Sistemas de medidas angulares

Resuelto

El ángulo equivalente a 40^g en el sistema radial es

UNSA I Fase - 2021

Resolución

Por fórmula de conversión

$$\frac{R}{\pi}=\frac{C}{200^g}$$

Reemplazando el valor:

$$\frac{R}{\pi}=\frac{\cancel{40^g}}{\cancel{200^g}} \rightarrow R=\frac{\pi}{5}$$

Respuesta: $\pi/5$

Resuelto

1. Convierta 240° a radianes.

A) $\frac{3\pi}{4}$ rad B) $\frac{2\pi}{3}$ rad C) $\frac{5\pi}{6}$ rad

D) $\frac{\pi}{3}$ rad E) $\frac{4\pi}{3}$ rad

2. Calcule el valor de la expresión

$$R=\frac{\frac{\pi}{2}\text{ rad}+50^g+45°}{\frac{\pi}{6}\text{ rad}}$$

A) 5 B) 6 C) 7

D) 8 E) 9

3. La suma de dos ángulos es $\frac{\pi}{3}$ rad y su diferencia es $\frac{\pi}{6}$ rad. Calcule la medida del mayor ángulo en sexagesimales.

A) 30° B) 35° C) 40°

D) 45° E) 50°

4. La medida de un ángulo en el sistema sexagesimal es $(5x+5)°$ y en el sistema centesimal mide $(6x+2)^g$. ¿Cuál es el valor de x?

A) 4 B) 5 C) 6

D) 7 E) 8

5. En un triángulo, dos de sus ángulos miden 60^g y $\frac{\pi}{5}$ rad. Calcule la medida del tercer ángulo en el sistema sexagesimal.

A) 80° B) 85° C) 90°

D) 95° E) 100°

6. Calcule el valor de la expresión

$$M=\frac{3°5'}{5'}+\frac{1^g1^m}{1^m}$$

A) 108 B) 118 C) 122

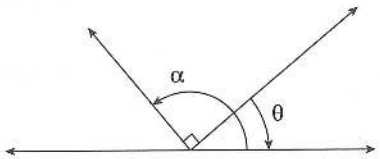
D) 128 E) 138

7. Se crea un nuevo sistema de medición angular, cuya unidad (1^u) es la quinta parte del ángulo de una vuelta. Exprese 240^g en el nuevo sistema.

A) 2^u B) 3^u C) 4^u

D) 5^u E) 6^u

8. Del gráfico



se cumple que

A) $\alpha-\theta=90°$

B) $\theta-\alpha=90°$

C) $\alpha+\theta=180°$

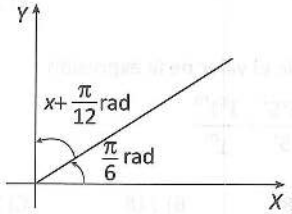
D) $\alpha+\theta=90°$

E) $\theta-\alpha=180°$

9. El equivalente en grados y minutos sexagesimales de un ángulo de $\frac{\pi}{8}$ rad es

A) 22° 15'.
B) 22° 45'.
C) 22° 50'.
D) 22° 30'.
E) 25° 30'.

10. A partir del gráfico, halle el valor de x.



A) 30° B) 35° C) 40°
D) 45° E) 50°

11. Si S y C son los números de grados sexagesimales y centesimales de un cierto ángulo y se cumple que $2C-S=55$, calcule la medida del ángulo en el sistema radial.

A) $\frac{\pi}{12}$ rad B) $\frac{\pi}{6}$ rad C) $\frac{\pi}{4}$ rad
D) $\frac{\pi}{3}$ rad E) $\frac{\pi}{5}$ rad

12. Si S y C son los números de grados sexagesimales y centesimales de un mismo ángulo, calcule el valor de

$$E=\sqrt{\frac{C+S}{C-S}+\sqrt{\frac{C+S}{C-S}+17}}$$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

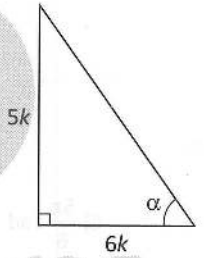
Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo

Resuelto

Si $\cot(\alpha)=6/5$, donde α es el ángulo opuesto a uno de los catetos de un triángulo rectángulo y considerando que la unidad de medida de los catetos son centímetros y expresadas por números enteros, entonces la suma de las longitudes de dichos catetos es

UNSA I Fase - 2021

Resolución



$\cot(\alpha)=\frac{6}{5}$

$5k+6k=11k$

$11k=\{11; 22; 33; 44; 55; ...\}$

Respuesta: 55 cm

Resuelto

13. En un triángulo ABC, recto en B, reduzca la expresión

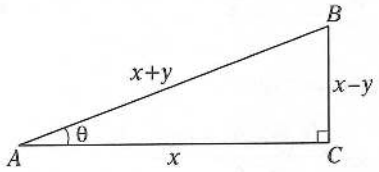
$$M=\frac{\tan A}{\cot C}+\frac{\cos A}{\operatorname{sen} C}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

14. Si $\tan\alpha=\frac{5}{12}$, donde α es un ángulo agudo, calcule el valor de $Q=13\operatorname{sen}\alpha-12\sec\alpha$.

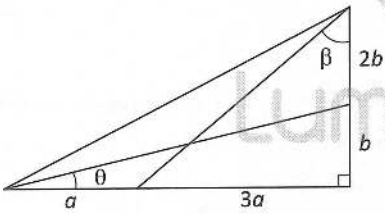
A) 8 B) 6 C) -8
D) -6 E) -7

15. A partir del gráfico mostrado, calcule el valor de $4\tan\theta+1$.



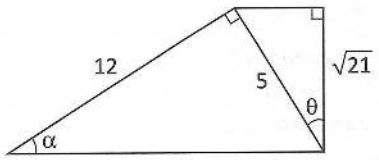
A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 4
D) 8 E) 16

16. Del gráfico mostrado, calcule $\cot\theta\cot\beta$.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

17. Del gráfico, calcule el valor de $K=13\operatorname{sen}\alpha+\sqrt{21}\tan\theta$.



A) 7 B) 5 C) 4
D) 3 E) 2

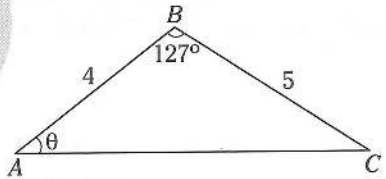
18. Si x es un ángulo agudo menor a 15°, que cumple $\operatorname{sen}(5x+10°)\csc(2x+40°)=1$, calcule $\operatorname{sen}3x$.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

19. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, calcule el perímetro si el mayor de sus lados es 65 y, además, el seno de uno de los ángulos agudos es 5/13.

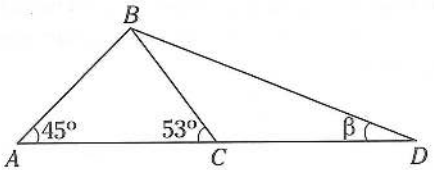
A) 75 B) 120 C) 130
D) 150 E) 300

20. A partir del gráfico, halle $\cot\theta$.



A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{5}{4}$
D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{7}{5}$

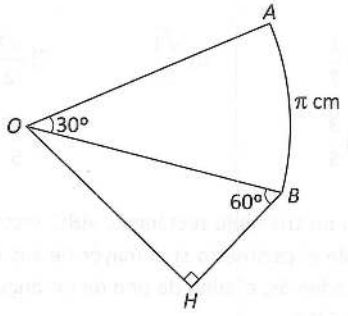
21. A partir del gráfico, halle $\tan\beta$ si $AC=CD$.



A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{2}{7}$

Lumbreras Editores

22. A partir del gráfico, halle BH si AOB es un sector circular.



A) 2 cm B) 3 cm C) 4 cm

D) $\frac{3}{2}$ cm E) $2\sqrt{3}$ cm

23. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se cumple que $\tan C \cdot \cos A = 2$. Calcule el valor de $\operatorname{sen} A + 1$.

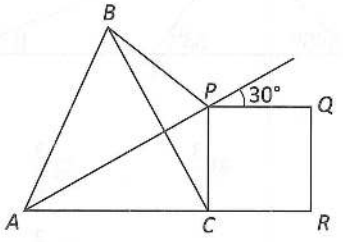
A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$

D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

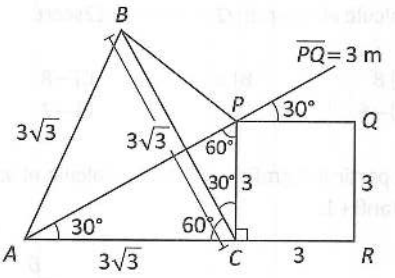
Resolución de triángulos rectángulos

Resuelto

En la figura, ABC es un triángulo equilátero y $CPQR$ es un cuadrado. Calcule el área de la región triangular BCP si $PQ = 3$ m.



Resolución



Área trigonométrica:

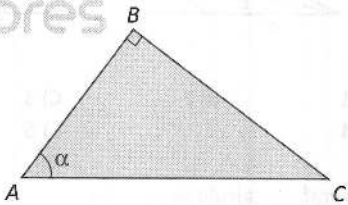
$$S_{\Delta BCP} = \frac{(3\sqrt{3})(3)\cdot \operatorname{sen}30°}{2}$$

$$\therefore\ S_{\Delta BCP} = \frac{9}{4}\sqrt{3}\ \text{m}^2$$

Respuesta: $\frac{9}{4}\sqrt{3}\ \text{m}^2$

Resuelto

24. Determine el área de la región sombreada si $AC = \sqrt{3}$ u.



A) $\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\ \text{u}^2$

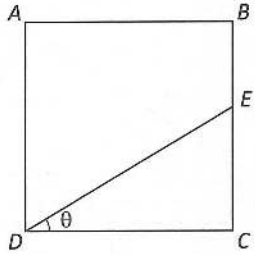
B) $\frac{3}{2}\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\ \text{u}^2$

C) $\sqrt{3}\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\ \text{u}^2$

D) $3\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\ \text{u}^2$

E) $\frac{1}{2}\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha\ \text{u}^2$

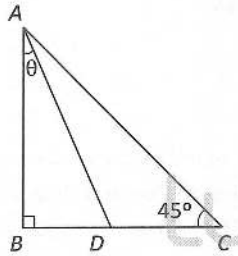
25. En el gráfico mostrado, $BE=1$, $DE=2$ y $ABCD$ es un cuadrado. Calcule el valor de $\cos\theta-\operatorname{sen}\theta$.



A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

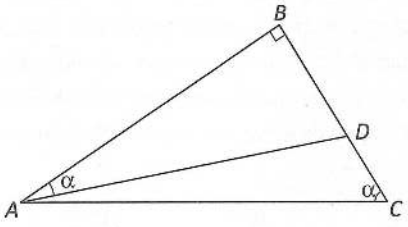
26. En el gráfico mostrado, $BC=4$. Calcule CD en términos de θ.



A) $1-\tan\theta$ B) $2(1-\tan\theta)$ C) $3(1-\tan\theta)$

D) $4(1-\tan\theta)$ E) $5(1-\tan\theta)$

27. Si en el gráfico mostrado $BC=4$, calcule BD en términos de α.



A) $4\tan^2\alpha$ B) $2\tan^2\alpha$ C) $\tan^2\alpha$

D) $4\cot^2\alpha$ E) $2\cot^2\alpha$

28. Del gráfico mostrado, halle AB.

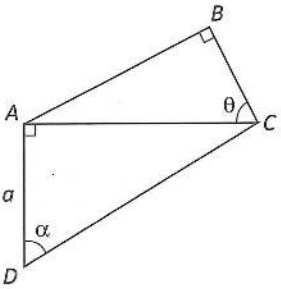
A) $a\tan\alpha\cos\theta$

B) $a\cot\alpha\operatorname{sen}\theta$

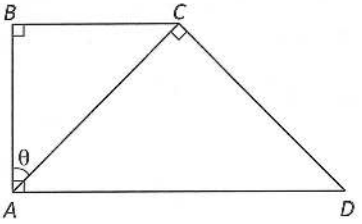
C) $a\operatorname{sen}\alpha\tan\theta$

D) $a\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\theta$

E) $a\tan\alpha\operatorname{sen}\theta$



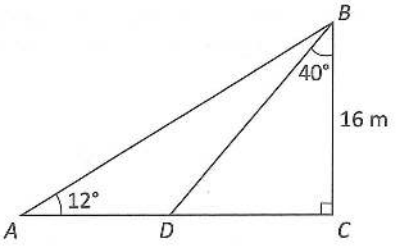
29. Calcule el perímetro del trapecio $ABCD$ si $AC=m$ y $\operatorname{sen}\theta+\cos\theta+\csc\theta+\cot\theta=n$.



A) $4mn$ B) $2mn$ C) mn

D) $\frac{1}{2}mn$ E) $\frac{1}{4}mn$

30. Un terreno en forma triangular ABC se divide en dos para sembrar papas y trigo. Si falta cercar el tramo AD, calcule la longitud de la cerca AD que se tiene que comprar.



A) $16(\cot12°-\cot40°)$

B) $16(\cot12°-\tan40°)$

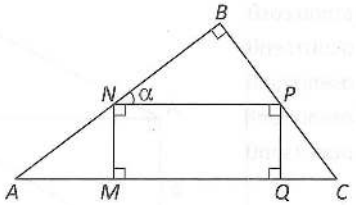
C) $16(\tan12°-\tan40°)$

D) $16(\tan12°-\cot40°)$

E) $16(\tan40°-\cot12°)$

Lumbreras Editores

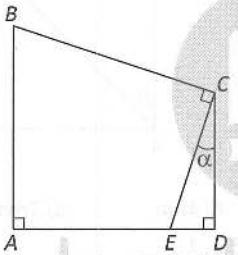
31. A partir del gráfico mostrado, calcule $\tan\alpha+\cot\alpha$ si $MN=4$, $NP=5$ y $AC=15$.



A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$

D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{11}{2}$

32. En el gráfico mostrado, $BC=EC$ y $CD=4$. Calcule AB en términos de α.

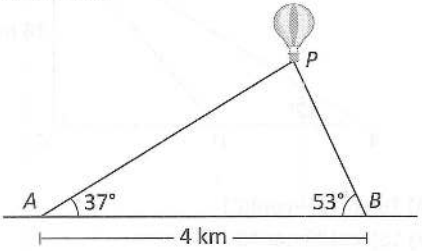


A) $4(1-\tan\alpha)$
B) $2(1-\tan\alpha)$
C) $1+\tan\alpha$
D) $4(1+\tan\alpha)$
E) $2(1+\tan\alpha)$

Ángulos verticales

Resuelto

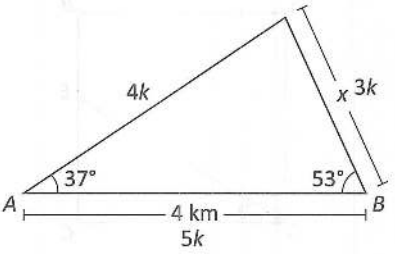
Dos personas situadas en los puntos A y B están separadas 4 km. En un mismo instante observan un globo aerostático con ángulos de elevación que se muestran en la figura.



Determine la distancia del punto P del globo a la persona ubicada en el punto B.

UNSA I Fase - 2020

Resolución



$5k=4$

$k=0,8$

$x=3(0,8)$

$\therefore\ x=2,4$ km

Respuesta: 2,4 km

Resuelto

33. Alexandra se encuentra en la terraza de un edificio de 8 pisos y observa a Lucy, que se encuentra a 21 m del edificio con un ángulo de depresión de 53°. Calcule cuánto mide la altura de cada piso del edificio si todos son iguales.

A) 3,5 m B) 2,5 m C) 1,5 m
D) 1 m E) 0,5 m

34. Una persona observa la parte superior de un árbol con un ángulo de elevación θ. Si avanza 6 m hacia el árbol, su nuevo ángulo de elevación será 45°, y si se acerca 2 m más hacia el árbol, su nuevo ángulo de elevación será 53°. Calcule $\tan\theta$.

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$

D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{4}{9}$

35. Dos personas están a ambos lados de un poste (todo en un mismo plano vertical). Una de las personas observa la parte más alta con un ángulo de elevación de 45° y la otra persona observa el mismo punto con un ángulo de elevación de 37°. Halle la altura del poste si las personas se encuentran a una distancia de 28 m.

A) 9 m B) 10 m C) 12 m
D) 13 m E) 15 m

36. Los ángulos de elevación de la cúspide de una torre vistos desde 2 puntos situados a un mismo lado de la torre son de 37° y 45° (todo en un mismo plano vertical). Calcule la altura de la torre si la distancia entre los puntos de observación es de 20 m.

A) 40 m B) 50 m C) 60 m
D) 70 m E) 80 m

37. Desde un punto en tierra se observa lo alto de una torre con un ángulo de elevación θ ($\tan\theta=0{,}25$), y si nos acercamos 15 m, el ángulo de elevación es de 45°. Halle la altura del poste.

A) 9 m B) 10 m C) 5 m
D) 7 m E) 3 m

38. Desde un avión que está por aterrizar en el aeropuerto se observa en su misma trayectoria la pista de aterrizaje al extremo más cercano con un ángulo de depresión de 60°, y al extremo más alejado con un ángulo de depresión de 30°, todo en un mismo plano. Halle la longitud de la pista de aterrizaje si el avión se encuentra a $600\sqrt{3}$ m de altura.

A) 1000 m
B) 1050 m
C) 1100 m
D) 1200 m
E) 1400 m

39. Una persona observa la parte más alta de un poste con un ángulo de elevación θ. Si avanza una distancia igual al doble de la altura del poste en dirección a este y lo observa con un ángulo de elevación α, calcule $M=\cot\theta-\cot\alpha$.

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$
D) 2 E) $\frac{5}{2}$

40. Se tienen dos edificios de alturas h y H ($h<H$). Si desde la parte alta del edifico de menor altura se observa la parte alta y baja del otro edificio con ángulos de elevación y depresión α y θ, respectivamente, calcule $\frac{H}{h}$ en términos de α y θ.

A) $1+\tan\theta\tan\alpha$
B) $1+\cot\theta\tan\alpha$
C) $1+\cot\theta\cot\alpha$
D) $\tan\theta\tan\alpha$
E) $\cot\theta\cot\alpha$

41. Una persona camina sobre un plano inclinado que forma un ángulo 2α con respecto al plano horizontal, y observa con un ángulo de elevación 3α la parte alta de una torre que se encuentra en la parte más alta del plano inclinado. Si avanza d metros hacia la torre, el nuevo ángulo de elevación para la parte alta de la torre es 4α. Calcule la altura de la torre.

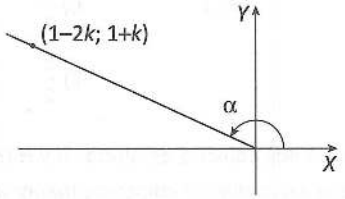
A) $2d\tan2\alpha$
B) $2d\tan3\alpha$
C) $d\tan2\alpha$
D) $d\tan3\alpha$
E) $2d\tan\alpha$

Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal

Resuelto

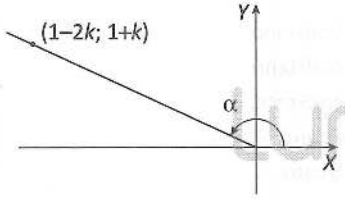
Del gráfico, $\cot\alpha=-\frac{7}{5}$.

Calcule el valor de k.



Resolución

Nos piden el valor de k.



Del gráfico

$$\cot\alpha=\frac{1-2k}{1+k}$$

$$-\frac{7}{5}=\frac{1-2k}{1+k}$$

$$-7-7k=5-10k$$

$$3k=12$$

$\therefore\ k=4$

Respuesta: 4

Resuelto

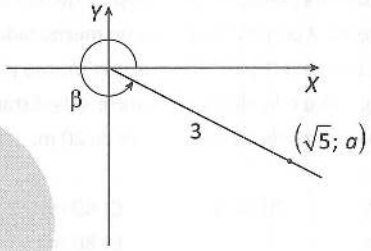
42. Si α es un ángulo en posición normal cuyo lado final pasa por el punto $P(-1; 3)$, determine el valor de la expresión

$M=\tan\alpha-\sqrt{10}\cos\alpha$

A) -4 B) -3 C) -2
D) 4 E) 2

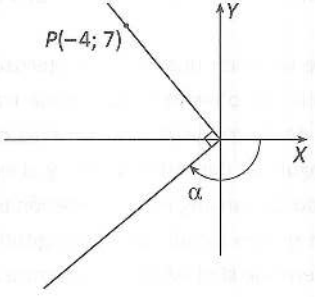
43. Del gráfico mostrado, calcule el valor de

$Q=\frac{\operatorname{sen}\beta}{2}+\sqrt{5}\sec\beta$.



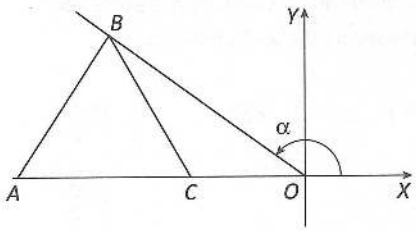
A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{7}{3}$
D) $\frac{11}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

44. Del gráfico mostrado, calcule $\tan\alpha$.



A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{8}{7}$

45. Si ABC es un triángulo equilátero, tal que $OC=AC$, calcule $\sqrt{3}\cot\alpha$.



A) -1 B) -2 C) -3
D) 2 E) 3

46. A partir de las siguientes condiciones:
$\operatorname{sen}\theta>0$ (I)
$\cos\theta<0$ (II)
indique el cuadrante al cual pertenece el ángulo θ.

A) IC B) IIC C) IIIC
D) IVC E) IC o IIC

47. Si $\tan x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$, calcule el valor de $R=\csc x+\sqrt{3}\cot x$ si $x\in$ IIIC.

A) 1 B) -1 C) 3
D) -2 E) $\sqrt{3}$

48. Si $x\in$ IIIC, halle el signo de las siguientes expresiones.

$E=\dfrac{\operatorname{sen}x\tan x}{\cot x\cos x}$

$T=\tan x+\cot x$

$R=\operatorname{sen}x+\cos x$

A) $(-),(+),(+)$
B) $(+),(-),(-)$
C) $(+),(+),(-)$
D) $(+),(+),(+)$
E) $(-),(-),(+)$

49. Si $\operatorname{sen}\theta=\dfrac{1}{3}$ y $\cos\theta<0$, halle el valor de $\cot\theta$.

A) $2\sqrt{2}$ B) $-2\sqrt{2}$ C) $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$
D) $-\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}$

50. Calcule el valor de la siguiente expresión:

$$R=\frac{(\cos360°)x^2+(\operatorname{sen}270°)y^2}{(\operatorname{sen}90°)x+(\cos180°)y}$$

A) $x-y$
B) $x+y$
C) $2x$
D) $2y$
E) x^2+y^2

51. Si α es un ángulo cuadrantal, positivo y menor que una vuelta, tal que $\cos\alpha=-3\operatorname{sen}90°+2\cos360°$, calcule el valor de

$$M=\cos\left(\frac{\alpha}{3}\right)+\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)+\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

A) 2 B) 3 C) $\dfrac{3}{2}$
D) $\dfrac{5}{2}$ E) $\dfrac{1}{2}$

52. Si $\sqrt{1-\operatorname{sen}\alpha}+\sqrt{\operatorname{sen}\alpha-1}=\tan\theta$
$\alpha,\theta\in\langle0°;360°\rangle$, halle el valor de

$$K=\frac{\operatorname{sen}(\alpha+\theta)+2\cos2\alpha}{\cos(\theta-\alpha)+1}$$

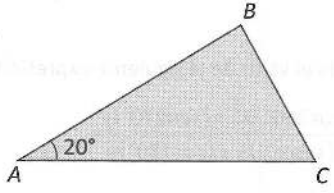
A) 2 B) 3 C) -2
D) -3 E) -4

Lumbreras Editores

Identidades trigonométricas fundamentales

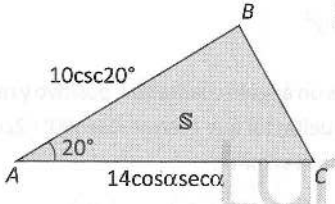
Resuelto

En el gráfico se muestra una placa triangular de dimensiones $AB=10\csc 20°$ cm y $AC=14\cos\alpha\sec\alpha$ cm. Calcule el área de la región triangular ABC.



Resolución

Nos piden el valor de $\mathbb{S}$.



Del gráfico

$$\mathbb{S}=\frac{1}{2}(14\cos\alpha\sec\alpha)(10\csc 20°)\operatorname{sen}20°$$

$$\mathbb{S}=\frac{1}{2}(14\times 1)(10\times 1)$$

$$\therefore\ \mathbb{S}=70\ \text{cm}^2$$

Respuesta: 70 cm^2

Resuelto

53. Simplifique la siguiente expresión:
$E=\tan x(\csc x-\operatorname{sen}x)$

A) $\operatorname{sen}x$ B) $\cos x$ C) $\cot x$
D) $\tan x$ E) $\sec x$

54. Halle el valor de la siguiente expresión:
$M=\sec^2 x+\csc^2 x-(\tan^2 x+\cot^2 x)$

A) 1 B) 2 C) $\frac{3}{2}$
D) 3 E) $\frac{5}{2}$

55. Reduzca la siguiente expresión:

$$M=\sec^2 x-\frac{\sec^4 x-\tan^4 x}{\sec^2 x+\tan^2 x}$$

A) $\operatorname{sen}^2 x$ B) $\cos^2 x$ C) $\tan^2 x$
D) $\cot^2 x$ E) 1

56. Reduzca la siguiente expresión:

$$R=\left(\frac{\cot^2 x}{\csc x+1}+\tan x\cot x\right)\operatorname{sen}x$$

A) -1 B) 1 C) 2
D) $\operatorname{sen}x$ E) $\cos x$

57. Halle $\operatorname{sen}x\cos x$ si se cumple que $\operatorname{sen}x-\cos x=\frac{1}{3}$.

A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{4}{5}$

58. Si $\sec x=4-\tan x$, calcule el valor de $\tan x$.

A) $\frac{8}{15}$ B) $-\frac{8}{15}$ C) 2
D) $\frac{15}{8}$ E) $-\frac{15}{8}$

59. Si $\operatorname{sen}\theta=\frac{2}{\sqrt{7}}$, calcule el valor de $M=\frac{\csc\theta-\sec\theta}{1-\tan\theta}$.

A) $\frac{2}{\sqrt{7}}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\sqrt{7}$ E) 1

60. Reduzca la expresión

$$K=\left(\frac{\sec^2 x+\csc^2 x}{\tan x+\cot x}\right)\cos^2 x$$

A) $\sec x$ B) $\csc x$ C) $\tan x$

D) $\cos x$ E) $\cot x$

61. Determine el valor de n en la identidad

$$\frac{\operatorname{sen}^4 x+\cos^4 x-1}{\cos^2 x}=-2+n\cos^2 x$$

A) -1 B) -2 C) 1

D) 2 E) 4

62. Si $\operatorname{sen}^4 x+\cos^4 x=1-2A$, halle el valor de $R=\operatorname{sen}^6 x+\cos^6 x$ en términos de A.

A) $1+2A$

B) $1-2A$

C) $3A+1$

D) $1+3A$

E) $1-3A$

63. Si $\operatorname{sen}x+3\cos x=\sqrt{10}$, calcule el valor de $\tan x$.

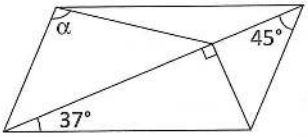
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{5}$

D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

Identidades trigonométricas de ángulos compuestos

Resuelto

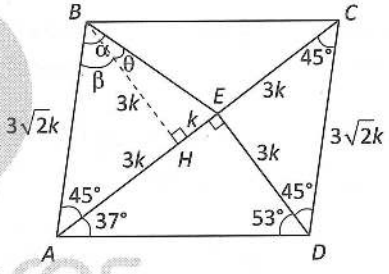
La figura mostrada es un paralelogramo. Calcule $\tan\alpha$.



UNSA I Fase - 2022

Resolución

Nos piden $\tan\alpha$.



Del gráfico

$\alpha=\theta+\beta$; $\tan\theta=\frac{1}{3}$; $\tan\beta=1$

$\rightarrow \tan\alpha=\tan(\theta+\beta)$

$$=\frac{\tan\theta+\tan\beta}{1-\tan\theta\tan\beta}$$

$$=\frac{\frac{1}{3}+1}{1-\frac{1}{3}(1)}=\frac{\frac{4}{\cancel{3}}}{\frac{2}{\cancel{3}}}$$

$\therefore \tan\alpha=2$

Respuesta: 2

Resuelto

Lumbreras Editores

64. Reduzca la siguiente expresión:
$M=\sqrt{2}\operatorname{sen}(x+45°)-\cos x$

A) $2\operatorname{sen}x$ B) $\operatorname{sen}x$ C) $-\operatorname{sen}x$
D) $\cos x$ E) $-\cos x$

65. Reduzca la expresión
$N=2\cos(x+60°)+\sqrt{3}\operatorname{sen}x$

A) $\operatorname{sen}x$ B) $\cos x$ C) $-\operatorname{sen}x$
D) $-\cos x$ E) $2\cos x$

66. Reduzca la expresión
$M=\dfrac{\operatorname{sen}(x-y)}{\cos x\cos y}+\tan y$

A) $\tan x$ B) $\tan y$ C) $\cot x$
D) $\cot y$ E) $\operatorname{sen}(x+y)$

67. Se sabe que $\cos\theta=\dfrac{4}{5}$ y $\operatorname{sen}\alpha=\dfrac{5}{13}$. Halle $\operatorname{sen}(\theta-\alpha)$ si $0°<\theta<90°$ y $90°<\alpha<180°$.

A) $-\dfrac{56}{65}$ B) $\dfrac{56}{65}$ C) $-\dfrac{28}{65}$
D) $\dfrac{28}{65}$ E) $-\dfrac{23}{35}$

68. Si se cumple que
$3\cos(x-y)=2\operatorname{sen}x\operatorname{sen}y$
calcule el valor de
$M=\cot x\cot y$

A) -3 B) $-\dfrac{1}{3}$ C) -2
D) $-\dfrac{1}{2}$ E) -1

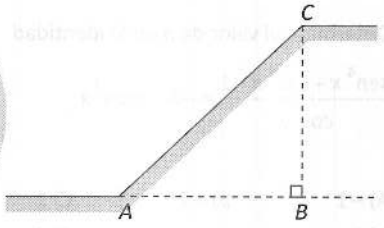
69. Si se cumple
$\tan(x+y+z)=6$ (I)
$\tan(x-y+z)=4$ (II)
calcule el valor de $\tan 2y$.

A) $\dfrac{2}{23}$ B) $\dfrac{2}{19}$ C) $\dfrac{25}{2}$
D) $\dfrac{2}{25}$ E) $\dfrac{23}{49}$

70. A partir de la siguiente igualdad:
$\operatorname{sen}10°-\cos10°=A\operatorname{sen}35°$
halle el valor de A.

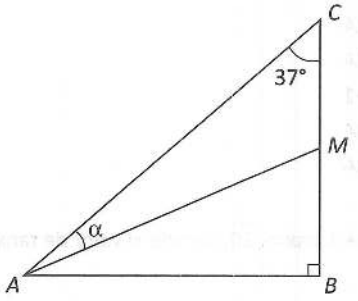
A) -1 B) 1 C) $\sqrt{2}$
D) $-\sqrt{2}$ E) -2

71. Se tiene una rampa, en la cual las longitudes de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son $2(\operatorname{sen}20°+\cos10°)$ m y $2(\cos20°+\operatorname{sen}10°)$ m, respectivamente. Halle la longitud de $\overline{AC}$.



A) 2 m B) 1 m C) $\sqrt{2}$ m
D) $\sqrt{3}$ m E) $2\sqrt{3}$ m

72. Del gráfico mostrado, calcule $\tan\alpha$ si $BM=CM$.

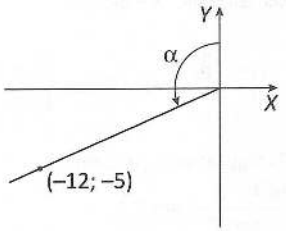


A) $\dfrac{8}{17}$ B) $\dfrac{9}{17}$ C) $\dfrac{6}{17}$
D) $\dfrac{3}{17}$ E) $\dfrac{2}{17}$

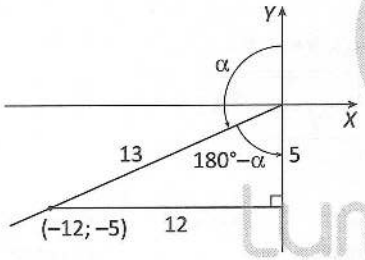
Reducción al primer cuadrante

Resuelto

A partir del gráfico, calcule el valor de $M=13(\text{sen}\alpha-\cos\alpha)$.



Resolución



Del gráfico

$$\text{sen}(180°-\alpha)=\frac{12}{13} \rightarrow \text{sen}\alpha=\frac{12}{13}$$

$$\cos(180°-\alpha)=\frac{5}{13} \rightarrow \cos\alpha=-\frac{5}{13}$$

Nos piden

$M=13(\text{sen}\alpha-\cos\alpha)$

$$M=13\left(\frac{12}{13}-\frac{-5}{13}\right)=\cancel{13}\left(\frac{17}{\cancel{13}}\right)$$

$\therefore\ M=17$

Respuesta: 17

Resuelto

73. Halle el valor de $P=\text{sen}160°-\text{sen}20°+\cos300°$.

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{4}$ E) 1

74. Si $\tan10°=a$, calcule el valor de $N=\tan170°+\cot350°$.

A) $2a$ B) $\frac{a^2+1}{a}$ C) a
D) $-\left(\frac{a^2+1}{a}\right)$ E) $-2a$

75. En un triángulo ABC, simplifique la expresión

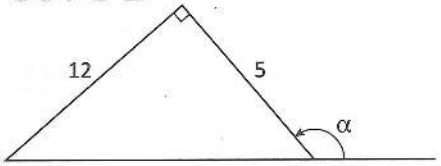
$$M=\frac{\text{sen}(A+B)}{\text{sen}C}+\frac{\tan(A+B+2C)}{\tan C}$$

A) -2 B) 0 C) -1
D) 1 E) 2

76. Si se cumple que $\frac{\text{sen}(-x)}{\text{sen}x}+\tan x=3$, calcule el valor de $P=\tan(180°+x)-\cot(90°+x)$.

A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

77. Del gráfico, calcule $\cos\alpha$.



A) $\frac{5}{13}$ B) $-\frac{5}{13}$ C) $\frac{12}{13}$
D) $-\frac{12}{13}$ E) $\frac{6}{13}$

78. Calcule el valor de la expresión $N=\tan700°-\tan160°$

A) $\tan20°$ B) $2\tan20°$ C) $-\tan20°$
D) $-2\tan20°$ E) 0

Lumbreras Editores

79. Simplifique la expresión

$$M=\frac{\operatorname{sen}(720°-\theta)+\cos(180°-\theta)}{\operatorname{sen}\theta+\cos\theta}$$

A) 1 B) -1 C) $\frac{1}{2}$

D) $-\frac{1}{2}$ E) 2

80. Simplifique la siguiente expresión:

$$\frac{\tan(8\pi+x)\cdot\tan\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}{\cos(\pi-x)}$$

A) $-\sec x$ B) $\sec x$ C) $\cos x$

D) $-\cos x$ E) $-2\sec x$

Identidades trigonométricas del ángulo doble

Resuelto

Reduzca la expresión

$$\frac{\operatorname{sen}2x}{2\cos^4 x(1+\tan^2 x)}+\frac{\cos 2x+2\operatorname{sen}^2 x}{(1-\operatorname{sen}^2 x)\sec^2 x}$$

UNSA II Fase - 2022

Resolución

Nos piden reducir la siguiente expresión

$$K=\frac{\operatorname{sen}2x}{2\cos^4 x(1+\tan^2 x)}+\frac{\cos 2x+2\operatorname{sen}^2 x}{(1-\operatorname{sen}^2 x)\sec^2 x}$$

$$K=\frac{2\operatorname{sen}x\cos x}{2\cos^4 x(\sec^2 x)}+\frac{\cos 2x+(1-\cos 2x)}{\cos^2 x\sec^2 x}$$

$$K=\frac{\operatorname{sen}x\cos x}{\cos^2 x}+\frac{1}{1}$$

$$K=\tan x+1$$

Por lo tanto, al reducir, se obtiene $1+\tan x$.

Respuesta: $1+\tan x$

Resuelto

81. Simplifique la expresión

$E=\operatorname{sen}20°\tan 10°+2\cos^2 10°$

A) $\operatorname{sen}^2 10°$ B) $\cos^2 10°$ C) $2\operatorname{sen}^2 10°$

D) 1 E) 2

82. Halle el valor de la expresión

$$R=(1-\cos^2 2x)(\sec^2 x+\csc^2 x)$$

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

83. Reduzca la siguiente expresión:

$$E=\frac{\cos 4°}{\cos 2°+\operatorname{sen}2°}+\operatorname{sen}2°$$

A) $\cos 2°$ B) $-\cos 2°$ C) $\operatorname{sen}2°$

D) $-\operatorname{sen}2°$ E) $\operatorname{sen}4°$

84. Reduzca la expresión

$$Q=\sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{1+\cos 80°}{2}}}{2}}$$

A) $\operatorname{sen}10°$ B) $\cos 10°$ C) $\operatorname{sen}40°$

D) $\operatorname{sen}20°$ E) $\cos 20°$

85. Reduzca la expresión

$$M=\frac{\tan 80°(1-\tan^2 40°)}{\tan 40°}$$

A) 1 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$

D) 2 E) $\frac{1}{2}$

86. Si se cumple que $\operatorname{sen}x=\sqrt{2}-\cos x$, calcule el valor de $\operatorname{sen}2x$.

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) -1

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

87. Reduzca la siguiente expresión:

$$R=\operatorname{sen}^2 x\left(1+\frac{\operatorname{sen}4x}{2\operatorname{sen}2x}\right)$$

A) $\frac{\operatorname{sen}^2 x}{2}$ B) $\frac{\cos^2 2x}{2}$ C) $\operatorname{sen}^2 2x$

D) $\cos^2 2x$ E) $\frac{\operatorname{sen}^2 2x}{2}$

88. Si $\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}+\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}=2$

halle el valor de $\tan^4 x+\cot^4 x$.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

89. Reduzca la siguiente expresión:

$$R=\tan 2x\left(1-\tan^2 x\right)+\operatorname{sen}2x\left(1+\tan^2 x\right)$$

A) $\tan x$ B) $2\tan x$ C) $3\tan x$
D) $4\tan x$ E) $4\cot x$

90. Simplifique la expresión

$$R=\frac{1-\cos 4x+\operatorname{sen}4x}{2\operatorname{sen}x\cos x+\cos 2x}$$

A) $\operatorname{sen}2x$
B) $2\operatorname{sen}x$
C) $4\operatorname{sen}2x$
D) $2\operatorname{sen}2x$
E) $2\cos 2x$

91. Calcule el valor de la expresión

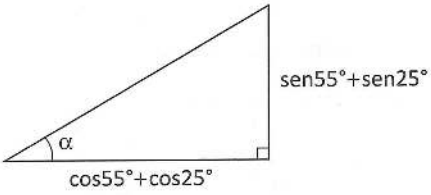
$$M=\frac{\cos 10^\circ+\sqrt{3}\operatorname{sen}10^\circ}{\operatorname{sen}20^\circ\cos 20^\circ}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Transformaciones trigonométricas

Resuelto

Del gráfico mostrado, calcule $\tan\alpha$.



Resolución

Del gráfico

$$\tan\alpha=\frac{\operatorname{sen}55^\circ+\operatorname{sen}25^\circ}{\cos 55^\circ+\cos 25^\circ}$$

$$\tan\alpha=\frac{2\operatorname{sen}40^\circ\cos 15^\circ}{2\cos 40^\circ\cos 15^\circ}$$

$$\tan\alpha=\tan 40^\circ$$

$$\therefore\ \alpha=40^\circ$$

Respuesta: 40°

Resuelto

92. Calcule el valor de

$$\frac{\operatorname{sen}40^\circ+\operatorname{sen}20^\circ}{\cos 10^\circ}$$

A) 4 B) 3 C) 2
D) 1 E) $\frac{1}{2}$

93. Factorice la expresión

$$N=\sqrt{2}+2\cos 15^\circ$$

A) $\sqrt{3}\cos 15^\circ$ B) $\cos 15^\circ$ C) $2\sqrt{3}\cos 15^\circ$
D) $2\sqrt{3}\operatorname{sen}15^\circ$ E) $\sqrt{3}\operatorname{sen}15^\circ$

Lumbreras Editores

94. Halle el valor de la expresión

$$R=\frac{\operatorname{sen}5x-\operatorname{sen}x}{\cos 5x-\cos x}+\cot 3x$$

A) 0 B) $\tan 3x$ C) $2\cot 3x$
D) $2\tan 3x$ E) $\cot 2x$

95. Calcule el valor de la expresión

$$E=\cos 20°\operatorname{sen}10°+\frac{1}{2}\operatorname{sen}10°$$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{3}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

96. Reduzca la expresión

$$M=\cos 5x\cos x-\cos^2 2x$$

A) $\cos^2 3x$ B) $-\cos^2 x$ C) $-\operatorname{sen}^2 x$
D) $-\operatorname{sen}^2 3x$ E) $\operatorname{sen}^2 3x$

97. Halle el valor de la expresión

$$P=\frac{\operatorname{sen}3x\cos x+\cos 5x\operatorname{sen}x}{\operatorname{sen}4x\cos 2x}$$

A) 1 B) 2 C) $\frac{3}{2}$
D) $\frac{3}{4}$ E) -1

98. Calcule el valor de

$$M=\operatorname{sen}^2 10°+\operatorname{sen}^2 50°+\operatorname{sen}^2 70°$$

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

99. Calcule x si

$$\cos\frac{5\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}=x\cos\frac{4\pi}{7}\operatorname{sen}\frac{\pi}{7}$$

A) $\cot\frac{\pi}{7}$ B) $2\cot\frac{\pi}{7}$ C) $\tan\frac{\pi}{7}$
D) $2\tan\frac{\pi}{7}$ E) 2

100. Simplifique la expresión

$$M=\frac{\cos x+\cos 4x+\cos 7x}{\operatorname{sen}x+\operatorname{sen}4x+\operatorname{sen}7x}$$

A) $\cot x$ B) $\cot 3x$ C) $\cot 4x$
D) $\tan 4x$ E) $\tan 3x$

101. Simplifique la siguiente expresión:

$$P=\frac{\cos\alpha-\cos 3\alpha+2026\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}3\alpha+2026\cos\alpha}$$

A) $\cot\alpha$ B) $\cos\alpha$ C) $\tan\alpha$
D) $-\cot\alpha$ E) $-\tan\alpha$

Resolución de triángulos oblicuángulos

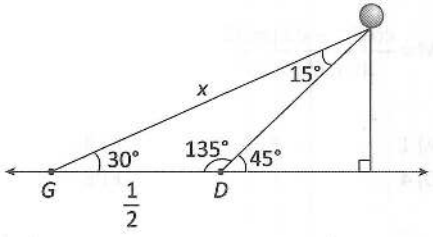
Resuelto

Dayana observa un globo con un ángulo de elevación de 45° en dirección este. En el mismo instante, Gianina, que está a 0,5 km al oeste de Dayana, observa el mismo globo con un ángulo de elevación de 30°. ¿A qué distancia está Gianina del globo?

UNSA II Fase - 2022

Resolución

Nos piden a qué distancia está Gianina del globo.



Por teorema de senos

$$\frac{x}{\text{sen}135°}=\frac{1/2}{\text{sen}15°}$$

$$\rightarrow x=\frac{\text{sen}135°}{2\text{sen}15°}$$

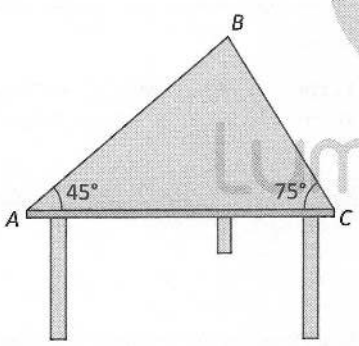
$$x=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)}$$

$\therefore\ x=1{,}36$

Respuesta: 1,36 km

Resuelto

102. Se desea construir una mesa triangular *ABC*. Si el lado $\overline{BC}$ mide $\sqrt{2}$ m, calcule la longitud del lado $\overline{AC}$.



A) $3\sqrt{2}$ m B) $2\sqrt{3}$ m C) $\sqrt{3}$ m
D) $\sqrt{6}$ m E) 2 m

103. En un triángulo *ABC* se cumple que

$$\frac{a}{\text{sen}A}=\frac{b}{\cos B}$$

Calcule la medida del ángulo *B*.

A) 15° B) 30° C) 60°
D) 45° E) 90°

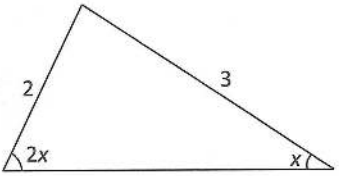
104. Halle el valor de la expresión

$$M=\frac{a+b}{\text{sen}A+\text{sen}B}-\frac{c-b}{\text{sen}C-\text{sen}B}$$

si *A*, *B* y *C* son ángulos de un triángulo *ABC*.

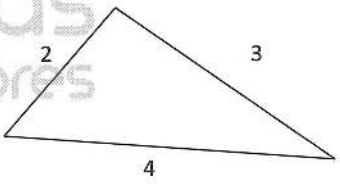
A) *a* B) *b* C) *c*
D) 0 E) 1

105. Del gráfico, calcule tan*x*.



A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{\sqrt{7}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

106. A partir del gráfico, calcule el coseno del mayor ángulo.



A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{2}{3}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $-\frac{1}{4}$

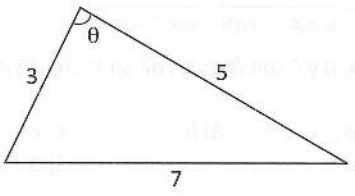
107. En un triángulo *ABC*, reduzca la expresión

$$E=\frac{b^2+c^2-a^2}{2\cos A}-bc$$

A) *a* B) *b* C) 0
D) *c* E) *abc*

Lumbreras Editores

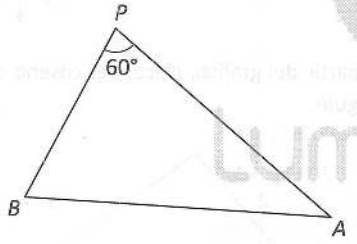
108. A partir del gráfico, halle senθ.



A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

109. Desde un punto P parten dos botes, uno de ellos recorre $(\sqrt{3}+1)$ km y llega al punto A y el otro recorre $(\sqrt{3}-1)$ km y llega al punto B. Calcule la distancia AB.



A) 2,1 km

B) $2\sqrt{3}$ km

C) $2\sqrt{2}$ km

D) $\sqrt{6}$ km

E) 3 km

110. En un triángulo ABC de lados $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$, simplifique la expresión

$$Q=\frac{a\cos A+b\cos B}{\cos(A-B)}$$

A) a B) b C) c

D) $2a$ E) $2b$

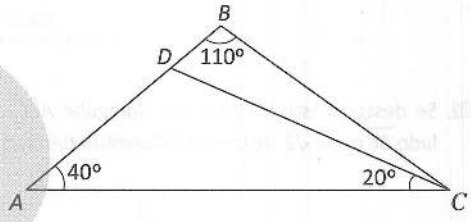
111. Si S es el área de la región triangular ABC, donde $AB=c$, $AC=b$ y $BC=a$, calcule el equivalente de la expresión

$$E=\frac{\cot A+\cot B}{c^2}$$

A) $\frac{1}{S}$ B) $\frac{1}{2S}$ C) $\frac{2}{S}$

D) $\frac{3}{S}$ E) $\frac{1}{3S}$

112. En el triángulo ABC de la figura, $AD=4\sqrt{3}$ cm. Determine BC.



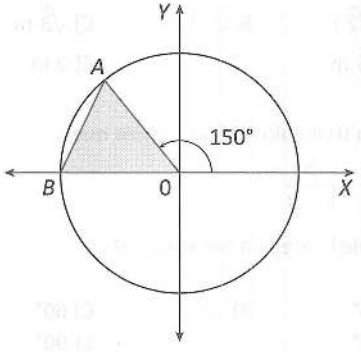
A) 12 cm B) 11 cm C) 13 cm

D) 14 cm E) 15 cm

Circunferencia trigonométrica

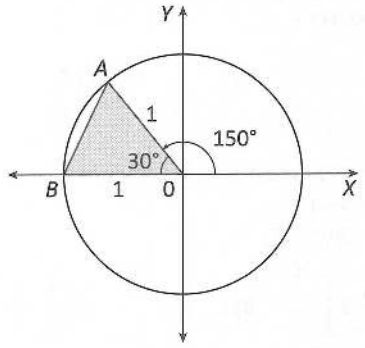
Resuelto

En el círculo trigonométrico, halle el área de la región sombreada.



UNSA I Fase - 2020

Resolución



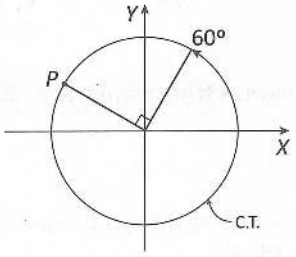
$$\text{Área} = A = \frac{1\cdot 1}{2}\cdot \text{sen}30°$$

$$A = \frac{1}{4}\ u^2$$

$$\therefore\ A = 0{,}25\ u^2$$

Respuesta: 0,25 u^2

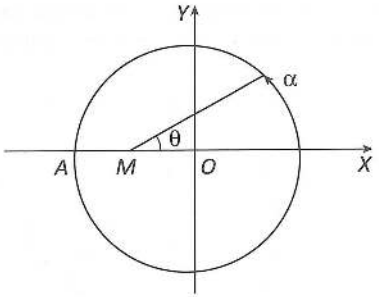
113. A partir del gráfico, halle la ordenada del punto *P*.



A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

114. En la circunferencia trigonométrica mostrada, calcule tanθ en términos de α si *AM* = *MO*.

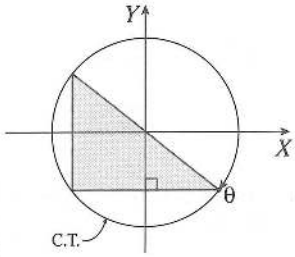


A) $\frac{\text{sen}\alpha}{1+2\cos\alpha}$ B) $\frac{2\text{sen}\alpha}{1+2\cos\alpha}$ C) $\frac{\text{sen}\alpha}{1+\cos\alpha}$

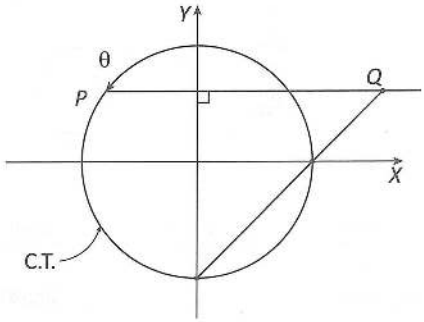
D) $\frac{2\text{sen}\alpha}{1+\cos\alpha}$ E) $\frac{2\text{sen}\alpha}{2+\cos\alpha}$

115. A partir del gráfico, calcule el área de la región sombreada en términos de θ.

A) sen2θ
B) −2sen2θ
C) −sen2θ
D) 2cos2θ
E) $-\frac{\text{sen}2\theta}{2}$



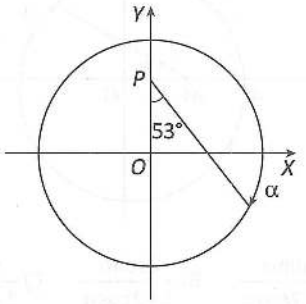
116. Del gráfico mostrado, halle *PQ* en términos de θ.



A) 1+senθ+cosθ
B) 1−senθ+cosθ
C) 1−senθ−cosθ
D) senθ−cosθ
E) 1+senθ−cosθ

Resuelto
Lumbreras Editores

117. En la circunferencia trigonométrica mostrada, halle la ordenada del punto P en términos de α.



A) $\frac{3\cos\alpha+4\operatorname{sen}\alpha}{4}$

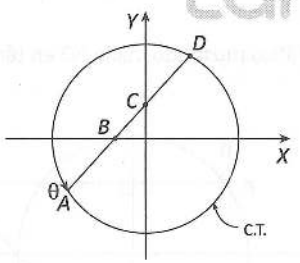
B) $\frac{3\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha}{4}$

C) $\frac{3\cos\alpha-4\operatorname{sen}\alpha}{4}$

D) $\frac{4\cos\alpha+3\operatorname{sen}\alpha}{4}$

E) $\frac{4\cos\alpha-3\operatorname{sen}\alpha}{4}$

118. A partir del gráfico, halle la abscisa del punto D si $AB=BC=CD$.



A) $\frac{\cos\theta}{2}$ B) $-\frac{\cos\theta}{2}$ C) $-\frac{\operatorname{sen}\theta}{2}$

D) $-\cos\theta$ E) $-2\cos\theta$

119. Halle el máximo valor de la expresión $P=4\operatorname{sen}x+11$.

A) 12 B) 13 C) 14

D) 15 E) 16

120. Si $x\in$ IIIC, halle el número de valores enteros que admite la expresión $M=5\cos x+7$

A) 3 B) 4 C) 5

D) 6 E) 7

121. Halle la variación de la expresión $R=\operatorname{sen}x+1$ si $x\in\langle 30°; 90°]$

A) $\left\langle\frac{3}{2};2\right]$ B) $\langle 1; 2]$ C) $\left[\frac{3}{2};2\right\rangle$

D) $\left[\frac{3}{2};2\right]$ E) $\left\langle\frac{2}{3};2\right]$

122. Calcule la variación de la expresión $E=\operatorname{sen}^2x+6\operatorname{sen}x+11$

A) $[6; 18\rangle$ B) $\langle 6; 18\rangle$ C) $[6; 18]$

D) $[4; 16]$ E) $[4; 18]$

123. Si $\cos\theta=\frac{n+2}{3}$ y $\frac{\pi}{3}\leq\theta\leq\frac{3\pi}{2}$ determine el número de valores enteros que asume n.

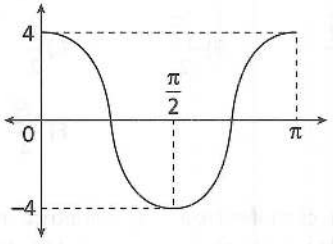
A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

Funciones trigonométricas directas

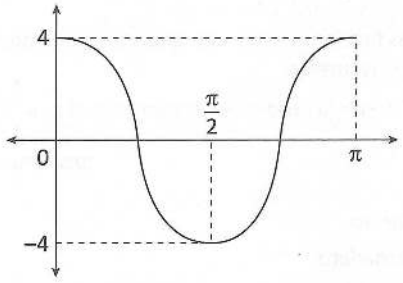
Resuelto

De la función $f(x)=A\cos Bx$ que se muestra en la figura, determine $2B+A$.



UNSA I Fase - 2020

Resolución



$A \rightarrow$ Amplitud$=|A| \rightarrow A=4$

$B \rightarrow$ Periodo$=T=\dfrac{2\pi}{|B|}$

$$\pi=\frac{2\pi}{|B|} \rightarrow B=2$$

$f(x)=A\cos Bx$

Halle $2B+A$.

$\therefore\ 2(2)+4=8$

Respuesta: 8

124. Calcule el dominio de la función f definida por

$$f_{(x)}=\frac{\operatorname{sen}x+\cos x}{\cos x-1}$$

A) $\mathbb{R}-\{2k\pi\};\ k\in\mathbb{Z}$
B) $\mathbb{R}-\{k\pi\};\ k\in\mathbb{Z}$
C) $\mathbb{R}$
D) $\{2k\pi\};\ k\in\mathbb{Z}$
E) $\{k\pi\};\ k\in\mathbb{Z}$

125. Calcule el dominio de la función f definida por $f_{(x)}=\operatorname{sen}x+\cot x+\csc x+1$

A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R}-\{n\pi\};\ n\in\mathbb{Z}$
C) $\mathbb{R}-\{2n\pi\};\ n\in\mathbb{Z}$
D) $\mathbb{R}-\left\{\dfrac{n\pi}{2}\right\};\ n\in\mathbb{Z}$
E) $\mathbb{R}-\{(2n+1\cdot\pi)\};\ n\in\mathbb{Z}$

126. Determine el dominio de la función f definida por $f_{(x)}=\sqrt{\operatorname{sen}x}+\cos^3 x;\ 0\le x<2\pi$

A) $[0;\pi]$ B) $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ C) $[0;\pi\rangle$
D) $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right\rangle$ E) $[0;2\pi\rangle$

127. Calcule los valores que no definen a la función f definida por

$f_{(x)}=\tan 2x\cdot\cot 2x$

A) $\left\{\dfrac{n\pi}{4}\right\};\ n\in\mathbb{Z}$ B) $\left\{\dfrac{n\pi}{2}\right\};\ n\in\mathbb{Z}$ C) $\{2n\pi\};\ n\in\mathbb{Z}$
D) $\{n\pi\};\ n\in\mathbb{Z}$ E) $\left\{\dfrac{n\pi}{8}\right\};\ n\in\mathbb{Z}$

128. Determine el dominio de la función f definida por $f_{(x)}=\sqrt{2\operatorname{sen}x-1}+3;\ 0<x<2\pi$

A) $\left\langle 0;\dfrac{\pi}{6}\right]$ B) $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right]$ C) $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right]$
D) $\left[\dfrac{\pi}{6};\pi\right]$ E) $\left\langle 0;\dfrac{5\pi}{6}\right]$

129. Calcule el rango de la función f definida por $f_{(x)}=\operatorname{sen}^2x+2\operatorname{sen}x+2$

A) $[-1;2]$ B) $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$ C) $[1;5]$
D) $[-1;1]$ E) $[0;2]$

130. Calcule el mínimo valor de $f_{(x)}=\operatorname{sen}(x+20°)\cdot\cos(10°-x)$

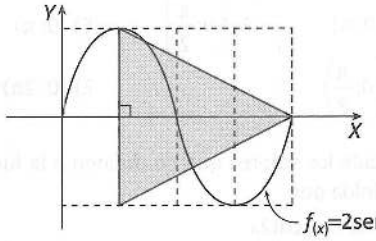
A) $-\dfrac{1}{8}$ B) $-\dfrac{1}{4}$ C) $-\dfrac{1}{2}$
D) -1 E) $-\dfrac{3}{2}$

131. Determine el periodo mínimo de la función f definida por $f_{(x)}=\operatorname{sen}x\cos x$

A) $\dfrac{\pi}{4}$ B) $\dfrac{\pi}{2}$ C) π
D) $\dfrac{\pi}{8}$ E) 2π

Resuelto Lumbreras Editores

132. Del gráfico mostrado, calcule el área de la región sombreada.



A) $\frac{\pi}{2}$ u^2 B) π u^2 C) 2π u^2

D) 3π u^2 E) $\frac{3\pi}{2}$ u^2

133. Si $\cos x > \frac{1}{2}$, calcule la variación de f definida por

$$f_{(x)}=\frac{3\cos x-5}{2\cos x-1}$$

A) $[-1;1]$ B) $\langle-\infty;-2]$ C) $\langle-\infty;-2\rangle$

D) $[-1;-2]$ E) $\langle-\infty;-1]$

134. Calcule el máximo valor de f definida por $f_{(x)}=|\operatorname{sen}x|-\cos 2x$

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

Funciones trigonométricas inversas

Resuelto

Determine si es verdadera (V) o falsa (F) cada una de las proposiciones siguientes:

- El dominio de la función arcoseno es igual al rango de la función seno.
- $\arcsen\left(\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$
- $\arccos\left(\cos\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$
- Las funciones seno y coseno son par e impar, respectivamente.
- El dominio de la función arcotangente es $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

UNSA II Fase - 2022

Resolución

I. Verdadero

$f(x)=\arcsen x \rightarrow -1\leq x\leq 1$

$\therefore$ Dom(arcsen)=Ran(sen)

II. Verdadero

$\arcsen(\operatorname{sen}x)=x \leftrightarrow x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

$\therefore \arcsen\left(\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$

III. Verdadero

$\arccos(\cos x)=x \leftrightarrow x\in[0;\pi]$

$\therefore \arccos\left(\cos\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$

IV. Falso

$f(x)=\operatorname{sen}x$; es función impar.

$g(x)=\cos x$; es función par.

V. Falso

$f(x)=\arctan x \rightarrow \text{Dom}(f)=R$

Respuesta: VVVFF

Resuelto

135. Calcule el valor de

$$Q=\frac{\arcsen\left(\frac{1}{2}\right)+\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\arctan(1)+\arccos(0)}$$

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{5}{9}$

D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

136. Calcule el valor de

$$E=\sqrt{3}\cos\left(\operatorname{arcsen}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

137. Calcule el valor de

$$K=\tan\left(\operatorname{arcsen}\frac{\sqrt{2}}{2}+\arccos\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2

D) 3 E) $\frac{1}{3}$

138. Determine el dominio de la función f definida por

$$f_{(x)}=3\operatorname{arcsen}\left(\frac{x}{2}\right)+1$$

A) $[-1;1]$ B) $[-2;2]$ C) $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$

D) $[-3;3]$ E) $[0;2]$

139. Determine el dominio de la función f cuya regla de correspondencia es

$$f_{(x)}=\arccos(x+2)+\sqrt{2x+3}$$

A) $[-3;-1]$ B) $\left[-\frac{3}{2};0\right]$ C) $[-2;-1]$

D) $\left[-\frac{3}{2};-1\right]$ E) $\left[-3;-\frac{3}{2}\right]$

140. Determine el rango de la función f definida por

$$f_{(x)}=2\operatorname{arcsen}x+\frac{\pi}{4}$$

A) $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ B) $\left[-\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right]$ C) $\left[\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right]$

D) $\left[\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$ E) $\left[\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right]$

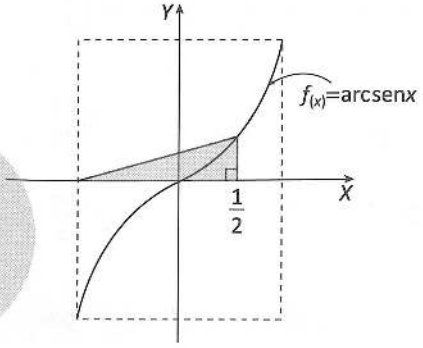
141. Determine el máximo valor de la función f definida por

$$f_{(x)}=\frac{3}{1+\frac{\arccos x}{\pi}}-1$$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2

D) $\frac{1}{3}$ E) 3

142. Del gráfico mostrado, calcule el área de la región sombreada.



A) $\frac{\pi}{4}$ u^2 B) $\frac{\pi}{12}$ u^2 C) $\frac{\pi}{8}$ u^2

D) $\frac{3\pi}{4}$ u^2 E) $\frac{\pi}{2}$ u^2

143. Si $\operatorname{arcsen}x+2\arccos x=\frac{5\pi}{6}$, calcule x.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D) 1 E) $\frac{3}{5}$

144. Determine el rango de la función f definida por

$$f_{(x)}=\frac{\operatorname{arcsen}x}{2}+\frac{\pi}{4};\ 0\le x\le 1$$

A) $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ B) $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ C) $\left[\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right]$

D) $\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{3}\right]$ E) $\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$

Lumbreras Editores

145. Simplifique la expresión

$$M=\operatorname{sen}(\arctan(\cos(\operatorname{arccot}1)))$$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

146. Calcule el valor de la expresión

$$Q=\pi\operatorname{sen}\left(\operatorname{arcsen}\frac{1}{3}\right)+\operatorname{arcsen}\left(\operatorname{sen}\frac{\pi}{5}\right)$$

A) $\frac{8\pi}{15}$ B) $\frac{2\pi}{15}$ C) $\frac{7\pi}{15}$

D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{8\pi}{5}$

Ecuaciones trigonométricas

Resuelto

Determine cuántas raíces tiene la ecuación

$4\operatorname{sen}2x+4\cos x=1+2\operatorname{sen}x$

si se sabe que $x\in\left[-\pi;\frac{\pi}{2}\right]$

UNSA I Fase - 2022

Resolución

De la ecuación

$$4\operatorname{sen}2x+4\cos x=1+2\operatorname{sen}x$$

$$4(2\operatorname{sen}x\cos x)+4\cos x=1+2\operatorname{sen}x$$

$$4\cos x(2\operatorname{sen}x+1)=2\operatorname{sen}x+1$$

$$4\cos x(2\operatorname{sen}x+1)-(2\operatorname{sen}x+1)=0$$

$$(2\operatorname{sen}x+1)(4\cos x-1)=0$$

Igualando a cero cada factor, se obtiene

- $2\operatorname{sen}x+1=0\rightarrow\operatorname{sen}x=-\frac{1}{2}$

  Luego

  $$x=k\pi+(-1)^k\arcsen\left(-\frac{1}{2}\right)$$

  $$\rightarrow\ x=k\pi+(-1)^k\left(-\frac{\pi}{6}\right);\ k\in\mathbb{Z}$$

  $$x_1=-\frac{5\pi}{6};\ x_2=-\frac{\pi}{6}$$

- $4\cos x-1=0\rightarrow\cos x=\frac{1}{4}$

  Luego

  $$x=2k\pi\pm\arccos\left(\frac{1}{4}\right);\ k\in\mathbb{Z}$$

  $$x_3=-\arccos\left(\frac{1}{4}\right);\ x_4=\arccos\left(\frac{1}{4}\right)$$

Por lo tanto, el número de soluciones es 4.

Respuesta: 4

Resuelto

147. Si $0<x<2\pi$, calcule la suma de soluciones de la ecuación

$$\sqrt{2}\operatorname{sen}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$$

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$

D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

148. Resuelva la ecuación

$\sqrt{2}\cdot\cos x-1=0$ y $0<x<2\pi$

A) $\left\{\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right\}$ C) $\left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right\}$

D) $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$ E) $\left\{\frac{7\pi}{4}\right\}$

149. Calcule la suma de soluciones de la ecuación $4\operatorname{sen}x\cos x-\sqrt{2}=0$ y $0<x<\pi$

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π

D) $\frac{\pi}{8}$ E) $\frac{\pi}{16}$

150. Al resolver la ecuación, calcule la suma de las dos primeras soluciones positivas.

$(\operatorname{sen}x+\cos x)^2=2$

A) π B) $\frac{4\pi}{3}$ C) 2π

D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 3π

151. Resuelva la ecuación

$$\frac{1}{1-\operatorname{sen}x}+\frac{1}{1+\operatorname{sen}x}=\frac{8}{3};\ 0<x<2\pi$$

A) $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right\}$

B) $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right\}$

C) $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right\}$

D) $\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{5\pi}{3}\right\}$

E) $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$

152. En el sistema de ecuaciones trigonométricas

$$\begin{cases}2\operatorname{sen}x+\cos y=\frac{3}{2}\\ x+y=\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

calcule la menor solución positiva para x.

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$

D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{12}$

153. Resuelva la ecuación

$$\operatorname{arcsen}\left(\frac{x^2-2x-1}{14}\right)=\frac{\pi}{6}$$

A) $\{-2;4\}$ B) $\{2;-4\}$ C) $\{-2\}$

D) $\{4\}$ E) $\{-3;2\}$

154. Calcule el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\sqrt{2}$$

A) $\{2k\pi\};\ k\in\mathbb{Z}$ B) $\{k\pi\};\ k\in\mathbb{Z}$ C) $\left\{\frac{k\pi}{2}\right\};\ k\in\mathbb{Z}$

D) $\left\{\frac{k\pi}{4}\right\};\ k\in\mathbb{Z}$ E) $\left\{\frac{k\pi}{8}\right\};\ k\in\mathbb{Z}$

155. Calcule la suma de las dos menores soluciones positivas de la siguiente ecuación:

$$\left(1-2\operatorname{sen}^2x\right)\cdot\operatorname{sen}x\cdot\cos x-\frac{1}{8}=0$$

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$

D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{2\pi}{9}$

156. Calcule la menor solución positiva que satisface la ecuación

$\operatorname{sen}8x+\operatorname{sen}4x=\cos 2x$

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{36}$ C) $\frac{\pi}{12}$

D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

157. Al resolver la ecuación, calcule la menor solución positiva.

$\operatorname{sen}x+\sqrt{3}\cos x=1$

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$

D) $\frac{2\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{2}$

Lumbreras Editores

1 E	24 B	47 A	70 D	93 C	116 E	139 D
2 B	25 C	48 C	71 E	94 A	117 A	140 B
3 D	26 D	49 B	72 C	95 B	118 B	141 C
4 E	27 A	50 B	73 C	96 D	119 D	142 C
5 C	28 E	51 D	74 D	97 A	120 B	143 A
6 E	29 C	52 D	75 E	98 A	121 A	144 E
7 B	30 B	53 B	76 C	99 B	122 C	145 D
8 D	31 B	54 B	77 B	100 C	123 E	146 A
9 D	32 D	55 C	78 E	101 C	124 A	147 C
10 D	33 A	56 B	79 B	102 C	125 B	148 A
11 C	34 D	57 D	80 A	103 D	126 A	149 B
12 B	35 C	58 D	81 E	104 D	127 A	150 D
13 B	36 C	59 B	82 D	105 E	128 B	151 C
14 C	37 C	60 E	83 A	106 E	129 C	152 D
15 C	38 D	61 D	84 D	107 C	130 B	153 A
16 D	39 D	62 E	85 D	108 E	131 C	154 A
17 A	40 B	63 A	86 E	109 D	132 D	155 B
18 A	41 C	64 B	87 E	110 C	133 B	156 B
19 D	42 C	65 B	88 D	111 B	134 A	157 E
20 B	43 A	66 A	89 D	112 A	135 C	
21 D	44 D	67 A	90 D	113 C	136 A	
22 B	45 C	68 B	91 D	114 B	137 D	
23 B	46 B	69 D	92 D	115 C	138 B	

Lumbreras Editores