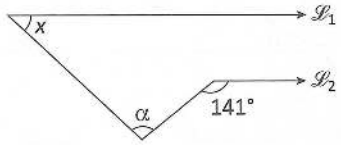
Ángulo y Triángulo

Resuelto

Si $\mathscr{L}_1 // \mathscr{L}_2$ y α es la medida de un ángulo obtuso menor que 120°, determine el menor valor entero de x.

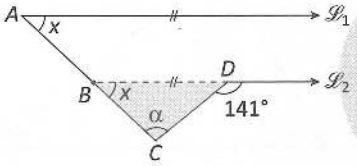


UNSA I Fase - 2018

Resolución

Nos piden el menor valor entero de x.

Dato: $\alpha < 120°$



Por paralelas: $m\measuredangle A = m\measuredangle B = x$

En el $\triangle BCD$, por ángulo exterior

$x + \alpha = 141°$

$\alpha = 141° - x$

Reemplazando en el dato

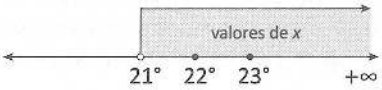
$\underbrace{\alpha} < 120°$

$141° - x < 120°$

$141° - 120° < x$

$21° < x$

Analizando en la recta numérica



$\therefore\ x_{\text{menor valor entero}} = 22°$

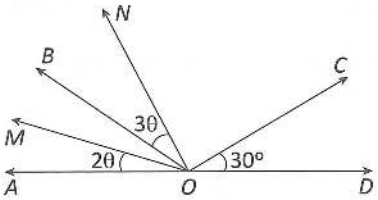
Respuesta: El menor valor entero de x es 22°.

Resuelto

1. Calcule la medida de un ángulo si el suplemento del complemento del complemento del suplemento es igual a tres veces el complemento del triple de dicho ángulo.

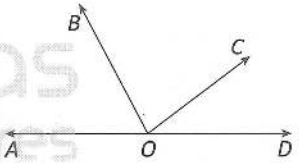
A) 30° B) 27° C) 28°
D) 37° E) 20°

2. Del gráfico, halle 2θ si $\overrightarrow{OM}$ y $\overrightarrow{ON}$ son bisectrices de los ángulos AOB y COM, respectivamente.



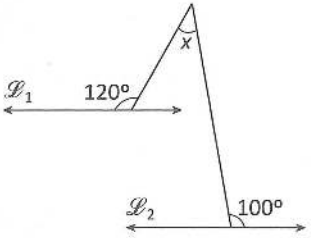
A) 50° B) 25° C) 15°
D) 30° E) 40°

3. En la figura, si $m\measuredangle COD = 40°$ y el ángulo BOC es agudo, calcule el menor valor entero del ángulo AOB.



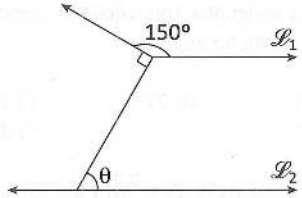
A) 59° B) 39° C) 61°
D) 49° E) 51°

4. Calcule x si $\overrightarrow{\mathscr{L}_1} // \overrightarrow{\mathscr{L}_2}$.



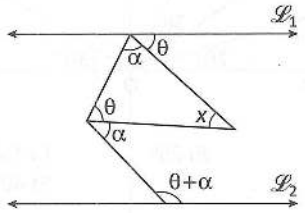
A) 40° B) 30° C) 50°
D) 60° E) 45°

5. Del gráfico, si $\overrightarrow{\mathscr{L}_1} // \overrightarrow{\mathscr{L}_2}$, calcule θ.



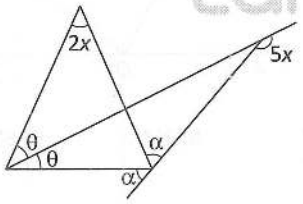
A) 60° B) 40° C) 45°
D) 30° E) 37°

6. En la figura, si $\overrightarrow{\mathscr{L}_1} // \overrightarrow{\mathscr{L}_2}$, calcule x.



A) 58° B) 70° C) 60°
D) 50° E) 75°

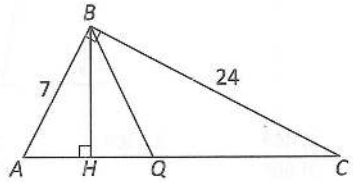
7. Del gráfico, halle el valor de x.



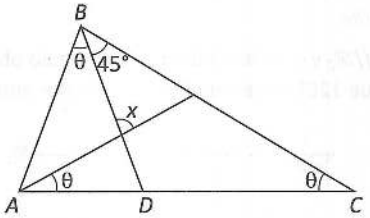
A) 30° B) 40° C) 36°
D) 50° E) 45°

8. Del gráfico, $\overline{BQ}$ es bisectriz del ángulo HBC. Calcule QC.

A) 19
B) 20
C) 16
D) 15
E) 18

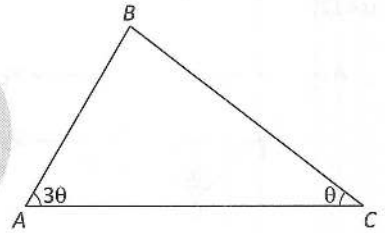


9. En la figura, si $AB=BD$, calcule x.



A) 80° B) 60° C) 75°
D) 90° E) 53°

10. Del gráfico, $BC=2(AB)$. Halle el valor de θ.



A) 15° B) 20° C) 30°
D) 45° E) 18°

11. En la región exterior relativa al lado BC de un triángulo equilátero ABC se ubica un punto P. Si $PB=4$ y $PC=7$, calcule el menor valor entero del perímetro de ABC.

A) 6 B) 12 C) 8
D) 16 E) 10

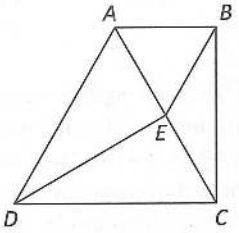
12. Dado un triángulo rectángulo ABC recto en B, se ubica un punto P en la región exterior relativa a $\overline{BC}$. Si $AB=4$ y $BP=3$, calcule el valor entero de AP.

A) 4
B) 6
C) 5
D) 8
E) 7

Congruencia de triángulos

Resuelto

Dada la siguiente figura



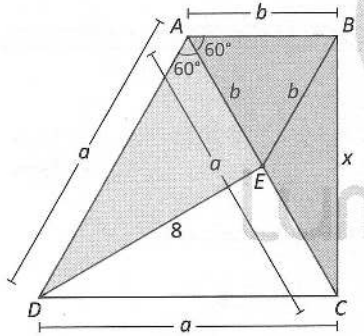
Si ABE y ACD son triángulos equiláteros y $DE=8$ u, halle la longitud de $\overline{BC}$.

UNSA I Fase - 2020

Resolución

Nos piden $BC=x$

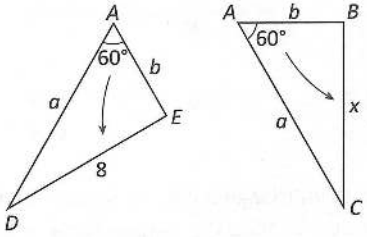
Dato: $DE=8$ u



Como ABE y ACD son equiláteros

$\rightarrow AD=AC=DC$ y $AB=BE=AE$

El $\triangle DAE \cong \triangle CAB$ por el caso L–A–L



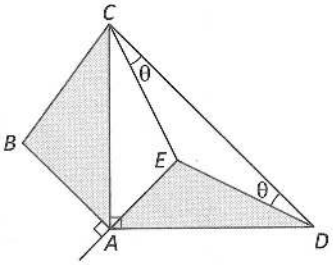
Por lo tanto, comparando sus elementos, $x=8$.

Respuesta: El valor de x es 8 u.

Resuelto

13. En el gráfico, las regiones sombreadas son congruentes. Calcule $CE+ED$ si $BC=4$.

A) 8
B) 4
C) 7
D) 6
E) 10

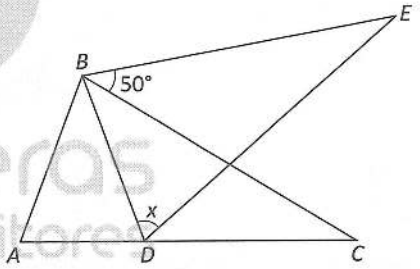


14. En un triángulo ABC se traza la ceviana $\overline{BQ}$, tal que $AB=QC$, $m\sphericalangle ABQ = m\sphericalangle BCQ = \dfrac{m\sphericalangle QBC}{2} = \theta$.

Halle θ.

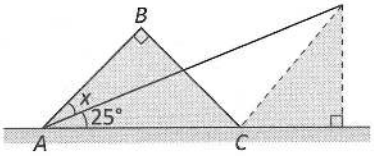
A) 30°
B) 40°
C) 25°
D) 18°
E) 36°

15. En la figura, si $AB=BD$, $BC=BE$ y $AC=DE$, calcule x.



A) 65°
B) 50°
C) 45°
D) 55°
E) 70°

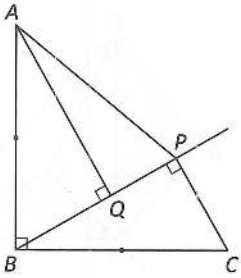
16. Adrián tiene una placa triangular ABC apoyada a una pared y está sobre el suelo. Si dicha placa giró en torno a C en sentido horario como se muestra en el gráfico, calcule x.



A) 25°
B) 15°
C) 20°
D) 5°
E) 35°

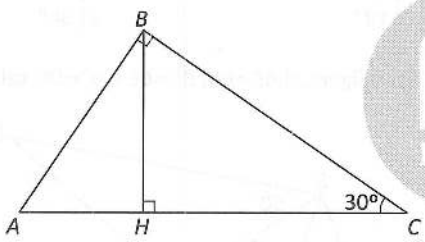
Lumbreras Editores

17. Del gráfico, $PC=3$ y $AQ=4$. Halle el valor de AP si $AB=BC$.



A) 5 B) $\sqrt{21}$ C) $\sqrt{17}$
D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

18. Del gráfico, calcule AH/HC.

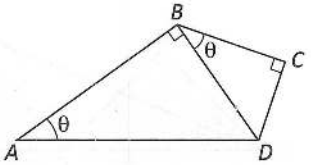


A) 1/2 B) 1/3 C) 2
D) 1/4 E) 3

19. Dado un triángulo ABD, se traza la ceviana interior BC tal que $AB=BC$. Si $AC=2(CD)$ y $m\measuredangle ABC=53°$, calcule $m\measuredangle ADB$.

A) 30° B) 60° C) 15°
D) 45° E) 53°

20. Del gráfico, si $AB=2\sqrt{2}$ y $BC=\sqrt{2}$, calcule θ.

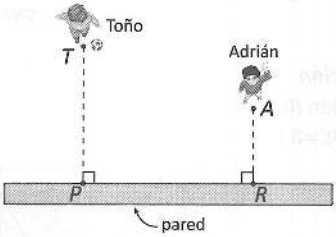


A) 30° B) 15° C) 22,5°
D) 53°/2 E) 45°

21. En un triángulo ABC, se levanta la mediatriz del lado $\overline{AC}$ que interseca al lado $\overline{AB}$ en el punto T. Si $AT=BC$ y $m\measuredangle BAC=35°$, calcule $m\measuredangle ABC$.

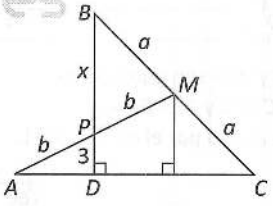
A) 45° B) 70° C) 80°
D) 55° E) 60°

22. Toño y Adrián están jugando con un balón en la calle frente a una pared, como muestra la figura. Si $TP=5$ m, $AR=3$ m y $PR=15$ m, calcule el menor recorrido del balón si sale rodando por la patada que le da Toño y choca con la pared hacia la posición de Adrián.



A) 17 m B) 20 m C) 21 m
D) 16 m E) 25 m

23. Según el gráfico, calcule x.

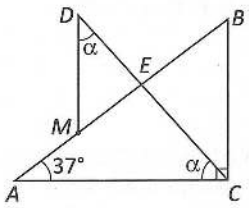


A) 9 B) 6 C) 8
D) 5 E) 4

24. Dado un triángulo ABC, se ubica P, punto medio de $\overline{BC}$ y se traza $\overline{PQ}$, perpendicular a $\overline{AC}$ en Q. Si $AQ=2$, $QC=8$ y $m\measuredangle BAC=127°$, calcule PQ.

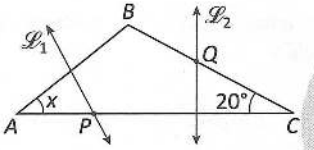
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

25. Del gráfico, $BC=6$ y $AM=ME$. Calcule DM.



A) 5 B) 6 C) 4
D) 3 E) $3\sqrt{3}$

26. En el gráfico, $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}$ es mediatriz de $\overline{AB}$ y $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$ mediatriz de $\overline{PC}$. Si $AP=BQ$, calcule x.



A) 15° B) 60° C) 40°
D) 30° E) 45°

Polígonos

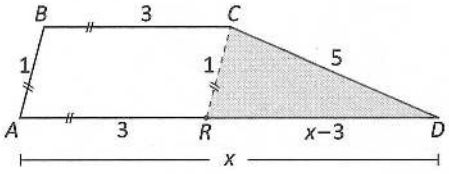
Resuelto

La base menor de un trapecio mide 3 m y los lados no paralelos, 1 m y 5 m. Calcule la longitud de la base mayor sabiendo que su medida es un número entero.

UNSA I Fase - 2023

Resolución

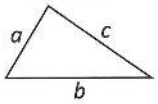
Nos piden el valor entero de x.



Se traza $\overline{CR}//\overline{BA}$ y se forma el paralelogramo $ABCR$.

$\rightarrow$ $CR=1$ y $AR=3$

Recordemos lo siguiente:



Teorema de existencia

$c-a<b<c+a$

En el $\triangle RCD$, por teorema de existencia

$5-1<x-3<5+1$

$4<x-3<6$

$4<x-3$ $\quad$ $x-3<6$

$7<x$ $\quad$ $x<9$

Luego, $7<x<9$

$\therefore$ $x_{\text{valor entero}}=8$

Respuesta: El valor entero de x es 8 m.

Resuelto

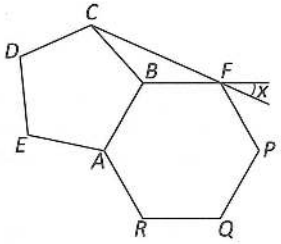
27. Se tiene un polígono regular cuyo ángulo interno mide 120°. Calcule el número de diagonales.

A) 10 B) 6 C) 15
D) 8 E) 9

28. Toñito tiene un pliego de cartulina y con una tijera logra cortar un polígono regular cuyo ángulo externo mide 15°. ¿Cuántos lados tiene el polígono obtenido?

A) 12 B) 24 C) 30
D) 36 E) 15

29. En la figura, si $ABCDE$ y $ABFPQR$ son polígonos regulares, calcule x.

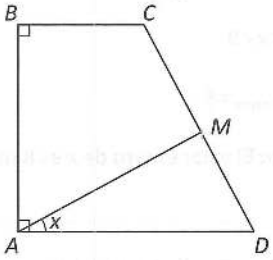


A) 24° B) 30° C) 15°
D) 26° E) 36°

30. Dado un hexágono equiángulo *ABCDEF*, si $AB=FE=4$ y $BC=CD=DE=3$, calcule *AF*.

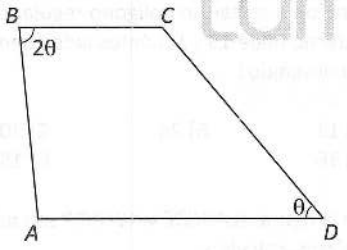
A) $\sqrt{3}$
B) 3
C) 1
D) 4
E) 2

31. Del gráfico, $AB=8$ y $AM=5$. Si $CM=MD$, determine *x*.



A) 53°
B) 37°
C) 16°
D) 74°
E) 30°

32. Sea *ABCD* un trapecio $(\overline{AD}//\overline{BC})$. Si $AB=6$ y $BC=4$, calcule *AD*.



A) 10
B) 15
C) 12
D) 8
E) 14

33. En un trapecio isósceles su altura es igual a 1 y la suma de bases es 4. Calcule la medida del ángulo determinado por una diagonal y una base.

A) 45°
B) 30°
C) $\frac{53°}{2}$
D) $\frac{37°}{2}$
E) 37°

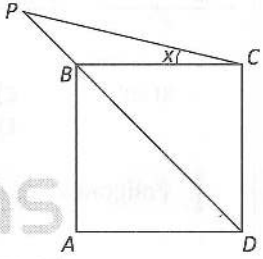
34. En un trapecio *ABCD*, si su base menor *BC* mide 5, $CD=20$ y $2(m\measuredangle CDA)=m\measuredangle BAD=72°$; calcule la longitud de su base media.

A) 12
B) 16
C) 20
D) 15
E) 18

35. Dado un cuadrado *ABCD*, se ubica *H* en la región exterior relativa a $\overline{AB}$, si $\overline{CH}$ corta a $\overline{AB}$ en *P* y $BP=3(PA)$, calcule $m\measuredangle PCD$.

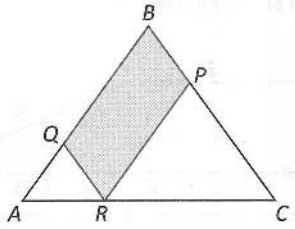
A) 53°
B) 37°
C) 30°
D) 37°/2
E) 60°

36. Del gráfico, *ABCD* es un cuadrado. Si $BD=6(PB)$, calcule *x*.



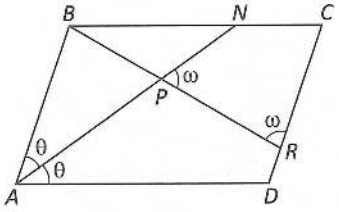
A) 37°/2
B) 15°
C) 5°
D) 8°
E) 53°/2

37. Del gráfico, si $AB=BC=8$, calcule el perímetro de la región paralelográmica *PBQR*.



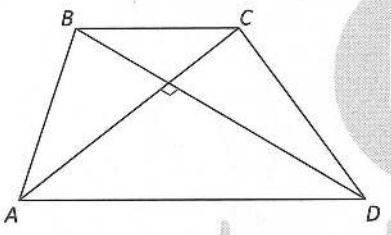
A) 24
B) 16
C) 14
D) 32
E) 18

38. Del gráfico, *ABCD* es un paralelogramo. Si $AP=5$, calcule *BN*.



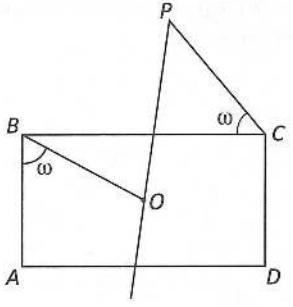
A) 4 B) $2\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{5}$
D) 3 E) 5

39. En el gráfico *ABCD* es un trapecio. Si $\frac{AC}{3}=\frac{BD}{4}=2$, calcule la longitud de la base media. $(\overline{BC}//\overline{AD})$.



A) 4 B) 3 C) $\sqrt{13}$
D) 7 E) 5

40. Del gráfico, *O* es el centro del rectángulo *ABCD*, Si $BO=PC=4$, calcule la distancia de *A* hacia $\overline{PO}$.

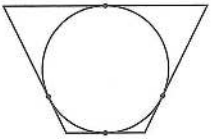


A) 4 B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $3\sqrt{3}$ E) 3

Circunferencia

Resuelto

En un canal de regadío se instalará una tubería cilíndrica; la sección transversal es un trapecio isósceles de bases 72 cm y 288 cm como se muestra en la figura:

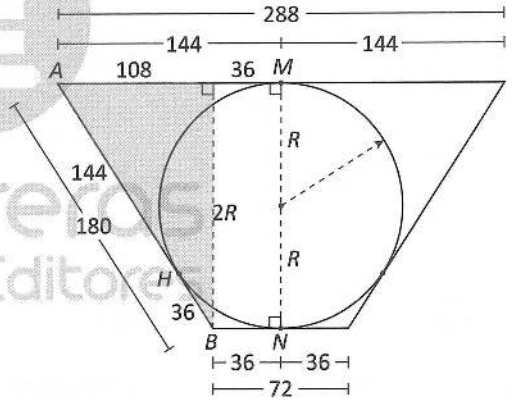


¿Cuánto medirá el radio de la circunferencia?

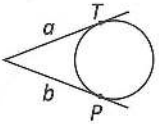
UNSA II Fase - 2018

Resolución

Nos piden *R*.



Recordemos lo siguiente:



Se cumple

$a=b$

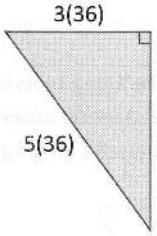
En el trapecio isósceles, *M* y *N* son puntos medios de las bases.

De la observación

$BN=BH=36$ y $AM=AH=144$

Lumbreras Editores

En el ◺ sombreado



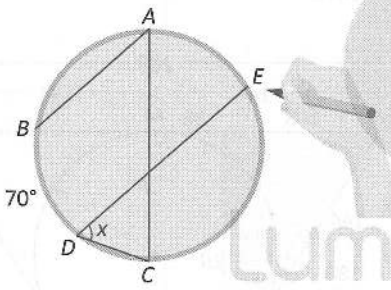
$2R=4(36)$

$\therefore\ R=72$

Respuesta: El valor de R es 72 cm.

Resuelto

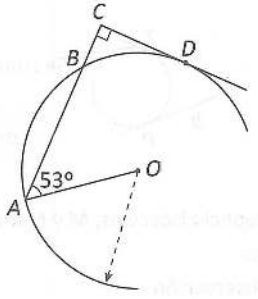
41. Del gráfico, Adrián trazó con un plumón indeleble líneas en su espejo. Si $\overline{AC}$ es diámetro, $m\widehat{BD}=70°$ y $\overline{AB}//\overline{ED}$, calcule x.



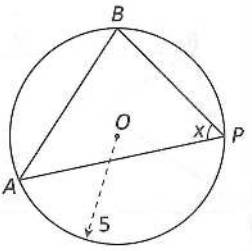
A) 55° B) 60° C) 70°
D) 65° E) 40°

42. En el gráfico, se sabe que D es un punto de tangencia. Calcule $\frac{BC}{CD}$.

A) $\frac{2}{3}$
B) $\frac{1}{4}$
C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{3}$
E) $\frac{2}{5}$

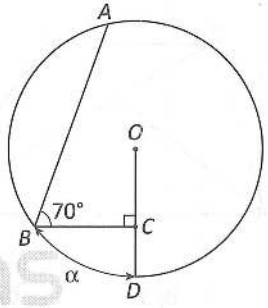


43. En el gráfico si $AB=8$, calcule x.



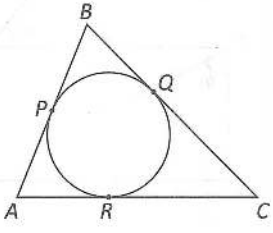
A) 37° B) 53° C) 60°
D) 30° E) 45°

44. Del gráfico, si O es el centro de la circunferencia y $AB=2(CB)$, calcule α.



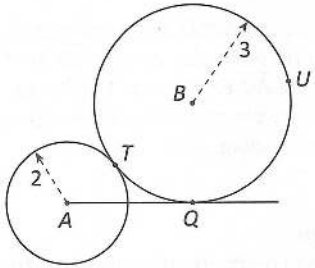
A) 30° B) 55° C) 70°
D) 65° E) 50°

45. En la figura, $AB=9$, $BC=10$, $AC=11$. Si P, Q y R son puntos de tangencia, calcule el menor segmento tangente en $\overline{AC}$.



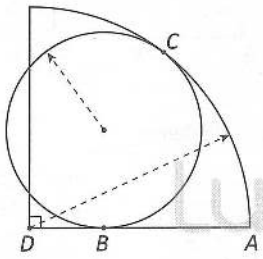
A) 6,5 B) 5 C) 4
D) 6 E) 3

46. En el siguiente gráfico si T y Q son puntos de tangencia, calcule $m\widehat{TQ}$.



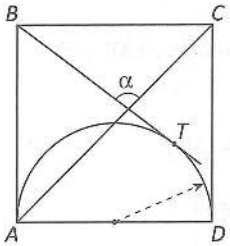
A) 37° B) 53° C) 30°
D) 60° E) 45°

47. Del gráfico, se tiene un cuadrante. Si $m\widehat{AC}=50°$, además, B y C son puntos de tangencia; calcule la medida del arco BC.



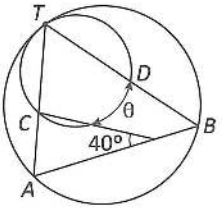
A) 140° B) 120° C) 100°
D) 50° E) 150°

48. En la figura, $ABCD$ es un cuadrado. Si T es punto de tangencia, calcule α.



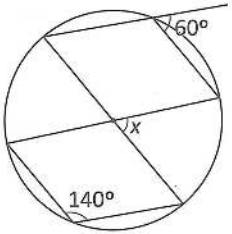
A) 115° B) 94° C) 96°
D) 105° E) 98°

49. En el gráfico si T es un punto de tangencia, halle θ.



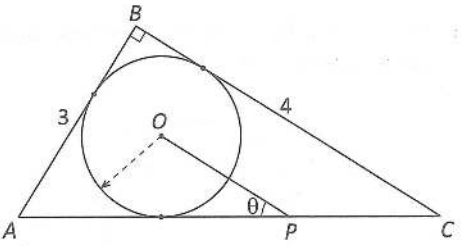
A) 40°
B) 20°
C) 80°
D) 90°
E) 60°

50. A partir del gráfico, determine x.



A) 80° B) 60° C) 50°
D) 40° E) 70°

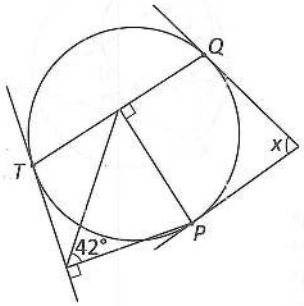
51. Según el gráfico, la circunferencia está inscrita al triángulo ABC. Si $OP=2$, determine θ. ($AB=3$ y $BC=4$)



A) 37
B) 45°
C) 30°
D) 60°
E) 53°

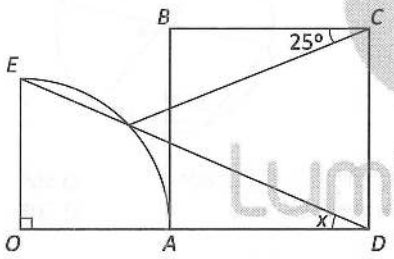
Lumbreras Editores

52. Del gráfico, T, P y Q son puntos de tangencia. Calcule x.



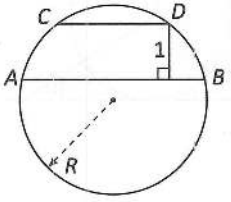
A) 96° B) 84° C) 90°
D) 42° E) 68°

53. Si $ABCD$ es un cuadrado y AOE es un cuadrante, calcule x.



A) 20° B) 30° C) 35°
D) 40° E) 15°

54. Del gráfico, $\overline{AB} // \overline{CD}$. Si $AB=8$ y $CD=6$, calcule la longitud del radio R.



A) $3\sqrt{2}$ B) $\sqrt{17}$ C) 5
D) $2\sqrt{17}$ E) $4\sqrt{3}$

Proporcionalidad y Semejanza

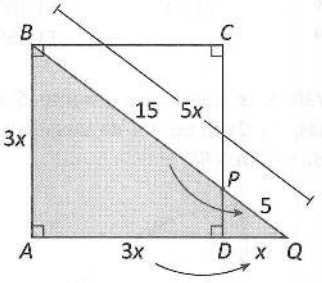
Resuelto

En un cuadrado $ABCD$, por el vértice B se traza un segmento de recta que corta a $\overline{CD}$ en P y a la prolongación de $\overline{AD}$ en Q. Si las longitudes de $\overline{BP}$ y $\overline{PQ}$ son 15 cm y 5 cm, respectivamente, ¿cuánto mide el perímetro del cuadrado?

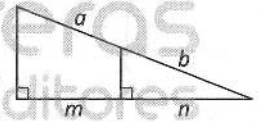
UNSA I Fase - 2022

Resolución

Nos piden el perímetro del cuadrado: $2p_{\square ABCD}$.



Recordemos lo siguiente:



En el corolario de Thales, se cumple

$$\frac{a}{b}=\frac{m}{n}$$

En el $\triangle BAQ$, aplicamos el corolario.

$$\frac{DQ}{AD}=\frac{5}{15}\rightarrow\frac{DQ}{AD}=\frac{x}{3x}$$

$2p_{\square ABCD}=12x$

El $\triangle BAQ$ es notable de 37° y 53°.

$5x=20 \rightarrow x=4$

Finalmente

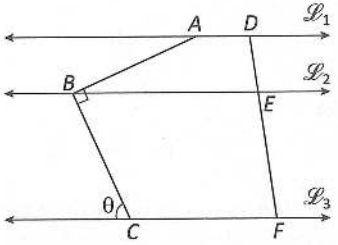
$2p_{\square ABCD}=12(4)$

$\therefore\ 2p_{\square ABCD}=48$

Respuesta: El perímetro del cuadrado es 48 cm.

Resuelto

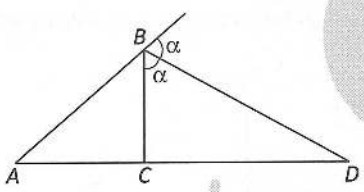
55. Según el gráfico, $\overrightarrow{\mathscr{L}_1}//\overrightarrow{\mathscr{L}_2}//\overrightarrow{\mathscr{L}_3}$. Si $AB=BC$ y $EF=2(DE)$, determine θ.



A) $\frac{53°}{2}$ B) $\frac{37°}{2}$ C) $\frac{127°}{2}$

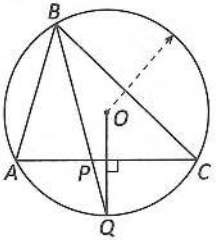
D) $\frac{143°}{2}$ E) 30°

56. En el gráfico, $2(AC)=3(CD)$ y $AB=6$. Calcule BC.



A) 4
B) 2
C) 2,4
D) 3
E) 3,2

57. A partir del gráfico, $5(AP)=2(PC)$; además, $AB=4$. Calcule BC.

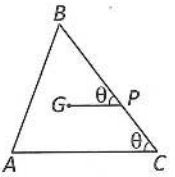


A) 5 B) 6 C) 8

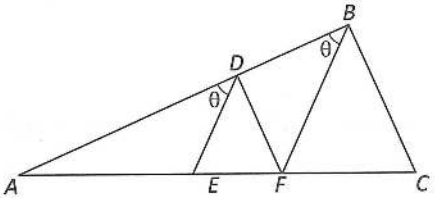
D) 10 E) 9

58. En el gráfico, G es baricentro del $\triangle ABC$, además, $BP=x+10$ y $PC=x-1$. Determine el valor de x.

A) 10
B) 11
C) 12
D) 15
E) 9



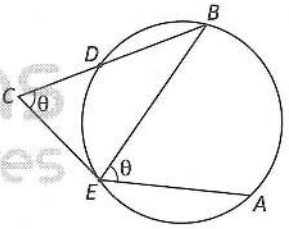
59. Del gráfico, si $FC=3$, $AF=6$ y $\overline{DF}//\overline{BC}$; calcule EF.



A) 1 B) 2,5 C) 1,5

D) 2 E) 3

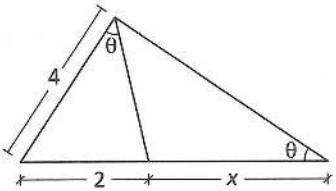
60. Del gráfico, si $BE=6$, $AE=4$ y $CD=2$, calcule CE.



A) 4 B) 2 C) $2\sqrt{2}$

D) 3 E) $2\sqrt{3}$

61. A partir del gráfico, calcule x.



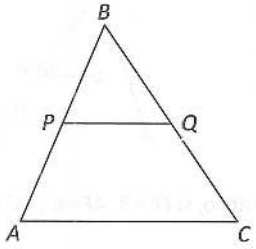
A) 4 B) 6 C) 5

D) 3 E) 8

Lumbreras Editores

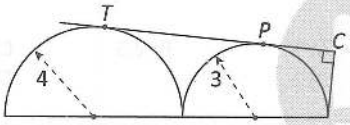
62. Del gráfico, $\overline{PQ} // \overline{AC}$. Si $5(PQ)=2(AC)$, Calcule BQ/QC.

A) $\frac{3}{2}$
B) $\frac{2}{3}$
C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{3}{5}$
E) 1

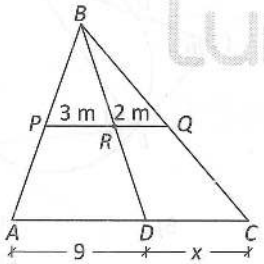


63. Del gráfico, T y P son puntos de tangencia. Calcule TP/PC.

A) 7/3
B) 5/2
C) 8/3
D) 9/4
E) 5/3



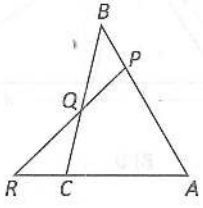
64. Si $\overline{PQ} // \overline{AC}$, calcule x.



A) 8 B) 5 C) 2
D) 3 E) 6

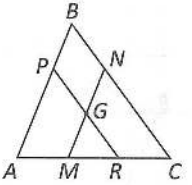
65. En la figura, si $BP=4$, $QB=2(QC)$ y $CA=3(RC)$, calcule PA.

A) 7
B) 5,5
C) 9
D) 8
E) 6



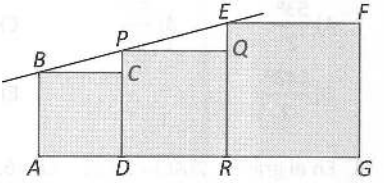
66. En la figura, G es baricentro del triangulo ABC. Si $MR=3$, $BC // PR$ y $AB // MN$, calcule RC.

A) 3
B) 6
C) 4
D) 3/4
E) 4/3

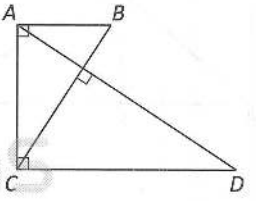


67. En el gráfico, se muestran las caras cuadradas de tres cajas. Si $AB=3$ u y $ER=6$ u, calcule PD.

A) $4\sqrt{2}$ u
B) $3\sqrt{2}$ u
C) 4u
D) 5u
E) $2\sqrt{2}$ u

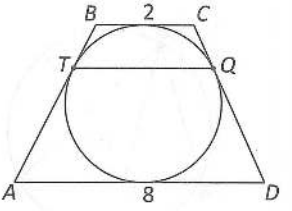


68. En el gráfico, $AB=4$ y $CD=9$. Calcule AC.



A) 5 B) $\sqrt{10}$ C) 8
D) $2\sqrt{3}$ E) 6

69. Si $ABCD$ es un trapecio isósceles y T y Q son puntos de tangencia, calcule TQ.

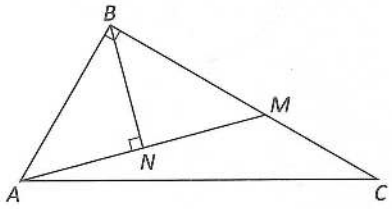


A) 16 B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{16}{5}$
D) 5 E) 6

Relaciones métricas

Resuelto

En la gráfica mostrada, los catetos del triángulo rectángulo ABC miden 4 m y 6 m. Si $\overline{AM}$ es una mediana, calcular la longitud del segmento $\overline{BN}$.

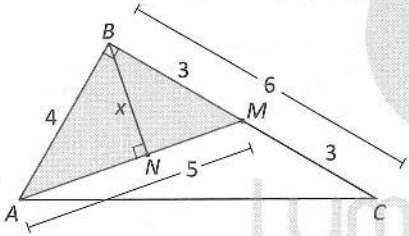


UNSA II Fase - 2020

Resolución

Nos piden $BN=x$.

Dato: $\overline{AM}$ es mediana



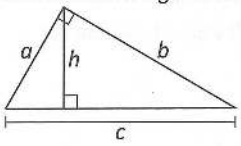
Como $\overline{AM}$ es mediana

$\rightarrow BM=MC=3$

El $\triangle ABM$ es notable de 37° y 53°.

$\rightarrow AM=5$

Recordemos lo siguiente:



Se cumple

$$a\cdot b=h\cdot c$$

En el $\triangle ABM$, por relaciones métricas

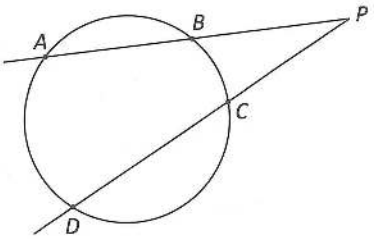
$(4)(3)=(x)(5)$

$\therefore\ x=\dfrac{12}{5}$

Respuesta: El valor de x es $\dfrac{12}{5}$ m.

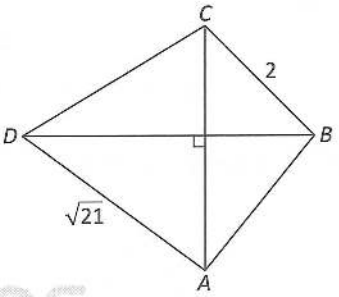
Resuelto

70. En el gráfico, $AB=BP=4$ y $PC=2$. Calcule DC.



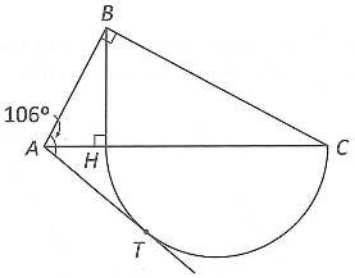
A) 12 B) 10 C) 14
D) 16 E) 9

71. En el gráfico mostrado, $AB=\sqrt{13}$. Calcule CD.



A) $\sqrt{7}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $\sqrt{11}$ E) $2\sqrt{2}$

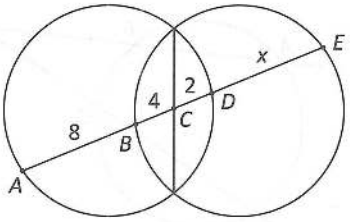
72. Según el gráfico, $AB=5$. Calcule BT. Considere que T es un punto de tangencia.



A) 6 B) 10 C) 12
D) 8 E) $5\sqrt{3}$

Lumbreras Editores

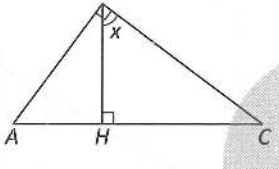
73. A partir del gráfico, calcule x.



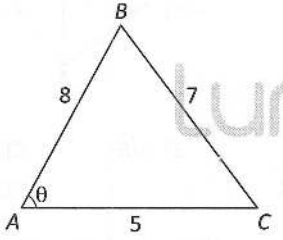
A) 2 B) 4 C) 8
D) 16 E) 6

74. Si $HC=4(AH)$, calcule x.

A) 53°/2
B) 127°/2
C) 37°/2
D) 135°/2
E) 143°/2

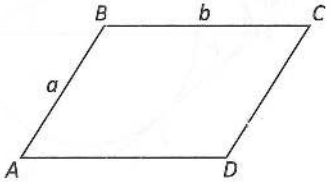


75. A partir del gráfico, calcule θ.



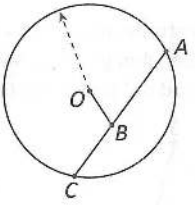
A) 60° B) 30° C) 45°
D) 37° E) 53°

76. Del gráfico, calcule a^2+b^2 si $AC=4$ y $BD=2$. Considere que $ABCD$ es un paralelogramo.



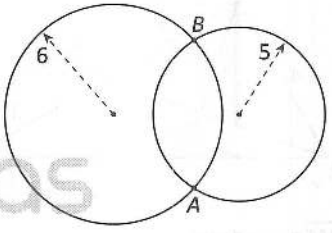
A) 8 B) 10 C) 9
D) 12 E) 16

77. Del gráfico, si $OB=2$, $CB=5$ y $BA=6$, calcule la longitud del radio de la circunferencia.



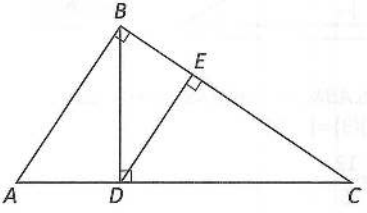
A) 6
B) $6\sqrt{13}$
C) $4\sqrt{7}$
D) $\sqrt{34}$
E) 5

78. Del gráfico, si la distancia entre los centros de las circunferencias es 7, calcule AB.



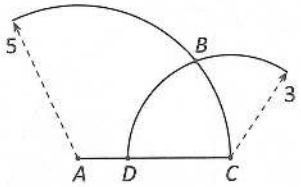
A) $\frac{32\sqrt{3}}{7}$ B) 8 C) $\frac{24\sqrt{6}}{7}$
D) 6 E) $\frac{12\sqrt{6}}{7}$

79. De la figura, si $AC=4(AD)$ y $EC=9$, calcule BD.



A) 5 B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{5}$
D) 4 E) 6

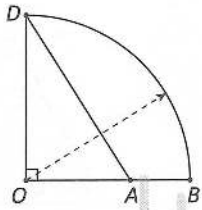
80. Del gráfico, se tienen dos arcos de circunferencia, una de radio 5 y otra de radio 3. Calcule la distancia de B a D.



A) 3 B) $\sqrt{\frac{63}{5}}$ C) $\sqrt{13}$

D) 4 E) $\sqrt{\frac{55}{3}}$

81. De la figura, si $OA=3$ y $AB=2$, calcule la distancia de O hacia $\overline{DA}$.



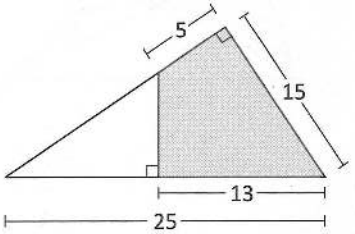
A) 3 B) $\frac{15\sqrt{34}}{34}$ C) $\frac{15\sqrt{23}}{23}$

D) 4 E) 2,6

Área de regiones planas

Resuelto

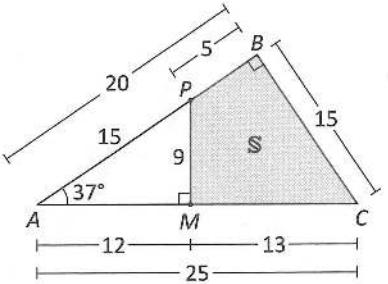
Halle el área de la región sombreada:



UNSA II Fase - 2022

Resolución

Nos piden el área de la región sombreada: $\mathbb{S}$



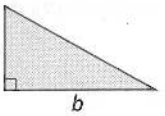
El $\triangle ABC$ es notable de 37° y 53°.

$\rightarrow AB=20$

El $\triangle AMP$ es notable de 37° y 53°.

$\rightarrow PM=9$ y $AM=12$

Recordemos lo siguiente:



$$\mathbb{A}_{\triangle}=\frac{b\cdot h}{2}$$

Por diferencia de áreas

$$\mathbb{S}=\mathbb{A}_{\triangle ABC}-\mathbb{A}_{\triangle AMP}$$

$$\mathbb{S}=\frac{(20)(15)}{2}-\frac{(12)(9)}{2}$$

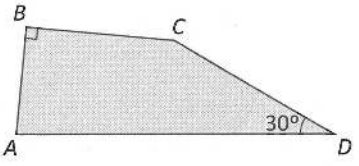
$$\mathbb{S}=150-54$$

$$\therefore \mathbb{S}=96$$

Respuesta: El área de la región sombreada es 96 u^2.

Resuelto

82. En el gráfico mostrado, $AB=6$, $BC=8$ y $CD=10$. Calcule el área de la región sombreada.

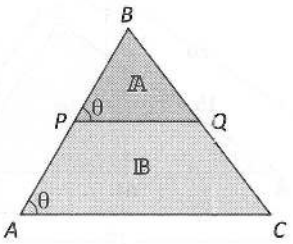


A) $18+20\sqrt{3}$ B) $20+15\sqrt{3}$ C) $30+24\sqrt{3}$

D) $24+25\sqrt{3}$ E) $25+18\sqrt{3}$

Lumbreras Editores

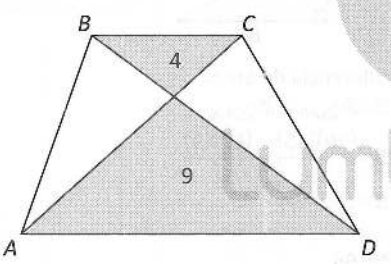
83. Del gráfico, $3(BQ)=2(QC)$. Calcule $\frac{\mathbb{A}}{\mathbb{B}}$.



A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{4}{25}$

D) $\frac{4}{21}$ E) $\frac{4}{9}$

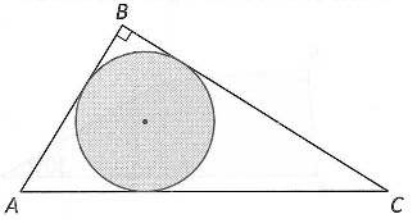
84. Del gráfico, $\overline{BC}//\overline{AD}$, calcule el área de la región *ABCD*.



A) 36 B) 18 C) 30

D) 16 E) 25

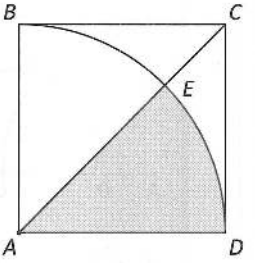
85. Del gráfico, calcule el área del círculo inscrito al triángulo *ABC* si $AB=8$ y $BC=15$.



A) 9π B) 16π C) 4π

D) 6π E) 5π

86. El gráfico *ABCD* es un cuadrado. Si $CE=2\sqrt{2}-2$, calcule el área del sector circular sombreado.



A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) π

D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{5}$

87. En el gráfico, el área del círculo es 4π. Calcule el área del sector *AOB* si el círculo está inscrito al sector.

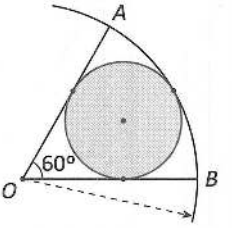
A) 8π

B) 12π

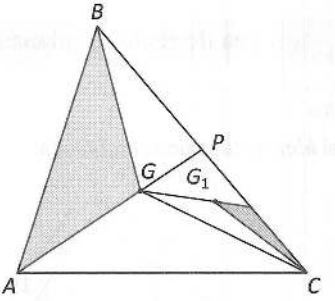
C) 6π

D) 3π

E) 16π



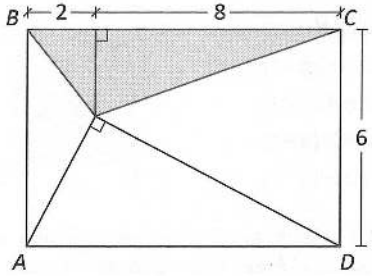
88. Si *G* y G_1 son baricentros de los triángulos *ABC* y *GPC*, respectivamente, calcule la razón de áreas de las regiones sombreadas.



A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{2}{5}$

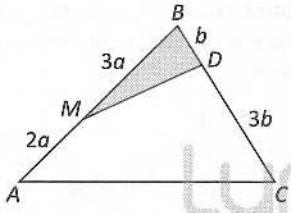
D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{4}$

89. Del gráfico, calcule el área de la región sombreada si *ABCD* es un rectángulo.



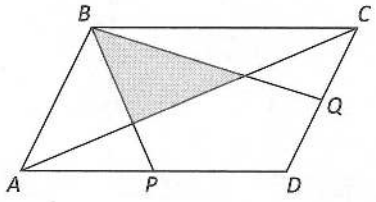
A) 5 B) 10 C) 6
D) 20 E) 15

90. Del gráfico, si el área de la región *MBD* es 3, calcule el área de la región *AMDC*.



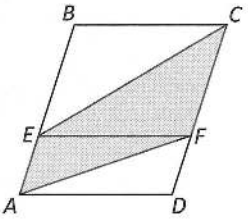
A) 18 B) 13 C) 17
D) 15 E) 16

91. Si el área de la región paralelográmica *ABCD* es igual a 120 u^2, *AP*=*PD* y *CQ*=*QD*, calcule el área de la región sombreada.



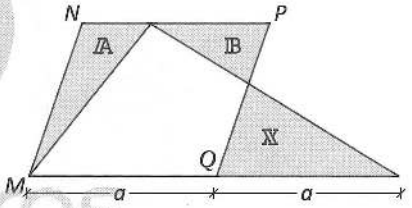
A) 15 u^2 B) 20 u^2 C) 18 u^2
D) 24 u^2 E) 28 u^2

92. En el gráfico, *ABCD* es un paralelogramo, si $\overline{EF}//\overline{AD}$ y el área de la región sombreada es 12, calcule el área de la región *ABCD*.



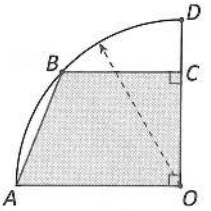
A) 26 B) 32 C) 24
D) 18 E) 14

93. Según el gráfico, *MNPQ* es un paralelogramo. Calcule $\mathbb{X}$.



A) $2\mathbb{A}+3\mathbb{B}$ B) $2\mathbb{A}+\mathbb{B}$ C) $\mathbb{A}+\mathbb{B}$
D) $\frac{\mathbb{B}+\mathbb{A}}{2}$ E) $\mathbb{A}+3\mathbb{B}$

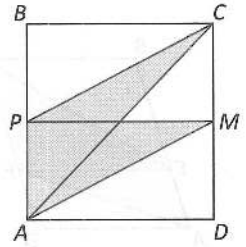
94. Del gráfico, si *BC*=6 y *CD*=2, calcule el área de la región sombreada.



A) 46 B) 64 C) 82
D) 54 E) 36

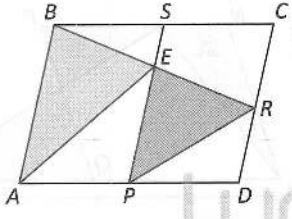
Lumbreras Editores

95. Del gráfico, se tiene un cuadrado *ABCD* de lado 8. Si $BP=PA$ y $CM=MD$, calcule el área del región sombreada.



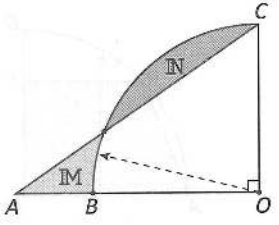
A) 18 B) 22 C) 16
D) 24 E) 31

96. De la figura, *ABCD* es un paralelogramo. Si $\overline{PS}//\overline{DC}$, $AP=PD$ y $CR=RD$, calcule la razón de áreas entre la regiones sombreadas.



A) 1/2
B) 3/4
C) 3/5
D) 2/3
E) 1

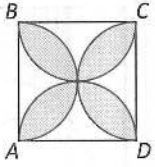
97. Del gráfico, si $AO=3(AB)=3$, calcule $\mathbb{N}-\mathbb{M}$.



A) $2\pi-5$ B) $\pi-3$ C) 6π
D) $\sqrt{2}\pi$ E) $\sqrt{2}(\pi-2)$

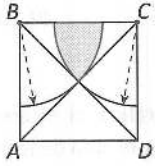
98. Del gráfico, se tiene un cuadrado *ABCD* y 4 semicircunferencias. Si $AB=40$, calcule el área del región sombreada.

A) $800(\pi-2)$
B) $20(2\pi-1)$
C) $800(\pi-1)$
D) $400(\pi-1)$
E) $20(2\pi-5)$



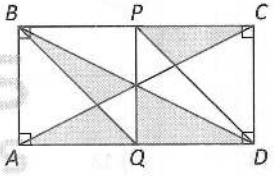
99. Del gráfico, si *ABCD* es un cuadrado de lado 4, calcule el área de la región sombreada.

A) $2(\pi-2)$
B) $2\pi-1$
C) $2(\pi\sqrt{2}-1)$
D) $4(\pi-\sqrt{2})$
E) $\sqrt{2}(\pi-2)$

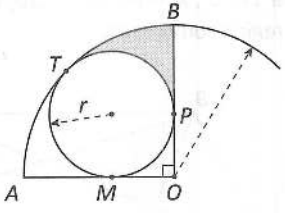


100. Del gráfico, si $BP=PC$ y $AQ=QD$, calcule la razón de áreas entre la región sombreada y la región no sombreada.

A) 2/3
B) 1/3
C) 3/5
D) 3/7
E) 5/9



101. De la figura, si $r=1$, calcule el área de la región sombreada. (T, P y M son puntos de tangencia)



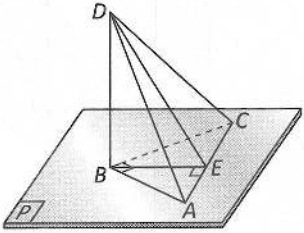
A) $\frac{2\pi\sqrt{2}-3}{2}$ B) $\frac{\pi\sqrt{2}-4}{4}$ C) $\frac{\pi\sqrt{2}-2}{4}$

D) $\frac{4\pi-\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\pi\sqrt{2}-4}{2}$

Geometría del espacio I

Resuelto

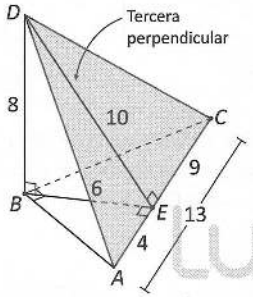
En la figura, BD es perpendicular al plano P; $AE=4$ cm, $EC=9$ cm, $BD=8$ cm. El área de la región DAC es:



UNSA II Fase - 2022

Resolución

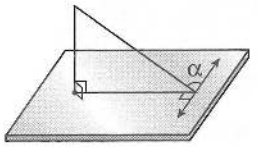
Nos piden $\mathbb{A}_{\triangle DAC}$.



En el $\triangle ABC$, por relaciones métricas

$(BE)^2=(4)(9) \rightarrow BE=6$

Recordemos lo siguiente:



Teorema de las tres perpendiculares

$\alpha=90°$

Por teoremas de las tres perpendiculares

$m\measuredangle DEC=90°$

En el $\triangle ADC$, por fórmula básica

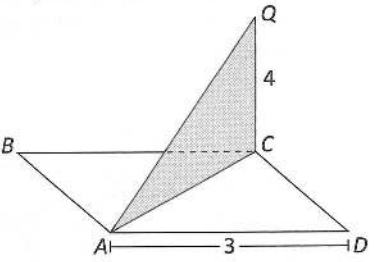
$$\mathbb{A}_{\triangle DAC}=\frac{(13)(10)}{2}$$

$\therefore\ \mathbb{A}_{\triangle DAC}=65$

Respuesta: El área de la región DAC es 65 cm^2.

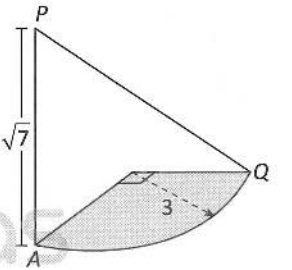
Resuelto

102. En el gráfico, CQ es perpendicular al plano del cuadrado $ABCD$. Calcule el área de la región sombreada.



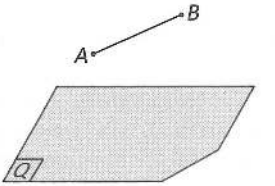
A) $4\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{2}$ C) $\sqrt{29}$
D) $6\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

103. Del gráfico, $\overline{AP}$ es perpendicular al plano del cuadrante. Calcule PQ.



A) $\sqrt{11}$ B) 8 C) $2\sqrt{3}$
D) 5 E) $4\sqrt{2}$

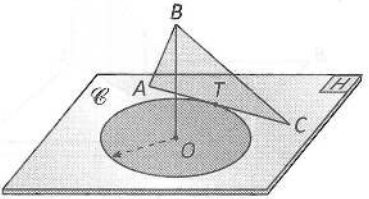
104. Del gráfico, $\overline{AB}$ es exterior al plano Q. Si las distancias de A y B sobre el plano son 2 y 7, respectivamente, y la proyección ortogonal del $\overline{AB}$ sobre el plano es 12, calcule AB.



A) 5 B) 6 C) 15
D) 13 E) 12

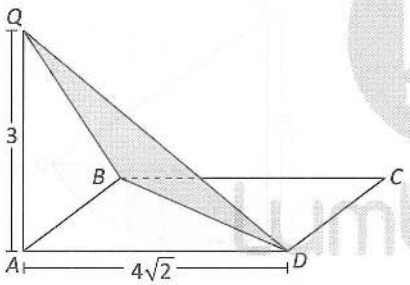
Lumbreras Editores

105. En el gráfico, $\overline{OB}$ es perpendicular con el plano que contiene al círculo $\mathscr{C}$. Si $OB=4$ y el área del círculo $\mathscr{C}$ es 9π, calcule la medida del diedro formado entre la región ABC y el plano del círculo. (T: punto de tangencia)



A) 37° B) 45° C) 60°
D) 74° E) 53°

106. Del gráfico, $\overline{AQ}$ es perpendicular al plano del cuadrado $ABCD$. Calcule el área de la región BQD.



A) 40 B) 20 C) 35
D) 15 E) 45

107. Dado un poliedro convexo, si este tiene 13 caras y 13 vértices, calcule el número de aristas de dicho poliedro.

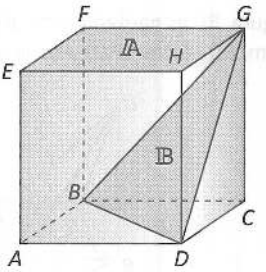
A) 12 B) 24 C) 26
D) 28 E) 16

108. Dado un poliedro convexo, si este presenta 5 caras triangulares, 5 caras cuadrangulares y 1 cara pentagonal; calcule el número de vértices de dicho poliedro.

A) 13 B) 12 C) 11
D) 8 E) 6

109. Del gráfico, $ABCD$-$EFGH$ es un cubo. Calcule $\frac{\mathbb{A}}{\mathbb{B}}$.

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

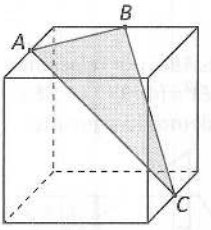


110. La altura de un tetraedro regular mide $4\sqrt{6}$. Calcule el volumen de dicho tetraedro.

A) $72\sqrt{3}$ B) $288\sqrt{3}$ C) $36\sqrt{6}$
D) $144\sqrt{2}$ E) $72\sqrt{2}$

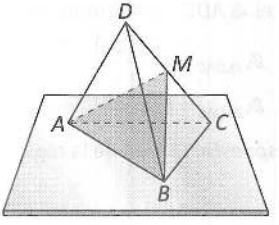
111. De la figura, se tiene un cubo de arista 4 u donde A, B y C son puntos medios de las aristas a las cuales pertenecen. Calcule el perímetro de la región sombreada.

A) $\sqrt{2}(4+\sqrt{3})$
B) $2\sqrt{3}(1+\sqrt{2})$
C) $\sqrt{3}(3+\sqrt{2})$
D) $\sqrt{2}(6+\sqrt{3})$
E) $2\sqrt{2}(3+\sqrt{3})$



112. En la figura, se tiene el tetraedro regular $ABCD$ de arista 6, si $DM=MC$, calcule el perímetro de la región triangular AMB.

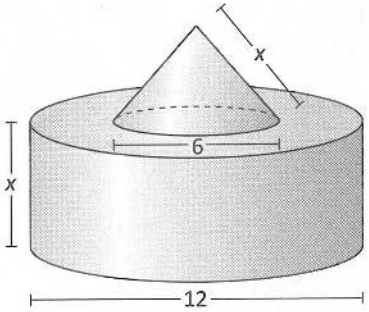
A) $6(1+\sqrt{3})$
B) $2(3+\sqrt{3})$
C) $2\sqrt{3}+9$
D) $\sqrt{3}+6$
E) $6(\sqrt{3}+3)$



Geometría del espacio II

Resuelto

Un tanque está formado por un cilindro y en la parte superior un cono, como se muestra en la figura; donde las longitudes están en metros.



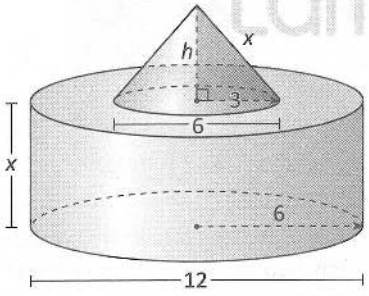
Si el volumen del cilindro es 15 veces el volumen del cono, entonces la altura del cilindro es:

UNSA I Fase - 2019

Resolución

Nos piden x.

Dato: $\mathbb{V}_{cilindro}=15\cdot\mathbb{V}_{cono}$



Del $\triangle$: $x^2=h^2+3^2$ (I)

Del dato:

$\mathbb{V}_{cilindro}=15\cdot\mathbb{V}_{cono}$

$$(\pi 6^2)(x)=15\left[\frac{(\pi 3^2)(h)}{3}\right]$$

$$36\pi x=45\pi h$$

$$\frac{4}{5}x=h \qquad \text{(II)}$$

De (II) en (I)

$$x^2=\left(\frac{4}{5}x\right)^2+9$$

$$x^2=\frac{16x^2}{25}+9$$

$$\frac{9x^2}{25}=9$$

$$x^2=25$$

$\therefore\ x=5$

Respuesta: El valor de x es 5 m.

Resuelto

113. Del gráfico, *ABCD-EFGH* es un prisma regular si $AB=3\sqrt{2}$ y $OG=5$. Calcule el área de la superficie lateral. (*O* es el centro de *ABCD*).

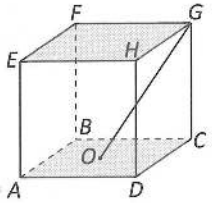
A) $36\sqrt{3}$

B) 48

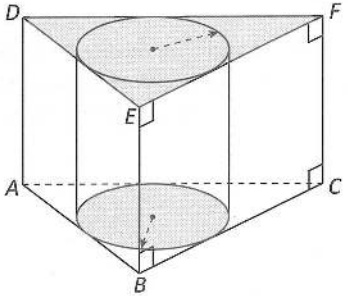
C) $48\sqrt{3}$

D) $48\sqrt{2}$

E) $25\sqrt{2}$



114. Del gráfico, el cilindro de revolución está inscrito en el prisma regular *ABC-DEF*. Si el área de la región cuadrada *BEFC* es igual a 4, calcule el volumen del cilindro.

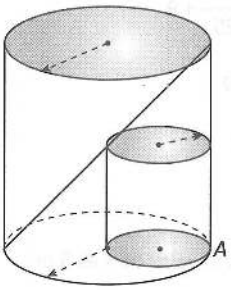


A) 2π B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{2}$

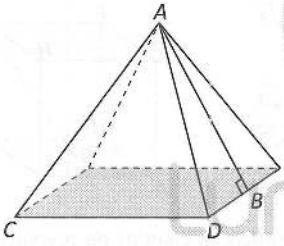
D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{3}$

115. Se tienen cilindros de revolución. Si A es un punto de tangencia, calcule la razón de volúmenes de esos sólidos.

A) $\frac{1}{8}$
B) $\frac{3}{8}$
C) $\frac{4}{7}$
D) $\frac{1}{4}$
E) $\frac{2}{5}$



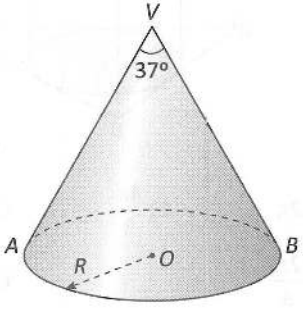
116. En la pirámide regular mostrada, $AB=5$ y $CD=6$. Calcule el volumen de dicha pirámide.



A) 50 B) 75 C) 60
D) 48 E) 64

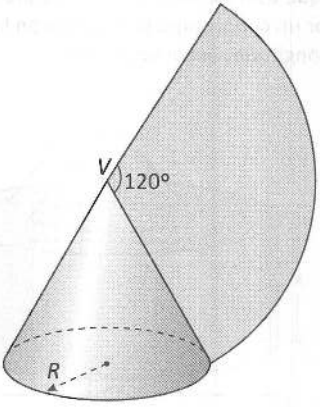
117. Se tiene un cono de revolución si $\overline{AV}$ y $\overline{BV}$ son generatrices diametralmente opuestas y $R=1$, calcule el área de la superficie lateral.

A) $\sqrt{5}\pi$
B) $2\sqrt{10}\pi$
C) 5π
D) 10π
E) $\sqrt{10}\pi$



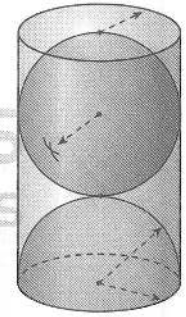
118. Del gráfico se muestra un cono de revolución y su respectivo desarrollo de la superficie lateral. Si $R=2$, calcule la longitud de la altura del cono.

A) 5
B) $4\sqrt{2}$
C) $3\sqrt{2}$
D) 4
E) $2\sqrt{3}$



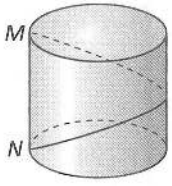
119. Del gráfico, calcule la razón de volúmenes entre la esfera y el cilindro de revolución mostrado.

A) 1/2
B) 2/5
C) 1/3
D) 4/9
E) 3/4

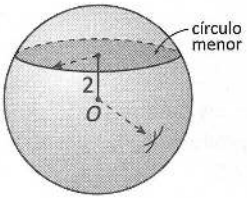


120. En la figura, se tiene un cilindro recto de radio 3. Si la longitud del menor recorrido que une los puntos M y N, y se da por la superficie lateral cortando a la generatriz opuesta a $\overline{MN}$ es $\sqrt{61}\pi$, calcule la altura de dicho cilindro.

A) 5π
B) 6π
C) 4π
D) $\sqrt{13}\pi$
E) $\sqrt{15}\pi$

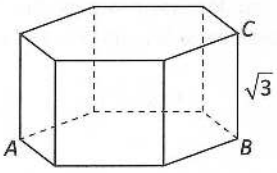


121. Del gráfico, si el radio del círculo menor es 3, calcule el área de la superficie esférica mostrada.



A) 34π B) 45π C) 66π
D) 52π E) 36π

122. Del gráfico, se tiene un prisma regular donde el área de la base es numéricamente igual al área de la superficie lateral. Calcule AB.



A) 5 B) 6 C) 8
D) $4\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

Geometría analítica

Resuelto

Si la recta $\mathscr{L}_1$: $(m-3)x+5y+10=0$ es paralela a la recta $\mathscr{L}_2$ que pasa por los puntos $(2; n)$ y $(7; 4)$, determine el valor $m-n$.

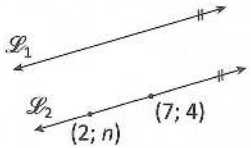
UNSA I Fase - 2022

Resolución

Nos piden $m-n$.

Datos:

- $\mathscr{L}_1$: $(m-3)x+5y+10=0$
- $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$

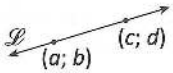


Recordemos lo siguiente:

- $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$: $Ax+By+C=0$

  Se cumple

  $$m_{\mathscr{L}} = -\frac{A}{B}$$

- 

  Se cumple

  $$m_{\mathscr{L}} = \frac{b-d}{a-c}$$

Como las rectas son paralelas, sus pendientes son iguales.

$$m_{\mathscr{L}_1} = m_{\mathscr{L}_2}$$

$$-\frac{(m-3)}{5} = \frac{4-n}{7-2}$$

$$-\frac{m+3}{5} = \frac{4-n}{5}$$

$$-m+3=4-n$$

$$3-4=m-n$$

$$\therefore\ m-n=-1$$

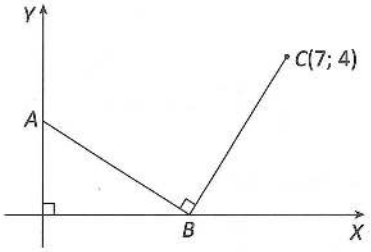
Respuesta: El valor de $m-n$ es -1.

Resuelto

123. En un triángulo ABC, los pares ordenados de los vértices son $A(3; 7)$, $B(5; 2)$ y $C(4; 6)$. Determine el par ordenado del baricentro del $\triangle ABC$.

A) (4; 3) B) (3; 4) C) (3; 5)
D) (5; 6) E) (4; 5)

124. Del gráfico, si $AB=BC$, calcule el par ordenado de $A(a; b)$.



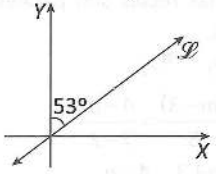
A) (3; 0) B) (4; 0) C) (0; 4)
D) (0; 3) E) (0; 2)

125. En un paralelogramo $ABCD$, $A(3; 5)$, $B(3; 8)$ y $C(9; 16)$. Calcule la distancia del vértice D al punto medio de $\overline{BC}$.

A) 10 B) 5 C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{10}$

126. A partir del gráfico, halle la ecuación de $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}$.

A) $4x+3y=0$
B) $4x-3y=0$
C) $5x-3y=0$
D) $3x+4y=0$
E) $3x-4y=0$

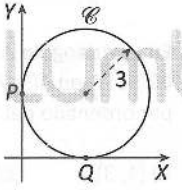


127. Halle la ecuación de la recta que pasa por $A=(2; 3)$ y $B=(3; 7)$.

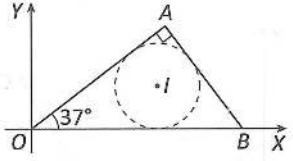
A) $4x+y+5=0$ B) $4x-y-5=0$ C) $4x+y-5=0$
D) $4x-y+5=0$ E) $4x-y+3=0$

128. En el gráfico, P y Q son puntos de tangencia. Halle la ecuación de la circunferencia.

A) $(x+3)^2+(y+3)^2=3$
B) $(x+3)^2+(y-3)^2=6$
C) $(x-3)^2+(y-3)^2=3$
D) $(x-3)^2+(y-3)^2=9$
E) $(x-3)^2+(y+3)^2=9$



129. Del gráfico, I es el incentro del triángulo OAB. Si $OB=15$, halle la ecuación de la circunferencia mostrada.



A) $(x-3)^2+(y-6)^2=9$
B) $(x-9)^2+(y-3)^2=16$
C) $(x-6)^2+(y-9)^2=16$
D) $(x-9)^2+(y-6)^2=9$
E) $(x-9)^2+(y-3)^2=9$

130. Una recta del plano cartesiano pasa por los puntos $(13; 6)$, $(4; a+2)$ y $(10; 5)$. Calcule el valor de a.

A) 1 B) 2 C) 0,4
D) 1,5 E) 1,2

131. Se tienen los puntos $A(-1; 3)$, $B(2; 5)$ y $C(4; 6)$. Halle el producto de las pendientes de las rectas AB, BC y AC.

A) 21/4
B) 12/5
C) 1/5
D) 13/4
E) 3/8

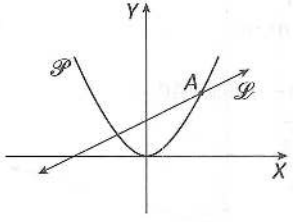
132. Dada una recta $\overleftrightarrow{\mathscr{L}}: x=5$, la cual corta en el punto P a uno de los ejes coordenados. Calcule la distancia de P hacia la recta $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}: 3y-2x-3=0$.

A) 6 B) $\sqrt{13}$ C) $3\sqrt{7}$
D) 5 E) 12

133. Determine el perímetro de una región cuadrada, sabiendo que uno de sus lados está contenido en la recta $\mathscr{L}: x-3y-2=0$ y uno de sus vértices es el punto de coordenadas $(-4; 4)$.

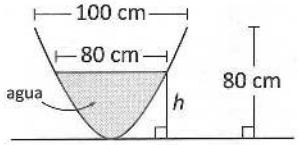
A) 12 B) $12\sqrt{5}$ C) $\frac{36\sqrt{10}}{5}$
D) 24 E) $2\sqrt{5}$

134. La ecuación de la parábola $\mathscr{P}$ es $x^2=9y$ y la ecuación de $\mathscr{L}$ es $x-7y+4=0$. Calcule la distancia de A hacia el eje Y.



A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5

135. Se muestra el corte transversal de un canal de regadío de forma parabólica. Si el ancho de dicho canal mide 100 cm y el alto 80 cm, calcule el alto del nivel del agua mostrado.



A) 52,3 cm B) 45,2 cm C) 40,2 cm
D) 51,2 cm E) 42,5 cm

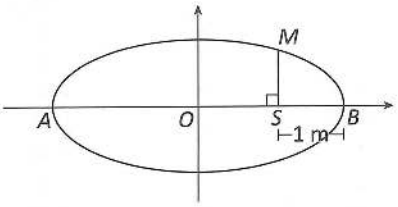
136. La ecuación de una circunferencia es $x^2+y^2=25$ y su centro es el vértice de una parábola. Si la circunferencia pasa por el foco ubicado en el semieje Y negativo, halle la ecuación de la parábola.

A) $x^2=-2y$
B) $x^2=-20y$
C) $x^2=-16y$
D) $x^2=-8y$
E) $x^2=-12y$

137. Adrián se encuentra en una pista atlética que tiene forma elíptica. Si el largo y el ancho miden 50 m y 14 m, respectivamente, calcule la distancia entre los puntos focales de dicha pista elíptica.

A) 42
B) 40
C) 36
D) 48
E) 52

138. Se muestra una piscina de forma elíptica cuyo largo mide 6 m y su ancho 4 m. Si $\overline{AB}$ es su eje mayor contenido en el eje de abscisas y O es su centro, calcule la longitud de MS.



A) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ m B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ m C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m
D) $\frac{2\sqrt{5}}{2}$ m E) $\frac{3}{2}$ m

139. En una hipérbola, su eje conjugado tiene extremos $(4;-2)$ y $(4;6)$, y la longitud del eje transversal es 14. Determine el producto de las coordenadas del centro de la hipérbola.

A) 5 B) -6 C) 4
D) 6 E) 8

140. En una hipérbola con centro en el origen de coordenadas y cuyos vértices están contenidos en el eje X, las longitudes de su eje transversal y conjugado miden 8 y 6, respectivamente. Halle la ecuación de dicha hipérbola.

A) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ B) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ C) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$
D) $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{16}=1$ E) $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$

Lumbreras Editores

1 B	21 B	41 A	61 B	81 B	101 C	121 D
2 B	22 A	42 C	62 B	82 D	102 D	122 C
3 E	23 A	43 B	63 A	83 D	103 D	123 E
4 A	24 D	44 B	64 E	84 E	104 D	124 D
5 A	25 C	45 B	65 D	85 A	105 E	125 E
6 C	26 D	46 B	66 A	86 A	106 B	126 E
7 A	27 E	47 A	67 B	87 C	107 B	127 B
8 E	28 B	48 E	68 E	88 D	108 C	128 D
9 C	29 A	49 C	69 C	89 B	109 C	129 E
10 C	30 E	50 A	70 C	90 C	110 D	130 A
11 E	31 A	51 C	71 C	91 B	111 E	131 C
12 B	32 A	52 A	72 D	92 C	112 A	132 B
13 A	33 C	53 A	73 B	93 C	113 D	133 C
14 E	34 D	54 C	74 B	94 B	114 D	134 B
15 A	35 A	55 C	75 A	95 D	115 A	135 D
16 B	36 D	56 C	76 B	96 B	116 D	136 B
17 C	37 B	57 D	77 D	97 B	117 E	137 D
18 B	38 E	58 C	78 C	98 A	118 B	138 A
19 D	39 E	59 D	79 E	99 A	119 D	139 E
20 A	40 B	60 D	80 B	100 C	120 A	140 A

Lumbreras Editores