMO

10.3.1 EFECTO MAGNÉTICO DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA

Fue observado inicialmente en 1820 por Hans Christian Oersted observando el movimiento de una aguja magnética cuando cerca de ella pasaba un conductor que transportaba corriente eléctrica, a ello se le conoce como: Efecto Oersted. (Rubiños, 2012)

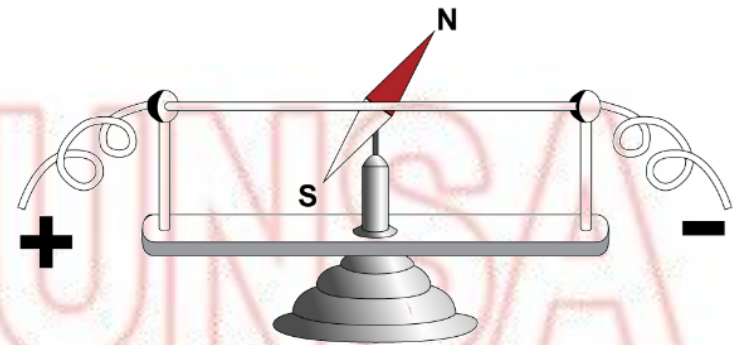
10.3.2 EXPERIENCIA DE OERSTED

Hans Christian Oersted, físico y químico danés que descubrió el electromagnetismo, al observar que una corriente eléctrica desviaba una aguja imantada o brújula. A partir del análisis de los experimentos Oersted dedujo:

- Toda corriente produce un campo magnético cuyo valor es proporcional a la intensidad de la corriente.
- El sentido de la desviación se invierte al invertir el sentido de la corriente.
- El campo magnético es transversal, es decir, perpendicular a la dirección de la corriente.
- El campo magnético envuelve al conductor a lo largo de toda su longitud, por lo que las líneas de fuerza del campo magnético son cerradas.

La conclusión es sencilla: las corrientes eléctricas generan campos magnéticos, demostrándose de esta manera la relación entre corrientes eléctricas y campos magnéticos.

10.6: Experiencia de Oersted

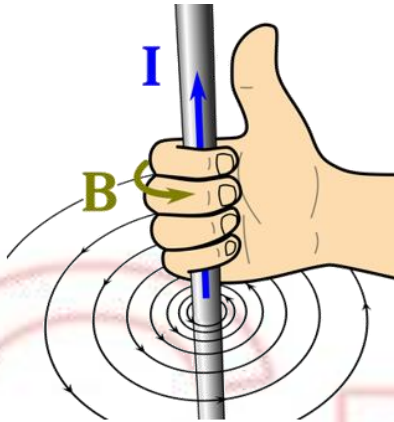


10.3.3 REGLA DE LA MANO DERECHA

Esta regla nos permite establecer el sentido de las líneas que representa al campo magnético que envuelve a un conductor, esta se plantea de la siguiente manera:

El pulgar de la mano derecha se orienta con el sentido de la corriente y los otros dedos tienen que envolver o abrazar al conductor, en la forma como se orienten éstos será el sentido de las líneas de inducción magnética.

Fig. 10.7: Líneas de campo magnético



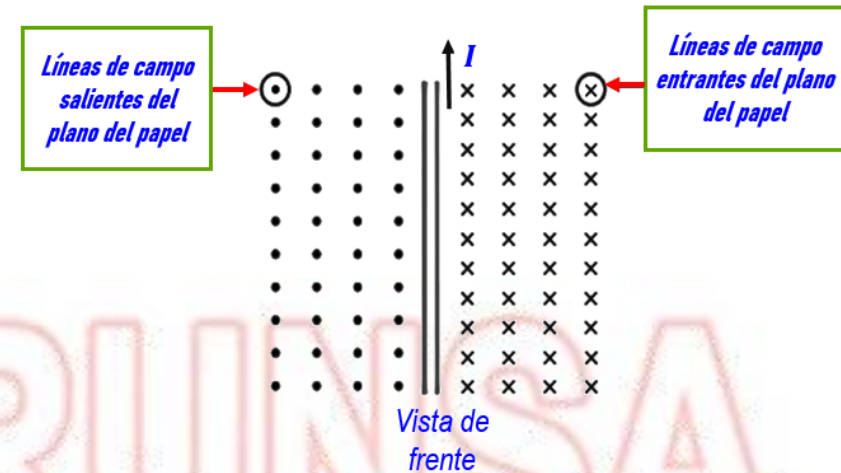
Nota: Las líneas del campo magnético son circunferencias concéntricas al hilo y situadas en un plano perpendicular al mismo.

Para un mejor estudio de los campos magnéticos es necesario representarlos en un plano, por ello nos ubicaremos en una posición tal que las líneas del campo y el conductor puedan visualizarse fácilmente.

Fig. 10.8: Vista colineal al conductor de las líneas de campo magnético



Fig. 10.9: Vista perpendicular al conductor de las líneas de campo magnético



10.4 LEY DE BIOT- SAVART

Jean Baptiste Biot (1774-1862) y Félix Savart (1791-1841) investigaron poco después de que Oersted (1777-1851) divulgara su experiencia, sobre la intensidad de los campos creados por corrientes. A estos trabajos se sumaron los aportes de André M. Ampere, y Pierre S. Laplace.

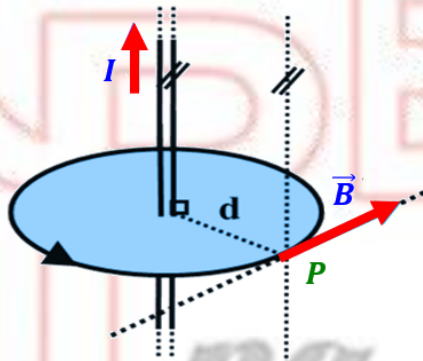
De sus experimentos sacaron las siguientes conclusiones:

“La intensidad del campo magnético ($\vec{B}$) en un punto de campo P, es directamente proporcional a la intensidad de la corriente eléctrica (I) e inversamente proporcional a la distancia (d).

10.4.1 CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN CONDUCTOR RECTILINEO

La magnitud del campo magnético ($\vec{B}$) producido por una corriente rectilínea muy larga es directamente proporcional a la intensidad de la corriente eléctrica (I) e inversamente proporcional a la distancia (d) del campo magnético:

Fig. 10.10: Campo magnético en un conductor



La magnitud del campo magnético ($\vec{B}$) se puede calcular con:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

Donde:

B: Magnitud del campo magnético en teslas (T)

I: Intensidad de corriente en amperios (A)

d: Distancia en metros (m)

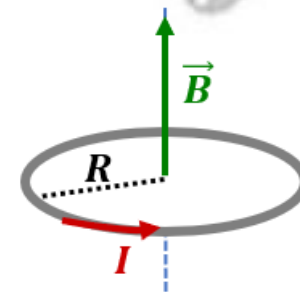
μ_0 : Permeabilidad del espacio libre

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

10.4.2 CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UNA ESPIRA

La magnitud del campo magnético ($\vec{B}$) producido por una corriente circular en su centro, es directamente proporcional a la intensidad de la corriente (I) que conduce e inversamente proporcional a su radio (R).

Fig. 10.11: Campo magnético en el centro de una espira



La magnitud del campo magnético ($\vec{B}$) en el centro de una espira de alambre se puede calcular con:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Donde:

B: Magnitud del campo magnético en teslas (T)

I: Intensidad de corriente en amperios (A)

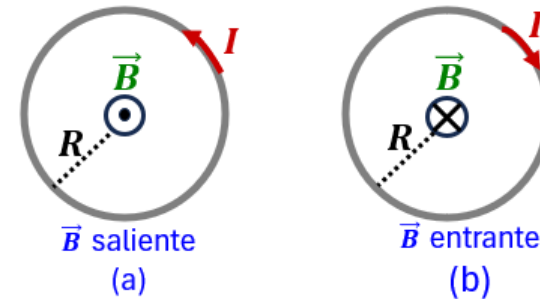
R: Radio en metros (m)

μ_0 : Permeabilidad del espacio libre

OBSERVACIONES:

La corriente eléctrica y el campo magnético no están en el mismo plano. Si la corriente circula en sentido antihorario, aplicando la regla de la mano derecha, el campo magnético se describe saliente del plano y se representa con $\odot$, como muestra la figura (a). Similarmente, si la corriente circula en sentido horario, aplicando la regla de la mano derecha, el campo magnético se describe entrante al plano y se representa con $\otimes$, como muestra la figura (b).

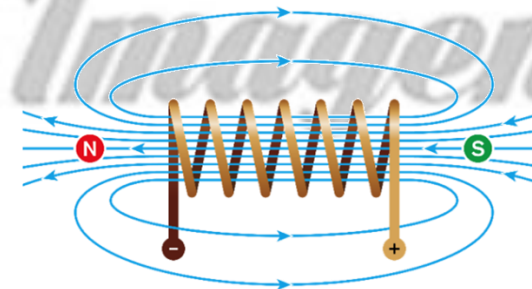
Fig. 10.12: Campo magnético en el centro de una espira



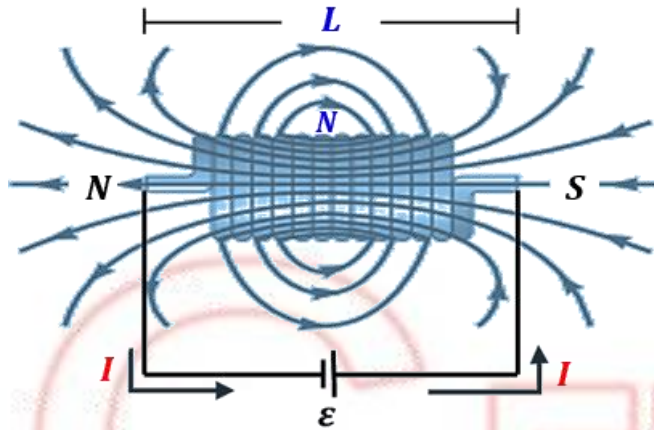
10.4.3 CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN SOLENOIDE

Se llama también bobina, y es un conjunto de arrollamiento por donde circula una corriente, creando en su espacio interior un campo magnético debido a la superposición de los campos individuales que genera cada espira.

Fig. 10.13: Campo magnético en el interior de un solenoide



El campo magnético generado depende del número de espiras (N) y de la longitud del solenoide (L).



La magnitud del campo magnético ($\vec{B}$) en un punto interior de su eje (interior del solenoide) se puede calcular con:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{L}$$

Donde:

B: Magnitud del campo magnético en teslas (T)

I: Intensidad de corriente en amperios (A)

N: Número de espiras

L: Longitud del solenoide en metros (m)

μ_0 : Permeabilidad del espacio libre

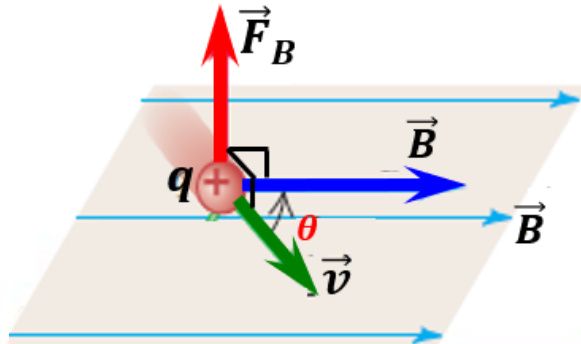
10.5 FUERZA MAGNÉTICA

La fuerza magnética es una consecuencia de la fuerza electromagnética, una de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza, y es causada por el movimiento de las cargas. También se define como la medida vectorial de la interacción de dos campos magnéticos.

10.5.1 FUERZA MAGNÉTICA SOBRE UNA PARTÍCULA CON CARGA ELÉCTRICA EN MOVIMIENTO

Sabemos que una carga móvil genera un campo magnético perpendicular a la velocidad ($\vec{v}$) de la carga y al campo magnético ($\vec{B}$), el cual al interactuar con un campo magnético externo sobre dicha carga se manifiesta la acción de una fuerza electromagnética llamada también Fuerza De Lorentz.

Fig. 10.14: Dirección de la fuerza magnética



La expresión vectorial de la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula con carga en movimiento en un campo magnético, está dada por:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La magnitud de la fuerza magnética ejercida sobre una partícula con carga que se mueve en un campo magnético, está dada por:

$$F_B = |q|vB\sin\theta$$

Donde:

F_B : Magnitud de la fuerza magnética en newton (N)

B : Magnitud de la inducción magnética en teslas (T)

$|q|$: Carga en coulomb (C)

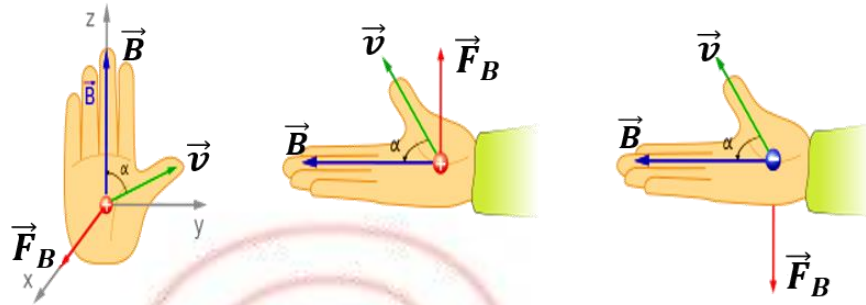
v : Magnitud de la velocidad en (m/s)

El ángulo " θ " lo forman la velocidad ($\vec{v}$) y la dirección del campo magnético ($\vec{B}$)

La dirección de la fuerza magnética se determina mediante la regla de la mano derecha que consiste en:

Describe la dirección de la fuerza como la dirección de una "palmada" con la mano derecha. Como en la regla del agarre de la mano derecha, los dedos apuntan en la dirección del campo magnético y el pulgar apunta en la dirección en la que se mueve la carga positiva. Si la carga es negativa (por ejemplo, un electrón), entonces necesitas invertir la dirección de tu pulgar, pues la fuerza apunta en la dirección opuesta. Alternativamente, puedes usar tu mano izquierda para una carga negativa en movimiento.

Fig. 10.15: Regla de la mano derecha.



10.5.2 MOVIMIENTO DE LAS PARTÍCULAS CON CARGA ELÉCTRICA EN UN CAMPO MAGNÉTICO HOMOGÉNEO

Una partícula proyectada sobre una región donde existe un campo magnético homogéneo puede tener trayectorias muy particulares en el interior del campo. La forma de la trayectoria va a depender de como esta partícula ingresa al campo.

A continuación, se tenemos las trayectorias:

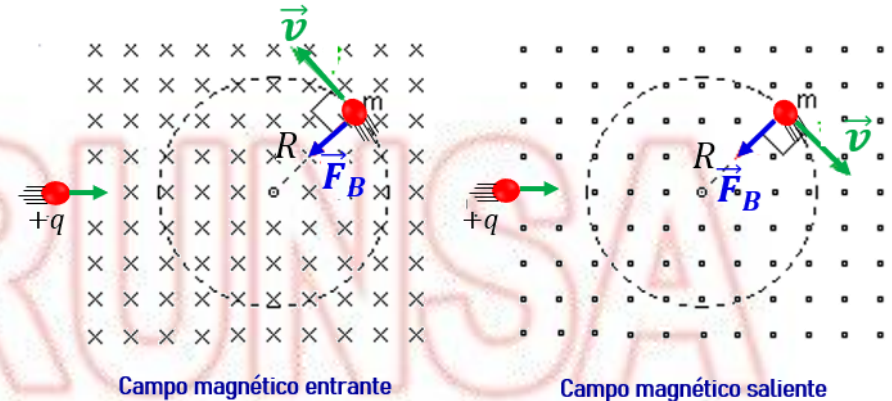
- **Rectilínea:** Se da cuando la partícula tiene su velocidad paralela a las líneas de inducción magnética, por lo tanto, la partícula no experimenta fuerza magnética.

Fig. 10.16: Carga eléctrica en un campo homogéneo.



- **Circunferencial:** la partícula ingresa perpendicular al campo magnético, es decir la velocidad de la partícula forma 90° con las líneas de inducción.

Fig. 10.17: Carga eléctrica en un campo homogéneo.



La partícula describe un movimiento circunferencial uniforme, entonces la fuerza magnética sería la fuerza centrípeta.

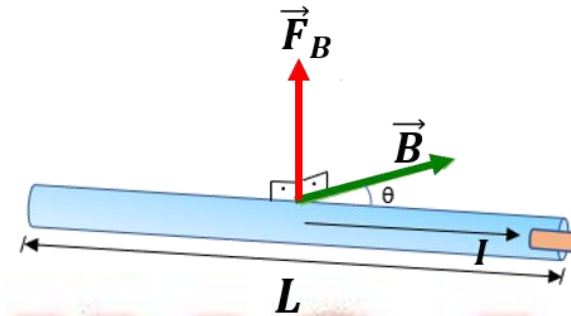
$$F_B = F_c$$

$$|q|vB = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$$

Donde: F_B : Magnitud de la fuerza magnética en newton (N) F_c : magnitud de la fuerza centrípeta en newton (N) B : Magnitud de la inducción magnética en teslas (T) $|q|$: Carga en coulomb (C) v : Magnitud de la velocidad en (m/s) ω^2 : Rapidez angular (rad/s²) R : Radio (m)**10.5.3 FUERZA MAGNÉTICA SOBRE UN CONDUCTOR CON CORRIENTE**

Cualquier carga eléctrica que se mueve en un campo magnético experimenta una fuerza magnética. Como una corriente eléctrica se compone de cargas en movimiento, cabe esperar que un conductor con corriente eléctrica cuando se coloca en un campo magnético, también está sometido a esa fuerza. La suma de las fuerzas magnéticas individuales sobre las cargas en movimiento debe ser igual a la fuerza magnética total sobre el conductor.

Fig. 10.18: Fuerza magnética en un conductor rectilíneo.



Si un conductor recto de longitud L porta una corriente I , la fuerza magnética ejercida sobre dicho conductor cuando se coloca en un campo magnético uniforme $\vec{B}$ es:

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

La magnitud de la fuerza magnética, está dada por:

$$F_B = ILB \sin \theta$$

θ : ángulo entre el campo magnético y la dirección de la corriente

Donde: F_B : Magnitud de la fuerza magnética en newton (N) B : Magnitud de la inducción magnética en teslas (T) I : Intensidad de corriente en amperios (A) L : Longitud del conductor en metros (m)**OBSERVACIONES:**

La fuerza siempre es perpendicular tanto al conductor como al campo, con la dirección determinada por la misma regla de la mano derecha que se usó para una carga móvil positiva.

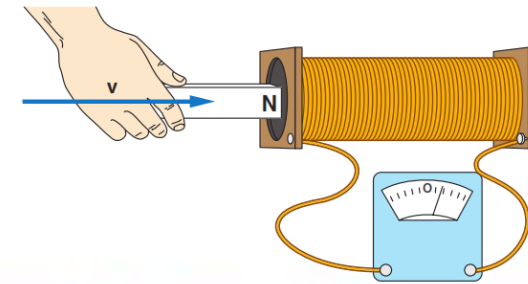
La dirección de la longitud del conductor (L) es en la dirección de la corriente I .

La fuerza magnética sobre un alambre que transporta corriente alcanza su valor máximo cuando el alambre es perpendicular a la dirección del campo magnético.

10.6 INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

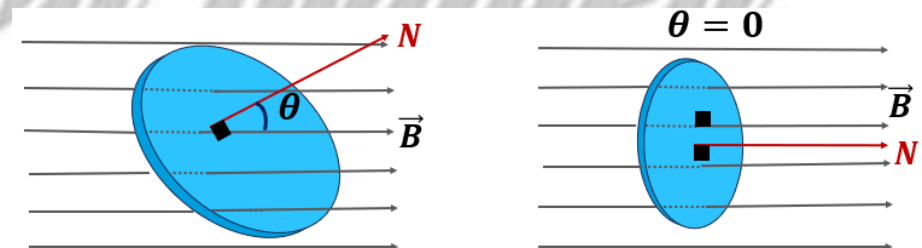
Consiste en la inducción de corriente eléctrica en un conductor por acción de un campo magnético variable. Estudia la transformación del campo magnético en corriente eléctrica. (Pérez Terrel, Física Teoría y Práctica, 2015)

Fig. 10.19: Inducción electromagnética.

**10.6.1 FLUJO MAGNÉTICO**

Cada vez que las líneas de inducción magnética atraviesan una superficie se dirá que a través de ella existe un flujo magnético cuyo valor será proporcional al número de líneas que atraviesan el área. (Rubiños, 2012)

Fig. 10.20: Flujo magnético en una espira inclinada a un campo magnético.



Está dado por:

$$\Phi_B = BA \cos \theta$$

Donde: **Φ_B** : Flujo magnético en weber (Wb)**A**: Área (m^2)**B**: Magnitud de la inducción magnética en teslas (T)**N**: Normal a la superficie

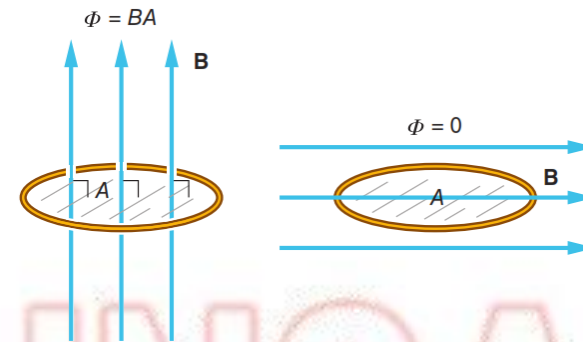
La unidad del SI para el flujo magnético es igual a la unidad del campo magnético (1 T) multiplicada por la unidad de área (1 m^2). Esta unidad se llama weber (1 Wb), en honor del físico alemán Wilhelm Weber (1804-1891):

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 = 1 \text{ N} \cdot \text{m/A}$$

Para una espira simple de alambre que está en un plano perpendicular al campo magnético, el flujo magnético es el producto del campo magnético B y el área A delimitada por la espira:

$$\Phi_B = BA$$

Fig. 10.21: Flujo magnético en una espira atravesando un campo magnético.



El flujo magnético que pasa por la espira de alambre tiene su valor máximo cuando las líneas de campo son perpendiculares al plano de la espira. Es cero cuando las líneas de campo son paralelas al plano de la espira y no cruzan el plano.

- FLUJO MAGNÉTICO A TRAVÉS DEL ÁREA PROYECTADA

Cualquiera sea la forma de la superficie, siempre se puede proyectar en un plano perpendicular a las líneas de campo magnético.

$$\Phi_B = BA_{\text{proyectada}}$$

- FLUJO NETO EN UNA SUPERFICIE CERRADA

El flujo magnético total a través de una superficie cerrada siempre es igual a cero.

Sabemos que hay dos flujos: el flujo entrante que es negativo y el flujo saliente que es positivo. Dado que la misma cantidad de líneas que entran a la superficie y salen de ella, se tiene que los flujos son iguales.

$$\Phi_{\text{entrante}} = -\Phi_{\text{saliente}}$$

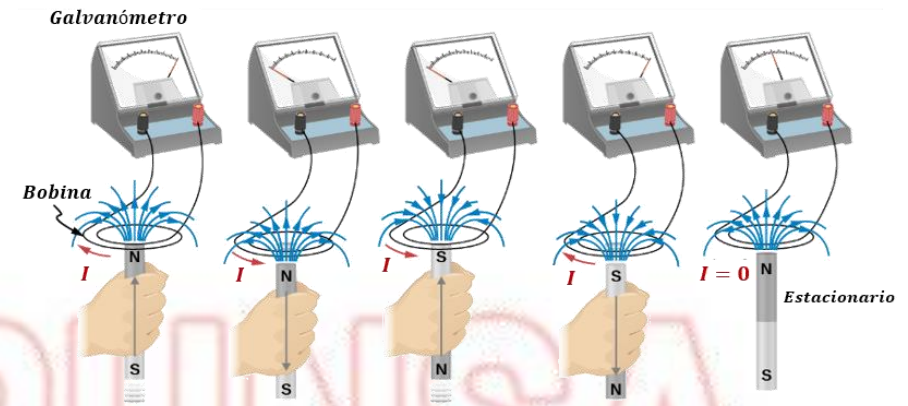
Si consideramos el flujo total o neto, es decir, la suma de todos los flujos a través de la superficie se tiene:

$$\Phi_{\text{neto}} = \Phi_{\text{saliente}} + \Phi_{\text{entrante}} = 0$$

10.6.2 LEY DE FARADAY

Este fenómeno consiste en la inducción de corriente eléctrica en un conductor por acción de un campo magnético externo variable, conocido como el Efecto Faraday. Cuando varía el flujo de inducción a través del área del circuito, se induce en el circuito (espira) una FEM que tiende a producir una corriente eléctrica. (Pérez Terrel, Física Teoría y Práctica, 2015)

Fig. 10.22: Inducción electromagnética.



El movimiento de un imán con respecto a una bobina produce: Fuerza electromotriz (*fem*) inducida. La misma *fem* inducida se producen si la bobina se mueve con respecto al imán. Esta *fem* inducida de corta duración, solo está presente durante el movimiento. Cuanto mayor es la velocidad, mayor es la magnitud de la *fem* inducida, y esta es cero cuando no hay movimiento.

Debe observarse que la fuerza electromotriz de inducción existe solamente mientras el flujo de inducción está variando, anulándose cuando cesa la variación del flujo.

Después de realizar una serie de experimentos, Faraday logró darse cuenta de la existencia de un hecho común. En todas las situaciones en

los que aparecía una fuerza electromotriz (*fem*) inducida, estaba ocurriendo una variación del flujo magnético a través del circuito. El valor de dicha fuerza electromotriz está dado por:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

Si un circuito consta de N espiras la fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

Donde:

ε : Fuerza electromotriz inducida en voltios (V)

$\Delta \Phi_B$: Variación del flujo magnético en webers (Wb)

Δt : Tiempo que emplea la variación del flujo magnético, en segundos (s)

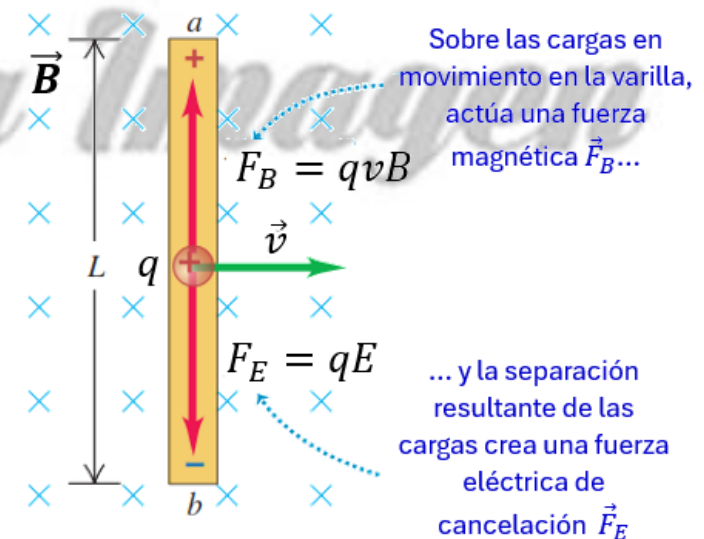
N : Número de espiras

El signo (-) en la ecuación está de acuerdo a la Ley de Lenz, la corriente inducida genera un campo magnético que tiende a compensar la variación del flujo (Φ).

10.6.3 FEM INDUCIDA PARA UNA BARRA METÁLICA EN MOVIMIENTO

Cuando una barra conductora de longitud L , se mueve con rapidez v dentro de un campo magnético externo B , las cargas dentro del conductor se polarizan a consecuencia de la fuerza de Lorentz, dando lugar a un campo eléctrico dentro del conductor. (Pérez Terrel, Teoría y problemas selectos de Física, 2023)

Fig. 10.23: Velocidad generada en un cable conductor



Esta *fem* se denomina fuerza electromotriz de movimiento, y se denota con $\mathcal{E}$, la magnitud de esta fem está dada por:

$$\mathcal{E} = vBL$$

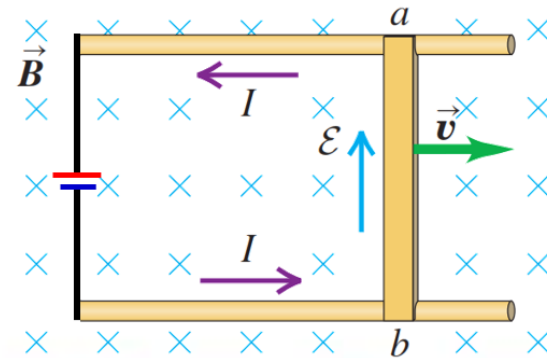
Donde:

$\mathcal{E}$: Fuerza electromotriz (fem) inducida en voltios (V)

v : Magnitud de la velocidad (m/s)

B : Magnitud de la inducción magnética en teslas (T)

L : Longitud del conductor en metros (m)



La fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E} = vBL$$

De la ley de Ohm tenemos:

$$\mathcal{E} = IR$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Donde:

$\mathcal{E}$: Fuerza electromotriz (fem) inducida en voltios (V)

I : intensidad de corriente en ampere (A)

R : resistencia eléctrica (Ω)

L : Longitud del conductor en metros (m)

10.6.4 CORRIENTE ELECTRICA INDUCIDA

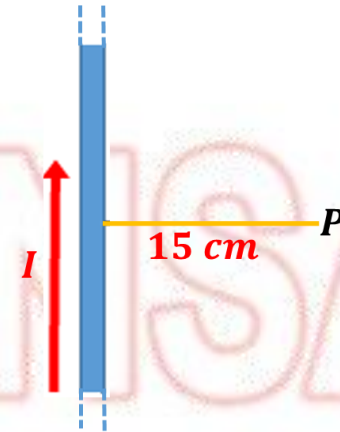
Si desplazamos una barra conductora *ab* de longitud L y una resistencia R sobre dos carriles metálicos, con rapidez v , dentro de un campo magnético externo B , se observará que la fuerza electromotriz inducida en la barra, permite la aparición de una corriente eléctrica inducida, cuanto más rápido varía el flujo magnético mayor será el valor de la corriente eléctrica inducida.

Fig. 10.24: Inducción electromagnética en una varilla movable.

El sentido de la corriente eléctrica inducida I , depende de la polaridad de los puntos extremos (ab) de la barra. La barra se comportará como una pequeña fuente de energía eléctrica, ya sea pila o batería, estableciendo así una diferencia de potencial.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. En la siguiente figura se observa un alambre largo, recto y vertical por el que circula una intensidad de corriente eléctrica de 9 A. Determinar el módulo de la inducción magnética en el punto "P". ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$)



- A. 6 μT
- B. 9 μT
- C. 12 μT
- D. 15 μT
- E. 18 μT

SOLUCIÓN:

El módulo de la inducción magnética en el punto P

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

Reemplazando:

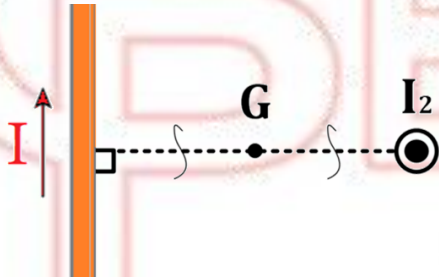
$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A})(9 \text{ A})}{2\pi(15 \times 10^{-2} \text{ m})}$$

$$B = 12 \times 10^{-6} \text{ T}$$

$$B = 12 \mu\text{T}$$

RESPUESTA: "C"

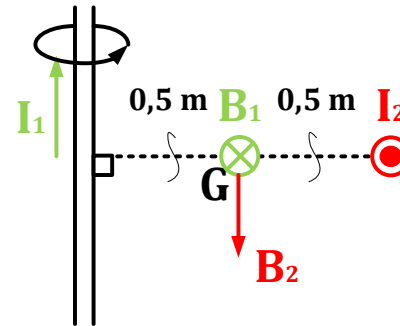
2. En el gráfico se muestran dos conductores de gran longitud separados 1 m. Determine el módulo del campo magnético en un punto "G" equidistante de ambos conductores situados en planos perpendiculares. ($I_1 = 15 \text{ A} \wedge I_2 = 20 \text{ A}$)



- A. $8 \mu\text{T}$
- B. $10 \mu\text{T}$
- C. 14 mT
- D. $14 \mu\text{T}$
- E. 10 mT

SOLUCIÓN:

Considerando la disposición de los conductores, se tiene:



Por lo tanto:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1}{d_1} = 2 \times 10^{-7} \frac{15}{0,5} = 6 \times 10^{-6} = 6 \mu\text{T}$$

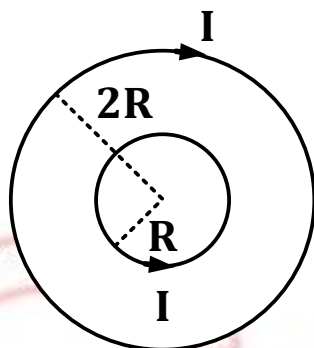
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} = 2 \times 10^{-7} \frac{20}{0,5} = 8 \times 10^{-6} = 8 \mu\text{T}$$

Entonces:

$$B_G = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \mu\text{T}$$

RESPUESTA: "B"

3. Dos espiras circulares concéntricas por las que circula una corriente de intensidad I , generan un campo magnético resultante en el centro de magnitud $8 \mu\text{T}$. Hallar la intensidad de la corriente eléctrica. ($R = 2\pi \text{ cm}$)



- A. 0,4 A
- B. 0,8 A
- C. 1,2 A
- D. 1,6 A
- E. 2 A

SOLUCIÓN:

El Fórmula del campo magnético en el centro de una espira circular:

$$B = \frac{\mu I}{2R}$$

Si: $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R}$; $B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}$

Se tiene que:

$$B_T = B_1 - B_2 = 8 \mu T$$

$$\frac{\mu_0 I}{2R} - \frac{\mu_0 I}{4R} = 8 \times 10^{-6}$$

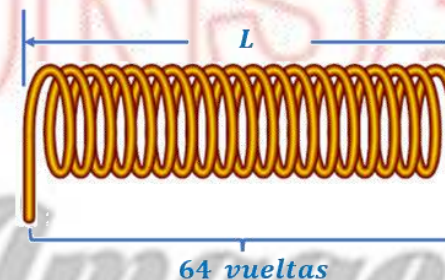
$$\frac{\mu_0 I}{4R} = 8 \times 10^{-6}$$

$$I = \frac{8 \times 10^{-6} \times 4 \times 0,02\pi}{4\pi \times 10^{-7}}$$

$$I = 1,6 A$$

RESPUESTA: "D"

4. Por un solenoide de 64 vueltas, circula una intensidad de corriente eléctrica de 30 A. Calcule la longitud (en cm) del solenoide si se sabe que genera una inducción magnética de módulo $16 \mu T$. ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} Tm/A$)



- A. $0,50\pi$
- B. 48π
- C. $0,24\pi$
- D. $0,48\pi$
- E. 12π

SOLUCIÓN:

Inducción magnética de un solenoide:

$$B = \frac{N\mu_0 I}{L}$$

Despejamos la longitud:

$$L = \frac{N\mu_0 I}{B}$$

$$L = \frac{64 (4\pi \times 10^{-7}) 30}{16 \times 10^{-6}}$$

$$L = 48\pi \text{ m}$$

Piden la longitud en cm:

$$L = 0,48\pi \text{ cm}$$

RESPUESTA: "D"

5. Una carga eléctrica $q = 4 \times 10^{-3} \text{ C}$ ingresa a un campo magnético uniforme $\vec{B} = 0,4\hat{k} \text{ T}$ con una velocidad $\vec{V} = 8 \times 10^4 \hat{j} \text{ m/s}$. Calcule la fuerza magnética que experimenta la carga eléctrica.

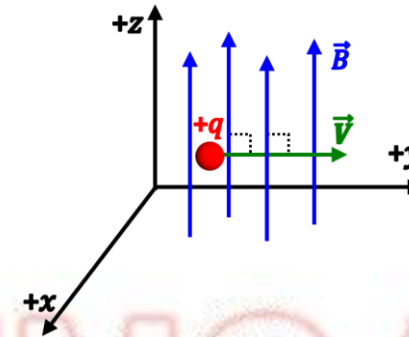
- A. $-128\hat{i} \text{ N}$
- B. $+128\hat{i} \text{ N}$
- C. $+12,8\hat{k} \text{ N}$
- D. $+128\hat{j} \text{ N}$
- E. $-12,8\hat{i} \text{ N}$

SOLUCIÓN:

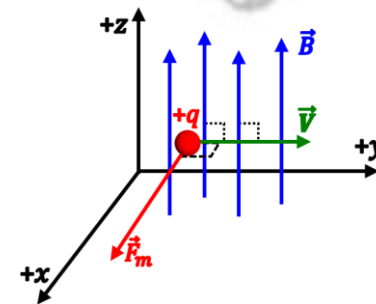
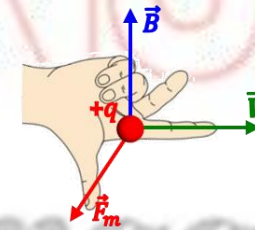
Realizamos la gráfica según los datos del enunciado, ubicando cada vector de acuerdo a su vector unitario:

Campo magnético: $\vec{B} = 0,4\hat{k} \text{ T}$; eje $+z$

Velocidad de la carga: $\vec{V} = 8 \times 10^4 \hat{j} \text{ m/s}$; eje $+y$



Utilizando la regla de la mano derecha definimos la dirección de la fuerza magnética:



Analizando la gráfica se verifica que el vector velocidad es perpendicular al vector campo magnético, por lo que la fuerza magnética, tomando los módulos de cada vector, será:

$$F_B = qv\beta \sin(90^\circ)$$

$$F_B = qvB$$

$$F_B = 4 \times 10^{-3} (8 \times 10^4) (0,4)$$

$$F_B = 128 \text{ N}$$

Finalmente, la fuerza magnética es:

$$F_B = +128\hat{i} \text{ N}$$

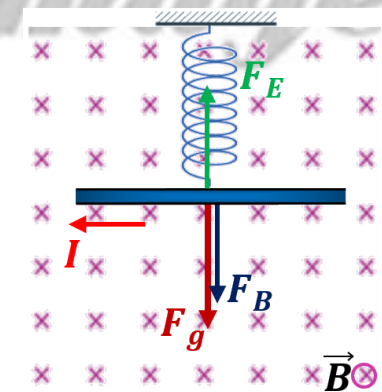
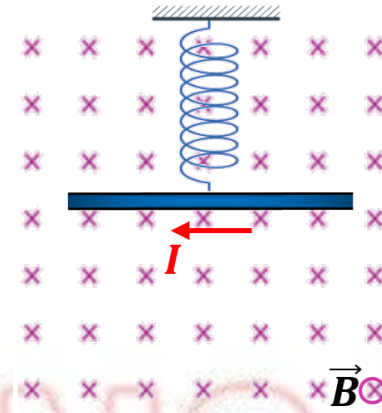
RESPUESTA: "B"

6. En la figura se muestra a un conductor homogéneo de 40 cm de longitud, 20 g de masa y por el cual circula una corriente de intensidad $I = 10 \text{ A}$ suspendido horizontalmente de un resorte, en el interior de un campo magnético uniforme de intensidad $B = 0,20 \text{ T}$. Determine la deformación que presenta el resorte. $k = 20 \text{ N/m}$. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 2 cm
- B. 3 cm
- C. 5 cm
- D. 6 cm
- E. 8 cm

SOLUCIÓN:

Graficamos las fuerzas que actúan sobre el conductor:



Determinamos el módulo de la Fuerza magnética:

$$F_B = I L B \sin \theta$$

Reemplazando datos:

$$\Rightarrow F_B = (10)(0,40)(0,20)\sin 90^\circ$$

$$F_B = 0,8 \text{ N}$$

Como el conductor debe de estar en equilibrio al permanecer suspendido horizontalmente, aplicamos la primera condición de equilibrio:

$$\sum F = 0$$

$$\Rightarrow F_E = F_g + F_B$$

$$kx = mg + F_B$$

Reemplazando datos:

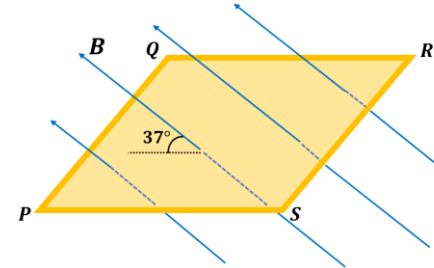
$$\Rightarrow (20)x = (0,02)(10) + 0,8$$

$$\Rightarrow x = 0,05 \text{ m}$$

$$\therefore x = 5 \text{ cm}$$

RESPUESTA: "C"

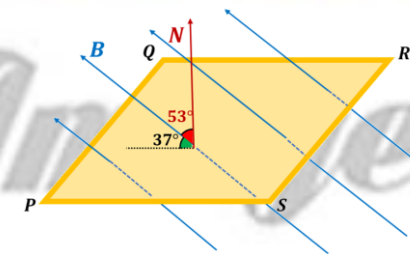
7. Una espira rectangular de dimensiones $PS = 8 \text{ cm}$; $RS = 6 \text{ cm}$, se encuentra en una región donde el campo magnético homogéneo tiene un módulo de 10 mT , tal como se muestra en la figura. Determine el flujo magnético sobre dicha espira.



- A. $240 \times 10^{-7} \text{ Wb}$
- B. $192 \times 10^{-7} \text{ Wb}$
- C. $144 \times 10^{-6} \text{ Wb}$
- D. $288 \times 10^{-7} \text{ Wb}$
- E. $960 \times 10^{-6} \text{ Wb}$

SOLUCIÓN:

En el gráfico:



Calculamos el área que encierra la espira, recordando que $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$:

$$\Rightarrow A = (8 \text{ cm})(6 \text{ cm})$$

$$\Rightarrow A = 48 \text{ cm}^2$$

$$A = 48 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

El ángulo que forma el vector normal con el vector inducción magnética es de 53° , de lo cual tomamos el $\cos 53^\circ = \frac{3}{5}$

Determinamos el flujo magnético con la ecuación:

$$\phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$$

Reemplazando datos:

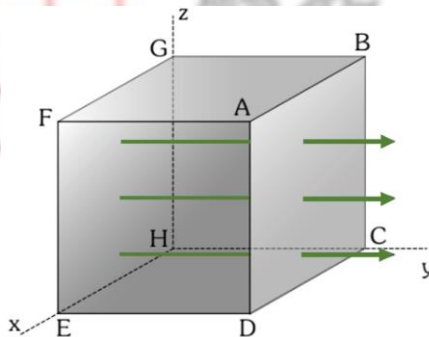
$$\Rightarrow \phi = (10 \times 10^{-3})(48 \times 10^{-4})(\cos 53^\circ)$$

$$\Rightarrow \phi = (10 \times 48 \times 10^{-7})\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$\phi = 288 \times 10^{-7} \text{ Wb}$$

RESPUESTA: "D"

8. Determinése el flujo magnético entrante sobre la cara ABCD, si existe en dicha región un campo magnético uniforme de $20\hat{j} \text{ T}$, además el lado del cubo es 5 cm.



- A. 0,5 Wb
- B. 0,05 Wb
- C. 0,1 Wb

- D. - 0,1 Wb
- E. - 0,05 Wb

SOLUCIÓN:

Recordemos que necesitamos conocer aquella área que sea perpendicular.

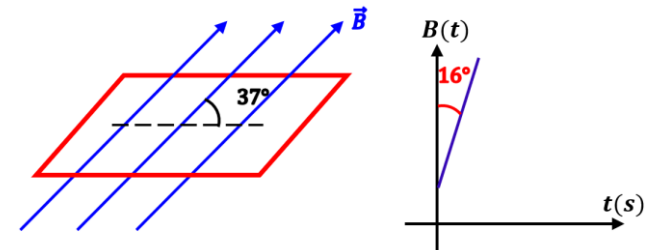
$$\begin{aligned}\phi &= B \cdot A \\ \phi &= 20(5 \times 5 \times 10^{-4}) \\ \phi &= 0,05 \text{ Wb}\end{aligned}$$

También debemos de recordar:

$$\begin{aligned}\phi_{\text{neto}} &= 0 \\ \phi_{\text{entrante}} + \phi_{\text{saliente}} &= 0 \\ \phi_{\text{entrante}} &= -\phi_{\text{saliente}} \\ \phi_{\text{entrante}} &= -0,05 \text{ Wb}\end{aligned}$$

RESPUESTA: "E"

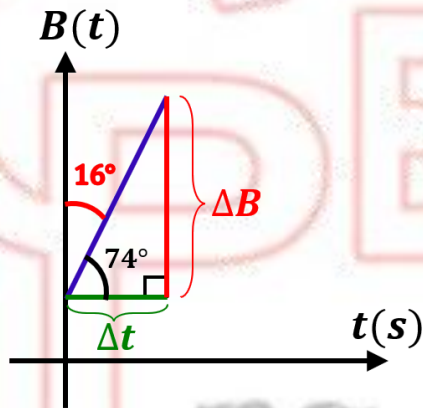
9. Si la inducción magnética a través de una espira rectangular de $70 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$, varía con el tiempo según la gráfica adjunta. Determine la resistencia de la espira, si la corriente inducida es 360 mA.



- A. 4Ω
 B. 3Ω
 C. 2Ω
 D. 1Ω
 E. $1,5 \Omega$

SOLUCIÓN:

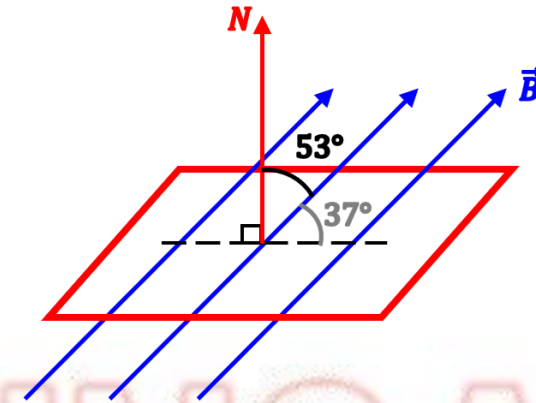
En la gráfica se observa que el campo magnético varía con el tiempo:



Luego, la tangente del ángulo de 74° es:

$$\operatorname{tg} 74^\circ = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{24}{7}$$

Encontramos el ángulo que forma la normal de la espira con el campo magnético, debido a la variación del campo magnético, el flujo magnético varía:



$$\Delta \phi = \Delta B A \cos \theta$$

La fem inducida se encontrará con la ley de Faraday- Lenz, siendo $N = 1$:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -(1) \frac{\Delta B}{\Delta t} A \cos 53^\circ$$

El área de la espira será:

$$A = (0,5)(0,7)$$

Se reemplaza datos:

$$\varepsilon = \frac{24}{7} (0,5)(0,7) \frac{3}{5}$$

$$\varepsilon = -0,72 \text{ V}$$

Finalmente, usando la ley de ohm se encuentra la resistencia de la espira:

$$R = \frac{|\varepsilon|}{I} = \frac{0,72}{0,36}$$

$$R = 2 \Omega$$

RESPUESTA: "C"

BIBLIOGRAFÍA

- Aucallanchi, F. (2013). *Física*. Editorial Racso.
- Burbano de Ercilla S. (2005). *Física general* 32 edición, Editorial Tebar Flores.
- Pérez, W. (2012). *Física, Teoría y práctica*. Editorial San Marcos
- Ramos F. (2010). *Física, Teoría y práctica*. Editorial Macro E.I.R.L.
- Sabrera, R y Pérez, W. (2009) *Física, un estudio del movimiento en todas sus formas*. Perú: Megabyte
- Salvador Timoteo V. (2013). *Física: Editorial San Marcos E.I.R.L.*
- Serway, R. y Jewett, J. (2019). *Física: Física para ciencias e ingeniería*. 10ma. edición. México: Cengage.
- Sears, F. y Zemansky, M. (2013). *Física: Física para ciencias e ingeniería*. 13va. edición. México: Pearson Educación.
- Wilson, J., Buffa, A. y Lou, B. (2007). *Física*. 6ta. edición. México: Pearson Educación.
- Rex, A. y Wolfson, R (2011). *Fundamentos de Física*. 1ra. edición. México: Pearson Educación.
- Alvarenga, B. y Máximo, A. (2008). *Física General*. México: Oxford University Press.
- Aucallachi Velásquez, F. (2013). *Física* (Editores Racso)
- Ayala, J. (2012). *Física, la enciclopedia*. Perú: Rubiños
- Mendoza D. Jorge. *Física, teoría y problemas*
- Paucar Damas, Charles B. (2017). *Física esencial*. Asociación Fondo de Investigadores y Editores. Lumbrreras Editores
- Pérez, W. (2012). *Física, Teoría y práctica*. Perú: San Marcos
- Raymond A. Serway - John W. Jewett, Jr., D. C. (2019). *Física: Física para ciencias e ingeniería*. 10ma. edición. México: Cengage.
- SEARS ZEMANSKY, D. C. (2009). *Física: Física para ciencias e ingeniería*. 10ma. edición. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- A. Beléndez, J. G. Bernabeu, C. Pastor, "Magnitudes, vectores y campos", Universidad Politécnica de Valencia, SPUPV-88.511 (1988).